

ULASEVICH V. P. Stability and deformation calculation of rod systems by a matrix method of deformations

In article deformation calculation of models of impacts on stability is stated by a matrix method of deformations. Its difference from a classical method of movements – an opportunity to consider longitudinal and cross deformations of cores of settlement model.

The algorithm of a method is checked on the computer DresCAD program developed by means of programming of PTS MATHCAD. Calculation results of control debugging examples are given and comparative analysis of results of calculation is made.

УДК 624.014.27

Глушко К. К.

УСТОЙЧИВОСТЬ ФОРМЫ СТАЛЬНЫХ ОДНОСЛОЙНЫХ СЕТЧАТЫХ КУПОЛОВ С ЖЁСТКИМИ УЗЛАМИ ПРИ ДЕЙСТВИИ РАСПРЕДЕЛЁННОЙ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ

Введение. Однослойные сетчатые купола часто применяются при необходимости перекрытия больших пролётов. Низкая материалоемкость, архитектурная выразительность и высокая жёсткость являются их основными преимуществами. В то же время особенностью статической работы под нагрузкой таких конструкций является геометрически нелинейный процесс деформирования, что вызывает сложность расчёта таких конструкций и проверки отдельных видов их устойчивости. Один из видов потери устойчивости формы однослойных сетчатых куполов проявляется в виде продавливания к центру кривизны описанной сферы их узлов. Решение задачи потери устойчивости формы этих конструкций покрытий, проявляющейся в «прощёлкивании» их узлов при действии сосредоточенной узловой нагрузки, приведено в работах [1, 2, 3, 7–9].

При проектировании светопрозрачных покрытий в виде однослойных сетчатых куполов устройство кровли часто принимается беспрогонным. Существует довольно немногочисленное количество работ, посвящённых потере устойчивости стальных однослойных сетчатых куполов с жёсткими узлами, нагрузка на стержни которых принята распределённой [4]. Следует отметить, что существующие аналитические решения подобной задачи, полученные при помощи метода сплошного аналога, являются приближёнными, поскольку площади и моменты инерции поперечных сечений стержней заменяются одним параметром – толщиной сплошной оболочки. Величина полученной в представленных работах критической нагрузки на сплошную оболочку определена путём интегрирования кривизн её поверхности, в то время как «прощёлкивание» узлов сетчатых куполов наступает вследствие укорочения стержней составляющих их стержневых многогранников.

Распределённая нагрузка на стержни однослойного сетчатого купола с треугольной решёткой может быть представлена по треугольному закону. Максимальное значение распределённой нагрузки находится на середине стержня. На рисунке 1 представлен план однослойного сетчатого купола.

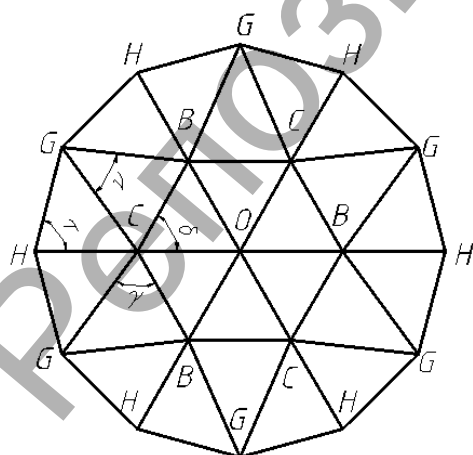


Рисунок 1 – План двухъярусного однослойного сетчатого купола

В основе предложенной методики заложено соблюдение равновесия между внешней нагрузкой и внутренними усилиями в стерж-

нях, спроецированными на вертикальную ось. Изменение внутренних усилий в стержнях описывается при помощи аналитических зависимостей от перемещений узлов однослойных сетчатых куполов, величины которых полагаются переменными. Предложенная методика может быть применена для определения критической нагрузки, вызывающей «прощёлкивание» узлов одного яруса, то есть продавливание к центру кривизны описанной поверхности отдельных стержневых многогранников.

Для определения необходимого и достаточного для точного решения рассматриваемой задачи количества переменных величин перемещений узлов ярусов произведено сравнение процессов деформирования верхних стержневых многогранников в составе трёхъярусного и двухъярусного однослойных сетчатых куполов с целью сопоставления величины внешней нагрузки, определённой в виде суммы вертикальных проекций внутренних сил в стержнях. На этом этапе наличие начальных геометрических несовершенств формы и влияние продольно-поперечного изгиба в стержнях не учитывалось. Опорный контур трёхъярусного однослойного сетчатого купола закреплён шарнирно-подвижно. В пределах рассмотренных сетчатых куполов величина внешней распределённой по площади нагрузки полагалась постоянной.

При определении внутренних усилий в стержнях в радиальных плоскостях от перемещений узлов рассматриваемых однослойных сетчатых куполов использованы следующие допущения:

- 1) внешняя распределённая нагрузка действует вертикально;
- 2) стержни кольцевых направлений расположены горизонтально, длины стержней могут быть приняты одинаковыми, изгибные жёсткости стержней одинаковы;
- 3) рассматривается линейно-упругое деформирование стержней;
- 4) рассматривается плоская форма изгиба стержня в силу симметрии задачи;
- 5) влиянием податливостей и размерами узловых элементов можно пренебречь;
- 6) углы наклона стержней к горизонтальным плоскостям могут быть приняты малыми.

Необходимо рассмотреть фрагмент однослойного сетчатого купола, находящийся в секторе симметрии. На рисунке 2 показан рассматриваемый фрагмент и верхний стержневой многогранник с обозначением грузовых площадей на стержни.

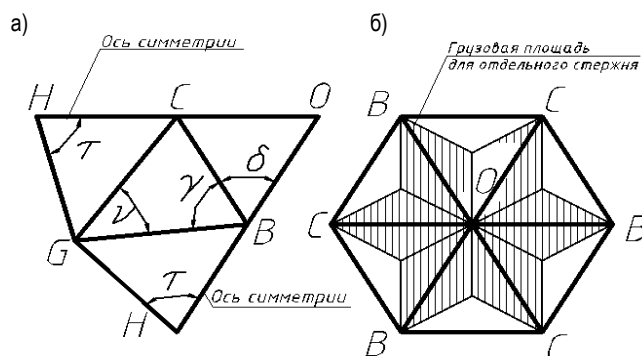


Рисунок 2 – Фрагмент однослойного сетчатого купола (а) и определение грузовых площадей (б)

Глушко Константин Константинович, ассистент кафедры архитектуры Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

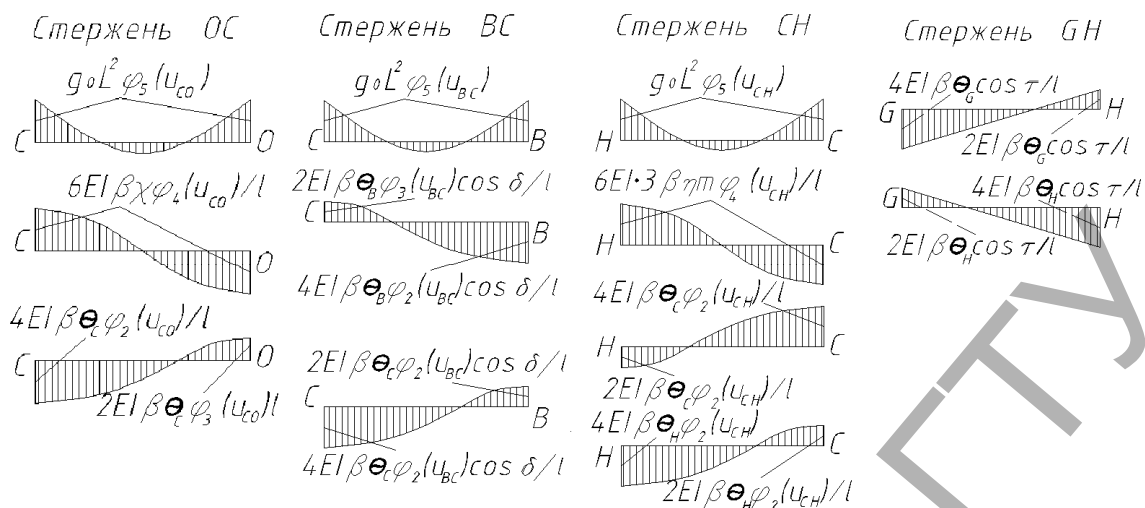


Рисунок 3 – Эпюры изгибающих моментов в стержнях двухъярусного сетчатого купола

Принимая малость углов наклона стержней радиальных направлений к горизонтальной плоскости можно принять в свою очередь, что угол отклонения радиус-вектора, проведённого из центра описанной вокруг сетчатого купола сферы, будет также мал. Таким образом, величины внутренних усилий можно проецировать на горизонтальные и вертикальные оси. Вертикальная ось в этом случае будет совпадать с направлением радиус-вектора, проведённого из центра описанной сферы к верхнему узлу сетчатого купола.

С учётом знаков уравнения равновесия типа *O* и *C(B)* может быть записано в следующем виде:

$$6(N_{OC}\beta \cdot (1 - \chi) - V_{OC}) = 0; \tag{1}$$

$$(N_{CH} + 2N_{CG}) \cdot 3\beta m \cdot (1 - \eta) - N_{OC}\beta(1 - \chi) + V_{OC} - V_{CH} - 2V_{CG} = 0, \tag{2}$$

где *N* – величина осевой силы, *V* – величина поперечной силы в рассматриваемом стержне, β – угол наклона стержней верхнего стержневого многогранника к горизонтальной плоскости, $\chi = f_1/\Delta_1$, $\eta = f_2/\Delta_2$ – параметры перемещений узлов, численно равные отношению перемещения верхнего конца стержня относительно нижнего f_1 , f_2 соответственно к полной высоте яруса Δ_1 , Δ_2 соответственно, *m* – коэффициент, позволяющий учитывать несовершенство формы осесимметричного характера однослойного сетчатого купола.

Для составления уравнений равновесия (1) и (2) необходимо определить зависимости, по которым изменяются внутренние усилия в стержнях. Для определения величин поперечных сил в стержнях необходимо рассмотреть изменение изгибающих моментов от перемещений узлов. На рисунке 3 показаны эпюры изгибающих моментов в характерных стержнях *OC*, *CB*, *CH*, *GH*.

Для определения величин изгибающих моментов на концах рассматриваемых стержней следует составить сумму моментов от отдельных видов деформаций:

$$\Sigma M_O^{OC} = -g_0 l^2 \varphi_5(u_{OC}) + 6 \frac{EI}{l} \varphi_4(u_{OC}) \beta \chi - 2 \frac{EI}{l} \varphi_3(u_{OC}) \beta \cdot \Theta_C; \tag{3}$$

$$\Sigma M_C^{OC} = -g_0 l^2 \varphi_5(u_{OC}) - 6 \frac{EI}{l} \varphi_4(u_{OC}) \beta \chi + 4 \frac{EI}{l} \varphi_2(u_{OC}) \beta \cdot \Theta_C; \tag{4}$$

$$\Sigma M_C^{BC} = -g_0 l^2 \varphi_5(u_{BC}) + 2 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_C \cos \delta \cdot (2\varphi_2(u_{BC}) - \varphi_3(u_{BC})); \tag{5}$$

$$\Sigma M_C^{CH} = -g_0 l^2 \varphi_5(u_{CH}) + 18 \frac{EI}{l} \beta m \eta \varphi_4(u_{CH}) - 4 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_C \varphi_2(u_{CH}) - 2 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_H \varphi_3(u_{CH}); \tag{6}$$

$$\Sigma M_H^{CH} = -g_0 l^2 \varphi_5(u_{CH}) - 18 \frac{EI}{l} \beta m \eta \varphi_4(u_{CH}) + 2 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_C \varphi_3(u_{CH}) + 4 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_H \varphi_2(u_{CH}); \tag{7}$$

$$\Sigma M_C^{CG} = -g_0 l^2 \varphi_5(u_{CG}) + 18 \frac{EI}{l} \beta m \eta \varphi_4(u_{CG}) - 4 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_C \cos \gamma \varphi_2(u_{CG}) - 2 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_G \cos 0.5 \nu \varphi_2(u_{CG}); \tag{8}$$

$$\Sigma M_G^{CG} = -g_0 l^2 \varphi_5(u_{CG}) - 18 \frac{EI}{l} \beta m \eta \varphi_4(u_{CG}) + 2 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_C \cos \gamma \varphi_3(u_{CG}) + 4 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_G \cos 0.5 \nu \varphi_2(u_{CG}); \tag{9}$$

$$\Sigma M_H^{GH} = -\frac{g_0 l^2}{20} + 4 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_H \cos \tau - 2 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_G \cos \tau; \tag{10}$$

$$\Sigma M_G^{GH} = -\frac{g_0 l^2}{20} - 2 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_H \cos \tau + 4 \frac{EI}{l} \beta \cdot \Theta_G \cos \tau. \tag{11}$$

где Θ – параметр угла поворота узла, численно равный отношению абсолютной величины угла поворота к углу β , $\varphi_2(u)$, $\varphi_3(u)$, $\varphi_4(u)$, $\varphi_5(u)$, $\eta_2(u)$ – функции параметра осевой силы, учитывающие её влияние на величины изгибных деформаций стержней, поскольку эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в стержнях имеют криволинейное очертание [5, 6]. Функции $\varphi_2(u)$, $\varphi_3(u)$, $\varphi_4(u)$, $\eta_1(u)$, $\eta_2(u)$ представлены в виде следующих выражений:

$$\varphi_2(u) = \frac{u(tgu - u)}{8tgu \left(tg \frac{u}{2} - \frac{u}{2} \right)}; \tag{12}$$

$$\varphi_3(u) = \frac{u(u - \sin u)}{4 \sin u \left(tg \frac{u}{2} - \frac{u}{2} \right)}; \tag{13}$$

$$\varphi_4(u) = \varphi_1 \left(\frac{u}{2} \right); \tag{14}$$

$$\eta_1(u) = \frac{u^3 tgu}{3(tgu - u)}; \tag{15}$$

$$\eta_2(u) = \eta_1 \left(\frac{u}{2} \right). \tag{16}$$

Функция параметра осевой силы $\varphi_5(u)$ получена для действия нагрузки на стержень, распределённой по длине по закону параболы, площадь которой равна площади нагрузки, распределённой по треугольному закону. Таким образом, равнодействующие величины нагрузок, распределённых по длине стержня по треугольному закону и по закону параболы, равны по значению, величины значений поперечных сил на концах также равны. Такое представление формы внешней нагрузки является несколько приближённым, но погрешность при вычислении внутренних усилий не выходит за пределы вычислительной погрешности. Принятая форма внешней неравномерно распределённой нагрузки на стержень выбрана из условия непрерывности интегрируемой функции внешней нагрузки:

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} + N \frac{d^2 w}{dx^2} = q(x), \quad (17)$$

где EI – изгибная жёсткость стержня, w – функция изогнутой оси стержня, x – текущая координата, $q(x)$ – функция, описывающая изменение ординат внешней неравномерно распределённой нагрузки по длине стержня.

После решения уравнения (17), приняв равными нулю углы поворота и перемещения на концах стержня, функция $\varphi_5(u)$ может быть представлена в виде следующего выражения:

$$\varphi_5 = \frac{1}{u^3} \left(\frac{6}{u} - \frac{u^2 + 12}{4tg0,5u} \right). \quad (18)$$

С учётом правила знаков для определения изгибающих моментов в стержнях можно составить уравнения равновесия узлов C, H и G :

$$\Sigma M_H^{CH} + 2 \cos \tau \cdot \Sigma M_H^{GH} = 0; \quad (19)$$

$$2 \cos 0,5v \cdot \Sigma M_G^{CG} + 2 \cos \tau \cdot \Sigma M_G^{GH} = 0; \quad (20)$$

$$2 \cos \gamma \cdot \Sigma M_C^{CG} + \Sigma M_C^{CH} - \Sigma M_C^{CO} - 2 \cos \delta \Sigma M_C^{BC} = 0. \quad (21)$$

Из выражений (19)–(21) можно составить систему линейных алгебраических уравнений относительно параметров углов поворота Θ_C, Θ_H и Θ_G узлов, которые можно представить в виде следующих выражений:

$$\Theta_C = \Phi_\chi \cdot \chi + \Phi_\eta \cdot m\eta + \frac{g_0 l^3}{\beta EI} \Phi_g; \quad (22)$$

$$\Theta_H = A_H \Theta_C + m\eta \cdot B_H + \frac{g_0 l^3}{\beta \cdot EI} G_H; \quad (23)$$

$$\Theta_G = A_G \Theta_C + m\eta \cdot B_G + \frac{g_0 l^3}{\beta \cdot EI} G_G, \quad (24)$$

где $A_H, A_G, B_H, B_G, G_H, G_G$ являются функциями параметра осевой силы:

$$A_H = - \frac{\cos^2 \tau (\varphi_3(u_{CG}) \cos(\gamma) \cos(0,5v) + \varphi_3(u_{CH}))}{Z_H} + \frac{\varphi_2(u_{CG}) \varphi_3(u_{CH}) \cos^2(0,5v)}{Z_H}; \quad (25)$$

$$B_H = 9 \frac{\cos^2 \tau (\varphi_4(u_{CG}) \cos 0,5v + \varphi_4(u_{CH}))}{Z_H} + \frac{\varphi_2(u_{CG}) \varphi_4(u_{CH}) \cos^2 0,5v}{Z_H}; \quad (26)$$

$$A_G = - \frac{\cos^2 \tau (4\varphi_3(u_{CG}) \cos \gamma \cdot \cos 0,5v + \varphi_3(u_{CH}))}{Z_G} - \frac{2\varphi_2(u_{CH}) \varphi_3(u_{CG}) \cos 0,5v \cdot \cos \gamma}{Z_G}; \quad (27)$$

$$B_G = 9 \left(\frac{\cos^2 \tau (4\varphi_4(u_{CG}) \cos 0,5v + \varphi_4(u_{CH}))}{Z_G} + \frac{2\varphi_2(u_{CH}) \varphi_4(u_{CG}) \cos 0,5v}{Z_G} \right); \quad (28)$$

$$G_H = \frac{1}{40} \left(\frac{\cos^2 \tau (3 \cos \tau + 20(\varphi_5(u_{CG}) \cos(0,5v) + \varphi_5(u_{CH})))}{Z_H} + \frac{\cos^2 \tau (2\varphi_2(u_{CG}) \cos^2(0,5v) (\cos(\tau) + 10\varphi_5(u_{CH})))}{Z_H} \right); \quad (29)$$

$$G_G = \frac{1}{40} \frac{\cos \tau (\cos \tau (3 \cos \tau + 10\varphi_5(u_{CH})) + \varphi_2(u_{CH}))}{Z_H} + \frac{1}{40} \frac{\cos \tau (20 \cos(0,5v) \varphi_5(u_{CG}) (\varphi_2(u_{CH}) + 2 \cos^2 \tau))}{Z_H}, \quad (30)$$

где знаменатели Z_H и Z_G являются следующими выражениями:

$$Z_H = \cos^2 \tau (4\varphi_2(u_{CG}) \cos^2(0,5v) + 2\varphi_2(u_{CH}) + 3 \cos^2(\tau)) + 2\varphi_2(u_{CG}) \varphi_2(u_{CH}) \cos^2(0,5v); \quad (31)$$

$$Z_G = 2Z_H. \quad (32)$$

где

$$\Phi_\chi = \frac{3\varphi_4(u_{OC})}{Z_\Phi}; \quad (33)$$

$$\Phi_\eta = \frac{9(\varphi_4(u_{CH}) + 2\varphi_4(u_{CG}) \cos \gamma) - B_H \varphi_3(u_{CH})}{Z_\Phi} - \frac{2B_G \varphi_3(u_{CG}) \cos 0,5v \cos \gamma}{Z_\Phi}; \quad (34)$$

$$\Phi_g = \frac{\varphi_5(u_{CH}) - \varphi_5(u_{OC}) + 2\varphi_5(u_{CG}) \cos \gamma}{2Z_\Phi} + \frac{2G_H \varphi_3(u_{CH}) - 2\varphi_5(u_{BC}) \cos \delta + 4G_G \varphi_3(u_{CG}) \cos 0,5v \cos \lambda}{2Z_\Phi}; \quad (35)$$

$$Z_\Phi = 2(\varphi_2(u_{CH}) + \varphi_2(u_{OC}) + 2\varphi_2(u_{BC}) \cos^2 \delta - \varphi_3(u_{BC}) \cos^2 \delta + 2\varphi_2(u_{CG})) + 2A_G \varphi_3(u_{CG}) \cos 0,5v \cdot \cos \gamma + A_H \varphi_3(u_{CH}). \quad (36)$$

Зависимости для определения поперечных сил в стержнях можно записать в следующем виде:

$$\bar{V}_C^{OC} = \frac{V_C^{OC}}{\beta^3 EA} = - \frac{12}{n^2} \cdot \eta_2(u_{CO}) \chi + \frac{6}{n^2} \varphi_4(u_{CO}) \Theta_C - \frac{q_0 l}{4\beta^3 EA}; \quad (37)$$

$$\bar{V}_B^{BC} = \frac{V_B^{BC}}{\beta^3 EA} = - \frac{q_0 l}{4\beta^3 EA}; \quad (38)$$

$$\bar{V}_C^{CH} = \frac{V_C^{CH}}{\beta^3 EA} = - \frac{12}{n^2} \cdot \eta_2(u_{CH}) \cdot 3m\eta + \frac{6}{n^2} \varphi_4(u_{CH}) (\Theta_C + \Theta_H) - \frac{q_0 l}{4\beta^3 EA}; \quad (39)$$

$$\bar{V}_C^{CG} = \frac{V_C^{CG}}{\beta^3 EA} = - \frac{12}{n^2} \cdot \eta_2(u_{CG}) \cdot 3m\eta + \frac{6}{n^2} \varphi_4(u_{CG}) (\Theta_C \cos \gamma + \Theta_H \cos 0,5v) - \frac{q_0 l}{4\beta^3 EA}, \quad (40)$$

где \bar{V} – безразмерный параметр поперечной силы в рассматриваемом стержне; V – поперечная сила в стержне; EA – жёсткость стержня на растяжение и сжатие.

Учёт продольно-поперечного изгиба важен, поскольку позволяет установить точные значения поперечных сил в стержнях, входящих в уравнения равновесия (1) и (2), в зависимости от формы изогнутой оси стержня.

Параметр n связывает геометрические характеристики подобного сечения и геометрические характеристики стержневой системы, определённый как эквивалентная гибкость сетчатого купола, вычисляемая по формуле:

$$n = \sqrt{\frac{I^2 \beta^2 EA}{EI}} = \frac{\beta \cdot I}{i} = \frac{\Delta_1}{i}, \quad (41)$$

где Δ_1 – стрела подъёма стержневого многогранника; i – радиус инерции поперечного сечения стержневого купола в радиальной плоскости.

Величины безразмерных параметров осевых сил можно определить из уравнений равновесия узлов в горизонтальном направлении, рассматривая их перемещение в горизонтальной плоскости. Вывод величин параметров осевых сил описан подробно в работах [7, 8]. При этом принимается, что горизонтальные проекции поперечных сил малы по сравнению с горизонтальными проекциями осевых сил.

$$\bar{\varepsilon}_{OC} = \frac{N_{OC}}{\beta^2 EA} = \chi(1 - 0,5\chi) + 0,5 \cdot \bar{\varepsilon}_{BC} \sec \delta; \quad (42)$$

$$\bar{\varepsilon}_{CH} = \frac{N_{CH}}{\beta^2 EA} = \frac{4 \cos^2 \tau}{1 + 4 \cos^2 \tau} (9\eta m^2 (1 - 0,5\eta) - 0,5 \bar{\varepsilon}_{BC} \sec \delta); \quad (43)$$

$$\bar{\varepsilon}_{CG} = \frac{N_{CG}}{\beta^2 EA} = 0,5 \cdot \bar{\varepsilon}_{CH} \sec 0,5v; \quad (44)$$

$$\bar{\varepsilon}_{BC} = \frac{N_{BC}}{\beta^2 EA} = 2 \cos \delta \frac{36m^2 \eta (1 - 0,5\eta) \cos^2 \tau (1 + \cos \gamma \cdot \sec 0,5v)}{(1 + 4 \cos^2 \tau)(1 + 4 \cos^2 \delta) + 4 \cos^2 \tau (1 + \cos \gamma \cdot \sec 0,5v)} - \frac{2 \cos \delta \chi (1 - 0,5\chi) (1 + 4 \cos^2 \tau)}{(1 + 4 \cos^2 \tau)(1 + 4 \cos^2 \delta) + 4 \cos^2 \tau (1 + \cos \gamma \cdot \sec 0,5v)}. \quad (45)$$

Параметр u здесь для каждого из стержней может быть записан в виде следующего равенства:

$$u = l \sqrt{\frac{N}{EI}} = \sqrt{\frac{\varepsilon \beta^2 I^2 EA}{EI}} = n \sqrt{\varepsilon}. \quad (46)$$

Разделив уравнения равновесия узлов на вертикальную ось (1) и (2) на $\beta^3 EA$, составив вертикальные проекции осевых сил на вертикальную ось, можно получить следующие выражения:

$$6(\bar{\varepsilon}_{OC} (1 - \chi) - \bar{V}_{OC}) = 0; \quad (47)$$

$$3m \cdot (\bar{\varepsilon}_{CH} + 2\bar{\varepsilon}_{CG})(1 - \eta) - \bar{\varepsilon}_{OC} (1 - \chi) + \bar{V}_{OC} - \bar{V}_{CH} - 2\bar{V}_{CG} = 0. \quad (48)$$

Выражения (42) и (43) содержат величину распределённой нагрузки, входящую в состав выражений параметров поперечных сил и параметров углов поворота узлов. Соотнося величины распределённых нагрузок на стержни, выраженные из уравнений (42) и (43) и стоящих по одну сторону знака равенства, можно соотнести и другие части этих уравнений, стоящих по другую сторону знака равенства:

$$\frac{3m(\bar{\varepsilon}_{CH} + 2\bar{\varepsilon}_{CG})(1 - \eta) - \bar{\varepsilon}_{OC} (1 - \chi) + \bar{Q}_{OC} - \bar{Q}_{CH} - 2\bar{Q}_{CG}}{6(\bar{\varepsilon}_{OC} (1 - \chi) - \bar{Q}_{OC})} - \Omega = 0, \quad (49)$$

где

$$\Omega = \frac{1 + 4\Phi_g (2\cos \gamma + 2\cos 0,5v \cdot A_G + A_H) - G_G (G_H - 8\cos 0,5v)}{1 - 24\Phi_g}; \quad (50)$$

$$\bar{Q}_C^{OC} = -\frac{12}{n^2} \cdot \eta_2 (u_{CH}) \chi + \frac{6}{n^2} \Phi_4 (u_{CO}) \Psi_C; \quad (51)$$

$$\bar{Q}_C^{CH} = -\frac{12}{n^2} \cdot \eta_2 (u_{CH}) \cdot 3m\eta + \frac{6}{n^2} \Phi_4 (u_{CH}) (\Psi_C + \Psi_H); \quad (52)$$

$$\bar{Q}_C^{CG} = -\frac{12}{n^2} \cdot \eta_2 (u_{CG}) \cdot 3m\eta + \frac{6}{n^2} \Phi_4 (u_{CG}) (\Psi_C \cos \gamma + \Psi_H \cos 0,5v); \quad (53)$$

$$\Psi_H = A_H \Psi_C + m\eta \cdot B_H; \quad (54)$$

$$\Psi_G = A_G \Psi_C + m\eta \cdot B_G; \quad (55)$$

$$\Psi_C = \Phi_\chi \cdot \chi + \Phi_\eta \cdot m\eta. \quad (56)$$

Следует отметить, что выражения параметров поперечных сил (51–53) и выражения параметров углов поворота (54–56) совпадают с полученными ранее при решении подобной задачи, в которой нагружение сетчатого купола производилось сосредоточенной узловой нагрузкой [9]. Таким образом, полученные выше зависимости параметров внутренних усилий от параметров перемещений узлов сетчатого купола, являются наиболее общими.

Задаваясь величиной эквивалентной гибкости n , параметром перемещения верхнего стержневого многогранника χ , можно определить параметр перемещения узлов второго яруса η . Подставляя полученные значения в выражение, связывающее параметр распределённой нагрузки и параметры перемещений узлов и величину эквивалентной гибкости, можно вычислить его величину для каждого из полученных параметров:

$$R_0 = \frac{q_0 l}{2\beta^3 EA} = \frac{q_0 \sqrt{3} l^2}{6\beta^3 EA} = \frac{2(\bar{\varepsilon}_{OC} (1 - \chi) - \bar{Q}_{OC})}{1 - 24\Phi_g}, \quad (57)$$

где q_0 – нагрузка, распределённая по площади поверхности купола.

Величина R_0 в выражении (57) является безразмерным параметром равнодействующей распределённой нагрузки по длине стержня. На рисунках 4–6 представлены диаграммы равновесных состояний шестиугольных в плане стержневых многогранников, построенных в осях $R_0 - \chi$ для коэффициентов m , учитывающих наличие начальных несовершенств.

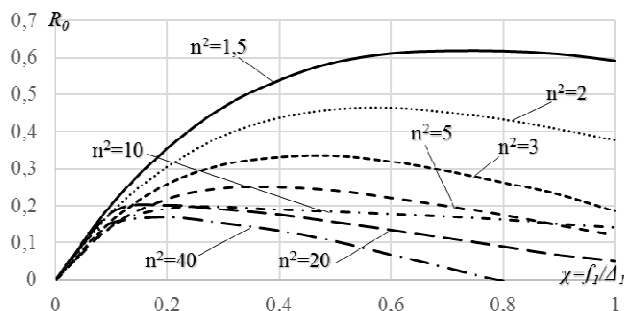


Рисунок 4 – Диаграммы равновесных состояний стержневых многогранников при $m=0.8$

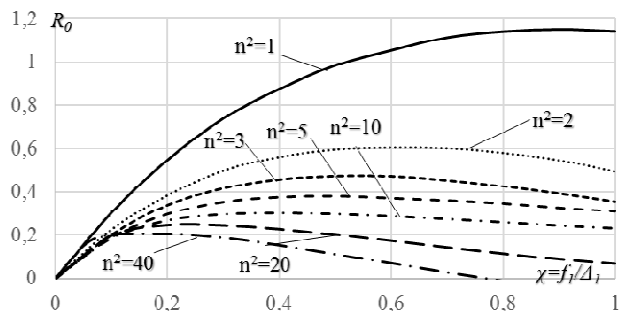


Рисунок 5 – Диаграммы равновесных состояний стержневых многогранников при $m=1$

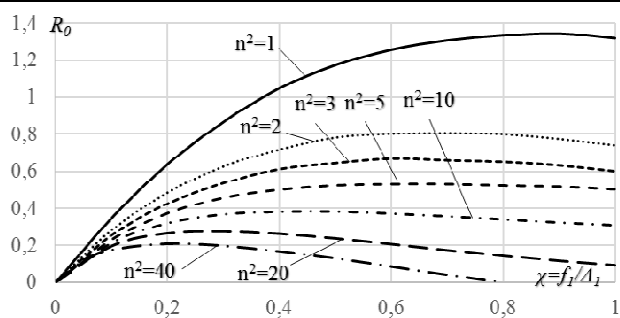


Рисунок 6 – Диаграммы равновесных состояний стержневых многогранников при $m=1,2$

Процессы деформирования стержневых многогранников, представленные на рисунках 4–6, являются геометрически нелинейными. Это вызвано нелинейным изменением параметров осевых сил, представленных в выражениях (42)–(45), и их вертикальных проекций. Каждая из представленных диаграмм равновесных состояний имеет точку бифуркации, соответствующую критическому параметру нагрузки, при достижении которого вертикальные проекции внутренних усилий, возникающих в стержнях рассматриваемого многогранника, не способны уравновесить дальнейшее положительное приращение внешней нагрузки. Критическому параметру внешней нагрузки при этом соответствует максимальное значение на каждой из представленных диаграмм. Данный вид потери устойчивости можно классифицировать как потерю устойчивости второго рода, которая сопровождается непропорциональным приращением перемещений от приращения нагрузки без приобретения качественно новой формы деформирования стержневых многогранников.

Полученные для различных величин квадратов эквивалентной гибкости n^2 для разных величин коэффициента m , учитывающего начальные несовершенства формы осесимметричного характера, величины верхних критических нагрузок можно представить в виде диаграммы, представленной на рисунке 7.

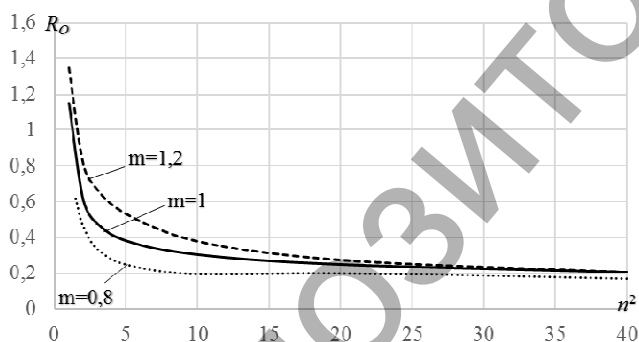


Рисунок 7 – Диаграммы изменения верхних критических нагрузок

Критерием устойчивости стального однослойного сетчатого купола, проявляющейся в «прощёлкивании» его узлов к центру кривизны описанной поверхности, является следующее неравенство:

$$R_0 > \frac{q\sqrt{3}l^2}{6\beta^3 EA}, \quad (58)$$

где q – величина приложенной распределённой по площади нагрузки.

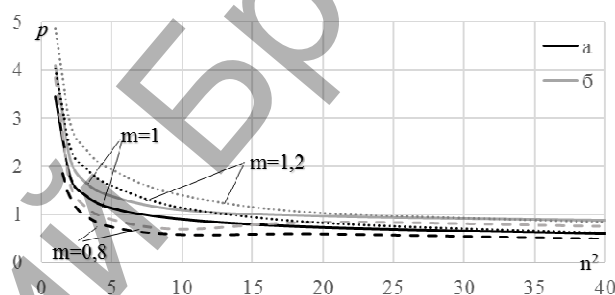
Для проверки устойчивости формы стального однослойного сетчатого купола на основе исходных данных необходимо определить величину эквивалентной гибкости исследуемого стержневого многогранника n и его форму в плане длины его стержней. При проверке устойчивости формы существующего сетчатого купола, форма которого известна, необходимо определить также коэффициент, учитывающий начальное геометрическое несовершенство формы стержневого многогранника m , в случае проверки устойчивости формы проектируемого сооружения $m=1$. Используя критерий устойчивого

состояния в виде неравенства (58), произвести сравнение вычисленного безразмерного параметра распределённой нагрузки с его критическим значением.

Представленное выше решение задачи потери устойчивости формы стельных сетчатых куполов с жёсткими узлами при действии распределённой нагрузки можно сопоставить с полученным ранее для действия сосредоточенной узловой нагрузки [9]. Также в полученном выражении (44) можно принять $\Omega=0$, а справа от знака равенства подставить единицу вместо нуля (узловая нагрузка при этом принимается равной по значению во всех узлах), в выражении (42) также следует подставить справа от знака равенства p вместо нуля, где p_{y3} – безразмерный параметр узловой нагрузки. Приводя распределённую нагрузку к узловой, внешнее давление следует умножить на грузовую площадь, при этом будет справедливо следующее выражение:

$$p_{y3} = q_0 S = 3R_0, \quad (59)$$

Сравнение результатов расчёта при действии узловой нагрузки и распределённой с учётом выражения (54) представлено графически на рисунке 8.

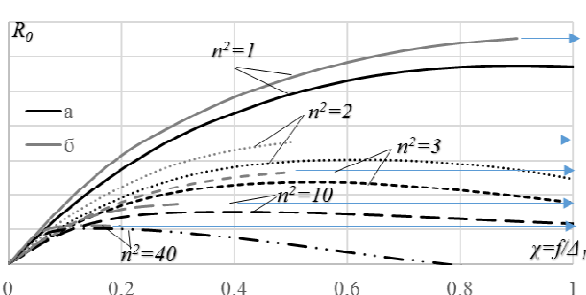


а – распределённая нагрузка, приведённая к узловой, б – узловая сосредоточенная нагрузка

Рисунок 8 – Диаграммы изменения верхних критических нагрузок

Сравнивая значения верхних критических нагрузок, полученных при действии сосредоточенной узловой нагрузки и при действии нагрузки, равномерно распределённой по поверхности сетчатого купола, можно утверждать, что характер диаграмм в целом совпадает, однако значения критических нагрузок (узловой и приведённой к узловой) различаются на 21–43%. Значения приведённой к узловой внешней нагрузки является наименьшим. Следует отметить, что подобное сравнение может быть справедливо при достаточно густой стержневой сети.

Произведено сравнение диаграмм равновесных состояний, полученных аналитически по предложенной методике, и диаграмм деформирования для верхнего стержневого многогранника шарнирно опёртых четырёхъярусных сетчатых куполов, сеть которых построена по радиально-кольцевой схеме. Были произведены численные расчёты в программе SAP2000 с учётом геометрической нелинейности, полагая модуль упругости материала стержней постоянным. В качестве аргумента при проведении численных расчётов принималась внешняя нагрузка, радиус кривизны описанной окружности и радиус инерции поперечных сечений стержней подбирались так, чтобы величина квадрата эквивалентной гибкости n^2 равнялась 1; 2; 3; 10; 40. Результаты численного расчёта и расчёта по предложенной методике представлены на рисунке 9.



а – расчёт по предложенной методике, б – численный расчёт

Рисунок 9 – Диаграммы равновесных состояний

Характеры диаграмм, полученных при помощи численного расчёта, используя нагрузку в качестве аргумента, и по предложенной методике, совпадают, однако их ординаты отличаются на 11–20%. При отсутствии критерия достижения критической нагрузки сложно судить о наступлении потери устойчивости формы сетчатого купола – необходимо сравнивать перемещение центрального узла относительно соседних в пределах рассматриваемого яруса и стрелу подъёма рассматриваемого стержневого многогранника. Стрелками на диаграммах деформирования, полученных в результате численного расчёта, показан переход из одного равновесного состояния, соответствующего выпуклой форме стержневого многогранника, к другому равновесному состоянию, соответствующему его вогнутой форме, при достижении которой внутренние усилия в стержнях способны уравновесить внешнюю нагрузку. Точное значение критической нагрузки при пошаговом назначении внешней распределённой нагрузки не может быть найдено. Также сложно судить и о существовании критического значения внешней нагрузки – в интервале перемещений рассматриваемого узла относительно нижележащих соседних при переходе из выпуклой формы стержневого многогранника к вогнутой может находиться как нисходящая ветвь диаграммы равновесных состояний (неустойчивое состояние), так и восходящая (устойчивое состояние) или горизонтальный участок, который соответствует безразличному равновесному состоянию стержневого многогранника.

Заключение. Полученные зависимости, описывающие характер деформирования стержневых многогранников, образующих однослойные сетчатые купола, позволяют учитывать их геометрически нелинейное деформирование, продольно-поперечный изгиб в стержнях и начальные геометрические несовершенства формы осесимметричного характера, что даёт возможность наиболее точно вычислить величину критической нагрузки.

Предложены графические зависимости изменения безразмерных параметров критических распределённых нагрузок для выпуклых стержневых многогранников в виде правильных шестиугольников в плане для различных величин их эквивалентной гибкости. Предложенные графические зависимости позволяют вычислять величины критических распределённых нагрузок, вызывающих потерю устойчивости формы стальных однослойных сетчатых куполов с жёсткими узлами. Сформулирован критерий устойчивости формы однослойных сетчатых куполов с жёсткими узлами.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Вольмир, А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1967. – 948 с.
2. Журавлев, А. А. Прощелкивание стержневой конструкции сетчатого купола в форме 980-гранника / А. А. Журавлев // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1983. – № 6. – С. 34–39.
3. Klöppel, K. Zur Berechnung von Netzkuppeln / K. Klöppel, R. Schardt // Der Stahlbau. – 1962. – № 5. – S. 129–136.
4. Suzuki, T. Elastic buckling analysis of rigidly jointed single-layer reticulated domes with random initial imperfection / T. Suzuki, T. Ogawa, K. Ikarashi // Int J Space Struct. – 1992. – № 7 (4). – P. 265–273.
5. Пиковский, А. Ф. Статика стержневых систем со сжатыми элементами / А. Ф. Пиковский. – М.: ФИЗМАТГИЗ, 1961. – 396 с.
6. Корноухов, Н. В. Прочность и устойчивость стержневых систем / Н. В. Корноухов. – М.: Стройиздат, 1949. – 376 с.
7. Драган, В. И. Определение продольных сил в стержнях и критических нагрузок, вызывающих местную потерю устойчивости сетчатого купола / В. И. Драган, К. К. Глушко // Теория и практика исследований и проектирования в строительстве с применением систем автоматизированного проектирования (САПР): сб. ст. Междунар. науч.-техн. конф., Брест, 30–31 марта 2017 г. / Брест. гос. техн. ун-т; редкол.: С. М. Семенюк [и др.]. – Брест: БрГТУ, 2017. – С. 39–46.
8. Глушко, К. К. Исследование устойчивости формы стержневых многогранников сетчатых куполов / К. К. Глушко // Теория и практика исследований и проектирования в строительстве с применением систем автоматизированного проектирования (САПР): сб. ст. II Междунар. науч.-техн. конф., Брест, 29–30 марта 2018 г. / Брест. гос. техн. ун-т; редкол.: С. М. Семенюк [и др.]. – Брест: БрГТУ, 2018. – С. 24–33.
9. Драган, В. И. Определение изгибающих моментов и поперечных сил в радиальной плоскости в стержнях сетчатого купола / В. И. Драган, К. К. Глушко // Теория и практика исследований и проектирования в строительстве с применением систем автоматизированного проектирования (САПР): сб. ст. Междунар. науч.-техн. конф., Брест, 30–31 марта 2017 г. / Брест. гос. техн. ун-т; редкол.: С. М. Семенюк [и др.]. – Брест: БрГТУ, 2017. – С. 31–38.

Материал поступил в редакцию 15.01.2019

HLUSHKO K.K. Устойчивость формы стальных однослойных сетчатых куполов с жёсткими узлами при действии распределённой внешней нагрузки

The problem of the stability of the form of mesh steel domes with rigid knots in the form of forcing to the center of curvature of the described surface of their individual core polyhedra under the action of a distributed load is considered. A technique has been developed for checking the loss of stability of the shape of mesh domes.

УДК 624.044:624.0.12.4

Санникова О. Г., Тур В. В.

СОПРОТИВЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ НАПРЯГАЮЩЕГО БЕТОНА В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Введение. Широкое применение самонапряженных конструктивных элементов в условиях двухосного ограничения невозможно без разработки научно обоснованных методов определения напряженно-деформированного состояния таких элементов как при расширении напрягающего бетона, так и при действии нагрузок. Расчетные модели [1–3] для определения связанных деформаций расширения и самонапряжений, разработанные в середине 80-х годов прошлого века отечественными исследователями, рассматривались как значительное продвижение в области расчета конструктивных элементов, выполненных из напрягающего бетона. Однако накоп-

ленная к настоящему времени база результатов экспериментально-теоретических исследований в области самонапряженных элементов свидетельствует об ограниченности существующих методов расчета, поскольку модели [1–3], основанные на энергетическом подходе, содержали в качестве основного параметра нормируемую величину расчетного самонапряжения, при этом деформации элемента рассматривались как производные от самонапряжения.

В свою очередь отсутствие рациональной расчетной модели для определения параметров плоского напряженно-деформированного состояния на этапе расширения напрягающего бетона не позволяет

Санникова Ольга Геннадьевна, старший преподаватель кафедры геотехники и транспортных коммуникаций, магистр технических наук Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.