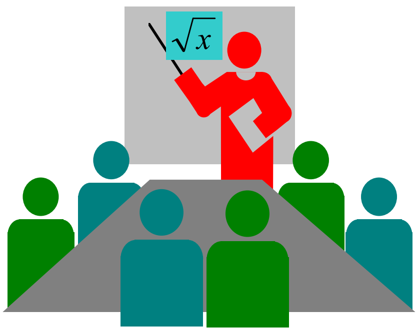
Министерство образования Республики Беларусь

Брестский политехнический институт

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА

Материалы вступительных экзаменов по математике в Брестский политехнический институт в 1999 году



Брест 1999

ББК 51(075.4)
УДК 22.1я729
М 23

Пособие содержит материалы вступительных экзаменов по математике в Брестский политехнический институт в 1999 году с решениями и комментариями. Приведены варианты письменных экзаменов, вариантов письменных заданий выпускных экзаменов для слушателей подготовительного отделения, варианты заданий для собеседования.

Предназначено школьникам, абитуриентам, слушателям подготовительных курсов, учителям.

Составители: Махнист Л.П., к.т.н., доцент
Рубанов В.С., к.ф.-м.н., доцент

Рецензент: Чичурин А.В., к.ф.-м.н., доцент кафедры “Дифференциальные уравнения и математический анализ” БрГУ

Содержание

Введение

По результатам вступительных экзаменов в Брестском политехническом институте ежегодно готовится учебное пособие, в котором приводятся материалы письменных вступительных экзаменов и материалы собеседования по математике.

Предлагаемое пособие предназначено для будущих абитуриентов высших учебных заведений и дает возможность оценить уровень требований, предъявляемых абитуриентам Брестского политехнического института в 1999 году. По своей структуре и методике подачи материала настоящее пособие опирается на опыт и продолжает идеи, заложенные в аналогичных изданиях предыдущих лет.

Вступительные экзамены по математике в 1999 году проводились в традиционной письменной форме, а также в форме собеседования с учетом формы обучения, специальности, конкурса и категории абитуриентов.

Экзамены по математике в письменной форме сдавали поступавшие на все факультеты института:

электронно-механический факультет (специальности – вычислительные системы и сети; автоматизированные системы обработки информации; технология, оборудование и автоматизация машиностроения);

экономический факультет (специальности – бухгалтерский учет, анализ и аудит; маркетинг; мировая экономика и международные экономические отношения; коммерческая деятельность; финансы и кредит);

строительный факультет (специальности – архитектура; производство строительных изделий и конструкций; промышленное и гражданское строительство; строительство дорог);

факультет водоснабжения и гидромелиорации (специальности – водоснабжение, водоотведение, очистка природных и сточных вод; мелиорация и водное хозяйство);

заочный факультет (специальности – бухгалтерский учет, анализ и аудит; коммерческая деятельность; маркетинг; водоснабжение, водоотведение, очистка природных и сточных вод; промышленное и гражданское строительство; технология, оборудование и автоматизация машиностроения);

Экзаменационные материалы готовились строго в соответствии с программой вступительных экзаменов по математике.

Задания письменного экзамена представляли четыре равноценных варианта, каждый из которых содержал шесть задач различного уровня сложности. В каждом предложенном варианте содержались задачи, приближенные к стандартным школьным образцам и не вызывающие особых затруднений для абитуриентов, однако, присутствовала одна или две задачи, требующие способностей к логическому мышлению и некоторой самостоятельности в выборе одного из возможных путей решения.

Конкретный комплект вариантов определялся жеребьевкой кем-либо из абитуриентов из предложенного набора непосредственно в аудитории. На выполнение письменной работы отводилось 4 часа (240 минут) с момента получения задания.

Выпускные экзамены по математике для слушателей подготовительного отделения института проводились в аналогичных условиях.

Собеседование по математике проводилось для поступавших в институт на платной основе. Абитуриентам предлагалось задание, состоящее из пяти задач, не требующих громоздких решений. На выполнение задания отводился 1 час (60 минут).

В настоящем пособии в главе 1 представлены экзаменационные материалы письменных экзаменов по математике в Брестском политехническом институте в 1999 году. Причем два варианта задания из каждого комплекта вариантов дается с решениями, а два других с ответами, помещенными в приложении.

В главе 2 представлены варианты письменных заданий для выпускного экзамена по математике предлагавшихся слушателям подготовительного отделения института в 1999 году. Два варианта задания из каждого комплекта вариантов дается с решениями, а два других с ответами, помещенными в приложении.

В главе 3 представлены варианты заданий для собеседования по математике. Излагается решение одного из каждой пары предлагавшихся вариантов, для второго даются ответы, указанные в приложении.

При изложении решений авторы не претендуют на "оптимальные" способы решения. Даже решения типовых задач из разных вариантов часто даются с несовпадающими комментариями. Возможно, читателям удастся найти более простые, более понятные, а может быть, совершенно нестандартные подходы к решению задач. Успехов в этом и на вступительных экзаменах будущим абитуриентам!

В заключение авторы хотели бы выразить благодарность всем членам экзаменационной комиссии по математике за ценные советы и помощь, замечания и советы, оказанные в процессе подготовки и использования материалов вступительных экзаменов.

<u>Глава 1.</u> Варианты письменных заданий по математике на вступительных экзаменах

1.1. Электронно-механический факультет

1.1.1. Специальности: автоматизированные системы обработки информации; вычислительные системы и сети

Вариант № 41

1. Вычислить $\dfrac{14\sin 143^\circ - 5\cos 127^\circ}{\sin 37^\circ}$
2. Решить уравнение $\left(\dfrac{49}{16}\right)^{x+1} = \left(\dfrac{4}{7}\right)^{9}$
3. Решить уравнение $(x+0{,}5)(x^2-9) = (2x+1)(x+3)^2$
4. В треугольнике ABC величина угла BAC равна 60^0, а радиус окружности с центром в точке O, описанной около треугольника, равен $\sqrt[4]{3}$. Найти площадь треугольника OBC.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$$y = 3\sin^2 x + 2\sin 2x + 6\cos^2 x$$
6. Найти все значения параметра p, при каждом из которых уравнение $p\cdot 9^x - 4\cdot 3^x + 1 = 0$ имеет единственное решение.

Решение варианта № 41

1. $\dfrac{14\sin 143^0 - 5\cos 127^0}{\sin 37^0} = \dfrac{14\sin(180^\circ - 37^\circ) - 5\cos(90^0 + 37^0)}{\sin 37^0} = \dfrac{19\sin 37^\circ}{\sin 37^0} = 19.$

Ответ: 19.

2. $\left(\left(\dfrac{49}{16}\right)^{x+1} = \left(\dfrac{4}{7}\right)^{9}\right) \Leftrightarrow \left(\left(\dfrac{7}{4}\right)^{2(x+1)} = \left(\dfrac{7}{4}\right)^{-9}\right) \Leftrightarrow (2x+2=-9) \Leftrightarrow (x=-5{,}5).$

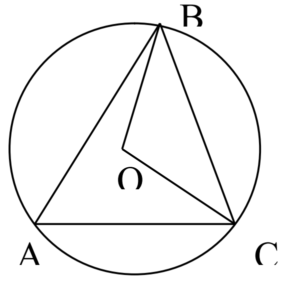
Ответ: -5,5.

3. $\left((x+0{,}5)(x^2-9) = (2x+1)(x+3)^2\right) \Leftrightarrow \left((x+0{,}5)(x-3)(x+3) - 2(x+0{,}5)(x+3)^2 = 0\right) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left((x+0{,}5)(x+3)(x-3-2(x+3)) = 0\right) \Leftrightarrow \left((x+0{,}5)(x+3)(x+9) = 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-0{,}5 \\ x=-3 \\ x=-9 \end{array}\right. .$$

Ответ: x=-9; x=-3; x=-0,5.

4.



Дано: $\angle$BAC=60°; R=$\sqrt[4]{3}$. Найти: S_{OBC}.

1). $\angle$BOC=2·$\angle$BAC=120°.

2). Рассмотрим ΔBOC: $S_{OBC} = \dfrac{1}{2}$OB·OC·sin$\angle$BOC.

Учитывая, что радиус описанной окружности равен $\sqrt[4]{3}$, получаем $S_{OBC} = \dfrac{1}{2}\sqrt[4]{3}\sqrt[4]{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3}{4}$.

Ответ: $\frac{3}{4}$.

5. *Способ 1.* Преобразуем данную функцию:
$y=3\sin^2x+2\sin2x+6\cos^2x=\sin^2x+4\sin x\cdot\cos x+4\cos^2x+2=(\sin x+2\cos x)^2+2$.
Учитывая, что период функции $y(x)$ $T=\pi$ (так как $y(x+\pi)=(\sin(x+\pi)+2\cos(x+\pi))^2+2=(-\sin x-2\cos x)^2+2=(\sin x+2\cos x)^2+2=y(x)$), найдем ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке $[0; \pi]$:
$y'(x)=2(\sin x+2\cos x)(\cos x-2\sin x)\Rightarrow$

$$\big(2(\sin x+2\cos x)(\cos x-2\sin x)=0\big)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} tgx=\frac{1}{2} \\ tgx=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=arctg\frac{1}{2}+\pi k, k\in Z \\ x=arctg(-2)+\pi n, n\in Z\end{array}\right..$$

Вычислим значения функции $y(x)$ в точках 0; $\operatorname{arctg}(1/2)$; $\operatorname{arctg}(-2)+\pi$; π.
$y(0)=6$; $y(\pi)=6$. Используя формулы $\cos^2 x=\frac{1}{1+tg^2x}$, $\sin^2x=\frac{tg^2x}{1+tg^2x}$ и учитывая, что в первой четверти $\sin x\geq0$ и $\cos x\geq0$, находим $y(\operatorname{arctg}(1/2))=7$.
$y(\operatorname{arctg}(-2)+\pi)=2$, т.к. $\sin x\geq0$ и $\cos x\leq0$ во второй четверти или учитывая, что: $\big(x=arctg(-2)+\pi n, n\in Z\big)\Leftrightarrow\big(tgx=-2\big)\Leftrightarrow\big(\sin x+2\cos x=0\big)$.
Следовательно: $\min y(x)=y(\operatorname{arctg}(-2)+\pi n)=2$; $\max y(x)=y(\operatorname{arctg}(1/2)+\pi k)=7$.
Способ 2. Преобразуем данную функцию:
$y=3\sin^2x+2\sin2x+6\cos^2x=\sin^2x+4\sin x\cdot\cos x+4\cos^2x+2=(\sin x+2\cos x)^2+2=$
$=5\left(\frac{2}{\sqrt5}\cos x+\frac{1}{\sqrt5}\sin x\right)^2+2=5(\cos x\cos\alpha+\sin x\sin\alpha)^2+2=5\cos^2(x-\alpha)+2$, где
$\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt5}$, $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt5}$. Учитывая, что $0\leq\cos^2(x-\alpha)\leq1$ получим, $2\leq y(x)\leq7$.
Следовательно: $\min y(x)=2$; $\max y(x)=7$.
Ответ: $\min y=2$; $\max y=7$.

6. *Способ 1.* 1). Рассмотрим $p=0$. Тогда получаем уравнение $3^x=\frac{1}{4}$, которое имеет единственное решение $x=\log_3\frac{1}{4}$.

2). Пусть $p\neq0$. Тогда данное уравнение будет квадратным относительно некоторой переменной $t=3^x$: $pt^2-4t+1=0$.
Найдем, при каких значениях параметра уравнение может иметь решения:
$\left(\frac{D}{4}=4-p\right)\Rightarrow(4-p\geq0)\Leftrightarrow(p\leq4)$.

Исходное уравнение будет иметь единственное решение при $D=0$, т.е. $p=4$ $\left(x=\log_3\frac{1}{2}\right)$, и в случае, когда корни квадратного уравнения будут разных знаков, т.к. $3^x > 0$ при $\forall$х. Тогда, применяя теорему Виета, получаем $x_1 x_2 = \frac{1}{p} < 0$, т.е. p<0.

Способ 2. Решим уравнение:

$$\left(p \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 1 = 0\right) \Leftrightarrow \left(p = \frac{4 \cdot 3^x - 1}{3^{2x}}\right) \Leftrightarrow \left(4 \cdot \frac{1}{3^x} - \frac{1}{3^{2x}} = p\right) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3^{2x}} - 4 \cdot \frac{1}{3^x} + 4 = 4 - p\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left(\frac{1}{3^x} - 2\right)^2 = 4 - p\right) \Leftrightarrow \left(\left|\frac{1}{3^x} - 2\right| = \sqrt{4 - p}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{3^x} = 2 + \sqrt{4 - p} \\ \frac{1}{3^x} = 2 - \sqrt{4 - p} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = \frac{1}{2 + \sqrt{4 - p}} \\ 3^x = \frac{1}{2 - \sqrt{4 - p}} \end{array}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_3 \frac{1}{2 + \sqrt{4 - p}} \\ x = \log_3 \frac{1}{2 - \sqrt{4 - p}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\log_3\left(2 + \sqrt{4 - p}\right) \\ x = -\log_3\left(2 - \sqrt{4 - p}\right) \end{array}\right..$$

Тогда исходное уравнение имеет единственное решение если:

$$\begin{cases} 2 + \sqrt{4 - p} > 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2 + \sqrt{4 - p} = 2 - \sqrt{4 - p} \\ 2 - \sqrt{4 - p} \le 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4 - p} > -2 \\ \left[\begin{array}{l} 2\sqrt{4 - p} = 0 \\ \sqrt{4 - p} \ge 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - p \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} 4 - p = 0 \\ 4 - p \ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \le 4 \\ \left[\begin{array}{l} p = 4 \\ p \le 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p = 4 \\ p \le 0. \end{array}\right.$$

Ответ: (-∞;0]$\cup${4}.

Вариант № 42

1. Вычислить $\frac{7\sin 258^\circ + 13\sin 102^\circ}{\sin 78^\circ}$
2. Решить уравнение $\left(\frac{3}{5}\right)^{2x} = \left(\frac{25}{9}\right)^{-3}$
3. Решить уравнение $(x+2)^2(10x+4) = 5 \cdot (x + 0{,}4)(x^2 - 4)$
4. В треугольнике АВС величина угла АСВ равна 120^0. Найти длину стороны АВ, если радиус описанной окружности равен $\sqrt{75}$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$$y = \sqrt{11 - \sin 2x - 4\cos x - 4\sin x}$$
6. Найти все значения параметра р, при каждом из которых неравенство $36^x + p \cdot 6^x + p + 8 \le 0$ имеет хотя бы одно решение.

Решение варианта № 42

1. $\frac{7\sin 258^0 + 13\sin 102^0}{\sin 78^0} = \frac{7\sin\left(180^0 + 78^0\right) + 13\sin\left(180^0 - 78^0\right)}{\sin 78^\circ} = \frac{6\sin 78^0}{\sin 78^0} = 6.$

Ответ: 6.

2. $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^{2x} = \left(\frac{25}{9}\right)^{-3}\right) \Leftrightarrow \left(\left(\frac{3}{5}\right)^{2x} = \left(\frac{3}{5}\right)^{6}\right) \Leftrightarrow (x = 3).$

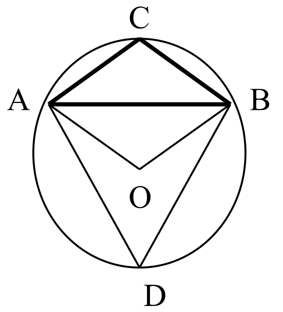
Ответ: x=3.

3. $\left((x+2)^2(10x+4)=5(x+0{,}4)(x^2-4)\right)\Leftrightarrow\left(2(x+2)^2(x+0{,}4)-(x+0{,}4)(x-2)(x+2)=0\right)\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\left((x+2)(x+0{,}4)(2(x+2)-(x-2))=0\right)\Leftrightarrow\left((x+2)(x+0{,}4)(x+6)=0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-0{,}4.\\x=-6\end{array}\right.$$

Ответ: x=-6; x=-2; x=-0,4.

4.



Дано: $\angle$ACB=120°; R=$\sqrt{75}$.
Найти: AB.
Четырехугольник ACBD – вписан в окружность, $\Rightarrow\angle$ADB=180°-120°=60°. Тогда получаем: $\angle$AOB= =2·$\angle$ADB=120°. По теореме косинусов для ΔAOB: AB^2=OA^2+OB^2-2OA·OB·cos120°=2R^2+2R^{2}cos60°= = 3R^2=215, откуда AB=15.
Ответ: AB=15.

5. *Способ 1.* Преобразуем данную функцию:

$$y=\sqrt{11-\sin 2x-4\cos x-4\sin x}=\sqrt{12-\cos^2 x-2\cos x\sin x-\sin^2 x-4(\cos x+\sin x)}=$$
$$=\sqrt{12-(\cos x+\sin x)^2-4(\cos x+\sin x)}$$

Введем обозначение:

$$t=\cos x+\sin x=\cos x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=2\cos\frac{\pi}{4}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right).$$

Заметим, что $t\in[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$.

Рассмотрим функцию z(t)=12-t^2-4t и найдем ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке $[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$: (z'=-2t-4)$\Rightarrow$(-2t-4=0)$\Rightarrow$(t=-2$\notin[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$). Вычисляя значения функции z(t) на концах отрезка: $z\left(-\sqrt{2}\right)=10+4\sqrt{2}$; $z\left(\sqrt{2}\right)=10-4\sqrt{2}$, получим, что $\max z=z\left(-\sqrt{2}\right)=10+4\sqrt{2}$; $\min z=z\left(\sqrt{2}\right)=10-4\sqrt{2}$.

Следовательно, наибольшее и наименьшее значения функции y(x) равны: $\max y=\sqrt{z\left(-\sqrt{2}\right)}=\sqrt{10+4\sqrt{2}}$; $\min y=\sqrt{z\left(\sqrt{2}\right)}=\sqrt{10-4\sqrt{2}}$.

Способ 2. Рассмотрим функцию: $z(x)=11-\sin 2x-4\cos x-4\sin x$.

Учитывая, что период функции z(x) T=2π, найдем ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке [0; 2π]:

$$z'(x)=-2\cos 2x+4\sin x-4\cos x=2\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)+4(\sin x-\cos x)=$$
$$=2(\sin x-\cos x)(\sin x+\cos x+2)\Rightarrow$$

$$\left(2(\sin x-\cos x)(\sin x+\cos x+2)=0\right)\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x-\cos x=0\\\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}tgx=1\\\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z\right).$$

Вычислим значения функции z(x) в точках 0; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$; 2π:

$z(0)=z(2\pi)=7$; $z(\frac{\pi}{4})=10-4\sqrt{2}$; $z(\frac{5\pi}{4})=10+4\sqrt{2}$.

Тогда $\max z = 10+4\sqrt{2}$, $\min z = 10-4\sqrt{2}$.

Следовательно, наибольшее и наименьшее значения функции y(x) равны: $\max y = \sqrt{10+4\sqrt{2}}$; $\min y = \sqrt{10-4\sqrt{2}}$.

Ответ: $\max y = \sqrt{10+4\sqrt{2}}$; $\min y = \sqrt{10-4\sqrt{2}}$.

6. *Способ 1.* $\left(36^x + p\cdot 6^x + p + 8 \le 0\right) \Leftrightarrow \left(6^{2x} + p\cdot 6^x + p + 8 \le 0\right)$

Обозначим через $y=6^x>0$. Тогда $y^2+py+p+8\le 0$.

Найдем, при каких значениях параметра p полученное неравенство имеет решения:

$$\left(D = p^2 - 4p - 32 \ge 0\right) \Rightarrow \left((p+4)(p-8)\ge 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p \le -4 \\ p \ge 8 \end{array}\right..$$

Для того, чтобы исходное неравенство имело хотя бы одно решение, нужно, чтобы неравенство $y^2+py+p+8\le 0$ имело по крайней мере одно положительное решение. Для этого достаточно, чтобы наибольший корень соответствующего уравнения являлся положительным числом:

$$\left(\frac{-p+\sqrt{p^2-4p-32}}{2} > 0\right) \Leftrightarrow \left(\sqrt{p^2-4p-32} > p\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} p \le -4 \\ p \ge 8 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} p < 0 \\ \begin{cases} p \ge 0 \\ p^2 - 4p - 32 > p^2 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} p \le -4 \\ p \ge 8 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} p < 0 \\ \begin{cases} p \ge 0 \\ p < -8 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left(p \le -4\right).$$

Способ 2. $\left(36^x + p\cdot 6^x + p + 8 \le 0\right) \Leftrightarrow \left(6^{2x} + p\cdot 6^x + p + 8 \le 0\right)$

Сделаем замену $t=6^x>0$. Тогда требуется найти значения p, при которых неравенство $t^2+pt+p+8\le 0$ выполняется хотя бы при одном положительном значении y. Это выполняется, если парабола $f(t)=t^2+pt+p+8$ имеет хотя бы один положительный корень. Последнее выполнено, если

$$\left[\begin{array}{l} f(0) < 0 \\ \begin{cases} D \ge 0 \\ t_в = -\frac{p}{2} > 0 \end{cases} \end{array}\right.,$$ где $t_в$ – абсцисса вершины параболы.

$$\left[\begin{array}{l} p + 8 < 0 \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} p \le -4 \\ p \ge 8 \end{array}\right. \\ p < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p < -8 \\ p \le -4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(p \le -4\right).$$

Ответ: (-∞;-4].

Вариант № 43

1. Вычислить $\frac{12\cos 276^\circ + 7\sin 186^\circ}{\sin 6^\circ}$
2. Решить уравнение $\left(\frac{3}{4}\right)^8 = \left(\frac{16}{9}\right)^{x-1}$
3. Решить уравнение $(2x-1)^2(5x-3) = (x-0{,}6)(16x^2-4)$
4. Около треугольника ABC с острым углом BAC, величина которого равна 45^0, описана окружность с центром в точке O. Найти ее радиус, если площадь треугольника OBC равна 18.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$$y = \cos^2 x + 5\sin^2 x + 3\sin x\cos x$$
6. Найти все значения параметра p, при каждом из которых уравнение $4^x - p\cdot 2^{x+1} - 3p^2 + 4p = 0$ имеет единственное решение.

Вариант № 44

1. Вычислить $\frac{2\cos 257^\circ + 17\cos 103^\circ}{\sin 13^\circ}$
2. Решить уравнение $\left(\frac{4}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{27}{64}\right)^{-7}$
3. Решить уравнение $(5x-1)(2x-5)^2 = (4x^2-25)(x-0{,}2)$
4. В треугольнике ABC длина стороны BC равна $2\sqrt{2}$, величина угла BAC равна 45^0. Найти радиус окружности, описанной около треугольника.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$$y = \sqrt{5(\cos x - \sin x) + 2\sin x\cdot\cos x + 23}$$
6. Найти все значения параметра p, при каждом из которых неравенство $25^x + 3 \le p + p\cdot 5^x$ имеет хотя бы одно решение.

1.1.2. Специальность: технология, оборудование и автоматизация машиностроения

Вариант № 33

1. Вычислить $\frac{\cos 48^\circ + \cos 42^\circ + \sqrt{2}\cos 3^\circ}{\sqrt{2}\sin 87^\circ}$
2. Решить неравенство $\frac{2x-1}{x+2} > 2$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$
4. Решить уравнение $9^x - 75\cdot 3^{x-1} = 54$
5. Решить неравенство $\sqrt{14-x} > 2-x$

6. В треугольнике ABC величины углов BAC и BCA равны соответственно 60^0 и 45^0, а радиус описанной около него окружности равен $\sqrt{3-\sqrt{3}}$. Найти площадь треугольника.

Решение варианта № 33

1. $$\frac{\cos 48^0 + \cos 42^0 + \sqrt{2}\cos 3^0}{\sqrt{2}\sin 87^0} = \frac{2\cos 45^0 \cos 3^0 + \sqrt{2}\cos 3^0}{\sqrt{2}\sin(90^\circ - 3^\circ)} = \frac{2\sqrt{2}\cos 3^0}{\sqrt{2}\cos 3^0} = 2.$$

Ответ: 2.

2. $$\left(\frac{2x-1}{x+2} > 2\right) \Leftrightarrow \left(\frac{2x-1-2(x+2)}{x+2} > 0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{-5}{x+2} > 0\right) \Leftrightarrow (x+2<0) \Leftrightarrow (x<-2).$$

Ответ: (-∞;-2).

3. $$\begin{cases} 3x-y=5 \\ 2x+3y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-5 \\ 2x+3(3x-5)=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-5 \\ 11x=22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}.$$

Ответ: (2;1).

4. $$\left(9^x - 75\cdot 3^{x-1} = 54\right) \Leftrightarrow \left(3^{2x} - 25\cdot 3^x - 54 = 0\right) \Leftrightarrow \left(\left(3^x-27\right)\left(3^x+2\right)=0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 27 \\ 3^x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(3^x = 3^3\right) \Leftrightarrow (x=3).$$

Ответ: x=3.

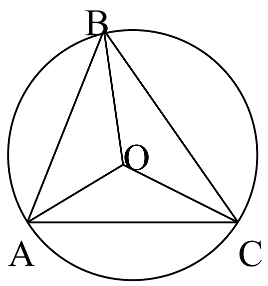
5. Решим неравенство:

$$\left(\sqrt{14-x} > 2-x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 14-x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2-x<0 \\ \begin{cases} 2-x\ge 0 \\ 14-x > 4-4x+x^2 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 14 \\ \left[\begin{array}{l} x>2 \\ \begin{cases} x\le 2 \\ x^2-3x-10<0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 14 \\ \left[\begin{array}{l} x>2 \\ \begin{cases} x\le 2 \\ (x-5)(x+2)<0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 14 \\ \left[\begin{array}{l} x>2 \\ \begin{cases} x\le 2 \\ -2<x<5 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 14 \\ \left[\begin{array}{l} x>2 \\ -2<x\le 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 14 \\ x>-2 \end{cases} \Leftrightarrow (-2<x\le 14).$$

Ответ: (-2;14].

6.



Дано: ∠BAC=60°; ∠BCA=45°; $R=\sqrt{3-\sqrt{3}}$.

Найти: S_{ABC}.

1). ∠ABC=180°-60°-45°=75°.

2). По теореме синусов:

$AB = 2R\sin\angle BCA = 2R\sin 45^\circ = R\sqrt{2};$

$BC = 2R\sin\angle BAC = 2R\sin 60^\circ = R\sqrt{3}.$

Тогда

$$S = \frac{1}{2}AB\cdot BC\sin\angle ABC = \frac{1}{2}AB\cdot BC\sin 75^\circ = \frac{1}{2}R^2\sqrt{6}\left(\sin 45^\circ\cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ\right) =$$

$$= \frac{1}{2}R^2\sqrt{6}\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1\right) = \frac{3+\sqrt{3}}{4}R^2 = \frac{\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)}{4} = \frac{3}{2}.$$

Ответ: 1,5.

Вариант № 34

1. Вычислить $\dfrac{3\cos 9^\circ + \sin 81^\circ}{\sin 21^\circ + \sin 39^\circ}$
2. Решить неравенство $\dfrac{3x-7}{x-2} < 3$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x+7y=13 \\ x+2y=5 \end{cases}$
4. Решить уравнение $4^{x+1} + 15\cdot 2^{x-1} - 1 = 0$
5. Решить неравенство $\sqrt{2x-1} > x-2$
6. В треугольнике ABC величины углов BAC и ABC равны соответственно 30^0 и 75^0. Найти длину стороны AB, если радиус описанной около треугольника окружности равен $3(\sqrt{6}-\sqrt{2})$.

Решение варианта № 34

1. $\dfrac{3\cos 9^0 + \sin 81^0}{\sin 21^0 + \sin 39^\circ} = \dfrac{3\cos 9^0 + \sin(90^\circ - 9^\circ)}{2\sin\dfrac{21^\circ+39^\circ}{2}\cos\dfrac{21^\circ-39^\circ}{2}} = \dfrac{3\cos 9^0 + \cos 9^0}{2\sin 30^\circ \cos(-9^\circ)} = \dfrac{4\cos 9^0}{\cos 9^0} = 4.$

Ответ: 4.

2. $\left(\dfrac{3x-7}{x-2} < 3\right) \Leftrightarrow \left(\dfrac{3x-7-3(x-2)}{x-2} < 0\right) \Leftrightarrow \left(\dfrac{-1}{x-2} < 0\right) \Leftrightarrow (x-2>0) \Leftrightarrow (x>2).$

Ответ: (2;+∞).

3. $\begin{cases} 2x+7y=13 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-2y \\ 2x+7y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-2y \\ 2(5-2y)+7y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-2y \\ 3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}.$

Ответ: (3;1).

4. $\left(4^{x+1} + 15\cdot 2^{x-1} = 1\right) \Leftrightarrow \left(2^{2x+2} + 15\cdot 2^{x-1} - 1 = 0\right) \Leftrightarrow \left(16\cdot 2^{2x-2} + 15\cdot 2^{x-1} - 1 = 0\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(16\left(2^{x-1}+1\right)\left(2^{x-1} - \dfrac{1}{16}\right) = 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x-1} = \dfrac{1}{16} \\ 2^{x-1} = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(2^{x-1} = 2^{-4}\right) \Leftrightarrow (x=-3).$

Ответ: x=-3.

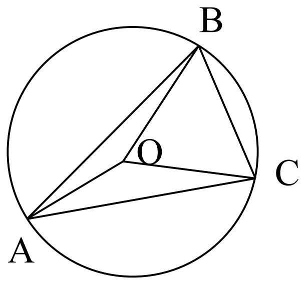
5. Решим неравенство:

$$\left(\sqrt{2x-1} > x-2\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x-2<0 \\ \begin{cases} x-2 \ge 0 \\ 2x-1 > x^2-4x+4 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0{,}5 \\ \left[\begin{array}{l} x<2 \\ \begin{cases} x \ge 2 \\ x^2-6x+5<0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0{,}5 \\ \left[\begin{array}{l} x<2 \\ \begin{cases} x \ge 2 \\ (x-1)(x-5)<0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0{,}5 \\ \left[\begin{array}{l} x<2 \\ \begin{cases} x \ge 2 \\ 1<x<5 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0{,}5 \\ \left[\begin{array}{l} x<2 \\ 2 \le x < 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0{,}5 \\ x<5 \end{cases} \Leftrightarrow (0{,}5 \le x < 5).$$

Ответ: [0,5;5).

6.



Дано: $\angle$BAC=30°; $\angle$ABC=75°; $R = 3\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$.

Найти: AB.

1). $\angle$ACB=180°-30°-75°=75°.

2). Так как $\angle$ACB – вписанный, а $\angle$AOB – центральной, то $\angle$AOB=2·$\angle$ACB=2·75°=150°.

3). По теореме косинусов имеем:

$AB^2=AO^2+BO^2-2AO\cdot BO\cos150°=R^2+R^2+2R^2\cos30°=$

$= 2R^2 + R^2\sqrt{3} = R^2\left(2+\sqrt{3}\right) = 9\left(6-2\sqrt{12}+2\right)\left(2+\sqrt{3}\right) =$

$= 36\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right) = 36.$

Следовательно AB=6.

Ответ: AB=6.

Вариант № 35

1. Вычислить $\dfrac{\cos 85^\circ - \cos 35^\circ - \sqrt{3}\cos 65^\circ}{\sqrt{3}\sin 25^\circ}$
2. Решить неравенство $\dfrac{4x+3}{x+1} > 4$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} x+4y=8 \\ 3x-2y=10 \end{cases}$
4. Решить уравнение $25^x - 120\cdot 5^{x-1} = 25$
5. Решить неравенство $\sqrt{24-5x} + x > 0$
6. Вычислить площадь равнобедренного треугольника, если радиус описанной окружности равен $4\sqrt{3}$, а длина отрезка прямой, соединяющего середины основания и боковой стороны, в $\sqrt{2}$ раз меньше радиуса описанной окружности.

Вариант № 36

1. Вычислить $\dfrac{\cos 49^\circ + 2\sin 41^\circ}{\sin 79^\circ - \sin 19^\circ}$
2. Решить неравенство $\dfrac{2x+5}{x+3} < 2$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 7x-3y=1 \\ 4x+y=6 \end{cases}$
4. Решить уравнение $49^{x+1} + 55\cdot 7^{x+1} = 56$
5. Решить неравенство $2\sqrt{x-1} + 4 > x$
6. В треугольнике ABC величины углов BAC и BCA равны соответственно 30^0 и 75^0. Найти высоту треугольника, опущенную на сторону BC, если радиус описанной около треугольника окружности равен $2-\sqrt{3}$.

1.2. Экономический факультет

1.2.1. Специальности: бухгалтерский учет, анализ и аудит; маркетинг; мировая экономика и международные экономические отношения

Вариант № 13

1. Решить уравнение $\sqrt{\dfrac{2+x}{2x+1}}=\sqrt{3}$
2. Решить уравнение $\lg(x(x-3))-\lg\dfrac{x-3}{4x}=0$
3. Решить уравнение $\dfrac{\sin\dfrac{\pi}{4}-\cos x}{\sin x-\sqrt{3}}=0$
4. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 40^0. Определить острый угол между радиусом описанной окружности, проведенным в вершину прямого угла, и гипотенузой.
5. Найти наибольшее значение суммы $x+2y$, если x и y удовлетворяют неравенству $x^2+xy+4y^2\le 3$.
6. Решить уравнение $\sqrt{2x^2-3x-5}+x\sqrt{x+1}+5=4\sqrt{x+1}+2\sqrt{2x-5}+2x$

Решение варианта № 13

1. $\left(\sqrt{\dfrac{2+x}{2x+1}}=\sqrt{3}\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{2+x}{2x+1}=3\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{2+x-3(2x+1)}{2x+1}=0\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{-5x-1}{2x+1}=0\right)\Leftrightarrow\left(x=-\dfrac{1}{5}\right).$

Ответ: -0,2.

2. $\left(\lg(x(x-3))-\lg\dfrac{x-3}{4x}=0\right)\Leftrightarrow\left(\lg(x(x-3))=\lg\dfrac{x-3}{4x}\right)\Rightarrow\left(x(x-3)=\dfrac{x-3}{4x}\right)\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{4x^2(x-3)-(x-3)}{4x}=0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{(x-3)(4x^2-1)}{4x}=0\right)\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=3\\ x^2=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.\\ x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=\dfrac{1}{2}\\ x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right..$$

Учитывая ОДЗ: $(x(x-3)>0)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\ x>3\end{array}\right.$, получаем x=-0,5.

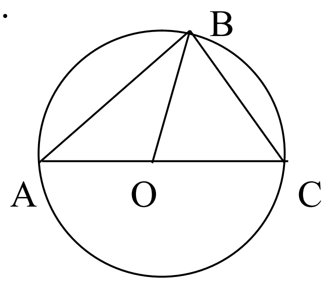
Ответ: x=-0,5.

3. Так как $\sin x-\sqrt{3}\ne 0$, то

$$\left(\frac{\sin\dfrac{\pi}{4}-\cos x}{\sin x-\sqrt{3}}=0\right)\Leftrightarrow\left(\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\Leftrightarrow\left(x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\right).$$

Ответ: $\left\{\pm\dfrac{\pi}{4}+2\pi n\middle| n\in Z\right\}$.

4.



Дано: $\angle$BAC=40°; $\angle$ABC=90°.
Найти: $\angle$BOC.
Так как $\angle$BAC – вписанный угол, $\angle$BOC – центральный, и опираются на одну дугу BC, то $\angle$BOC=2$\cdot\angle$BAC=2$\cdot$40°=80°.

Ответ: 80°.

5. *Способ 1*. Пусть m=x+2y. Тогда

$$\left(x^2+xy+4y^2\le 3\right)\Leftrightarrow\left((m-2y)^2+(m-2y)y+4y^2\le 3\right)\Leftrightarrow\left(6y^2-3my+m^2-3\le 0\right).$$

Неравенство имеет решение, если дискриминант соответствующего квадратного уравнения относительно y удовлетворяет условию:

$$\left(D=9m^2-24m^2+72\ge 0\right)\Leftrightarrow\left(15m^2\le 72\right)\Leftrightarrow\left(m^2\le\frac{24}{5}\right)\Leftrightarrow\left(|m|\le\sqrt{\frac{24}{5}}\right)\Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\left(-\sqrt{4{,}8}\le m\le\sqrt{4{,}8}\right)$. Наибольшим значением m=x+2y, которое удовлетворяет последнему соотношению, является $m=\sqrt{4{,}8}$.

Ответ: $\sqrt{4{,}8}$.

Способ 2. Преобразуем исходное неравенство, используя тождество $ab=\dfrac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4}$:

$$\left(x^2+xy+4y^2\le 3\right)\Leftrightarrow\left((x+2y)^2-3xy\le 3\right)\Leftrightarrow\left((x+2y)^2-3\cdot\frac{(x+2y)^2-(x-2y)^2}{8}\le 3\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(5(x+2y)^2+3(x-2y)^2\le 24\right)\Leftrightarrow\left((x+2y)^2\le\frac{24}{5}-\frac{3}{5}\cdot(x-2y)^2\right).$$

Тогда x+2y принимает наибольшее значение $\sqrt{4{,}8}$, если x=2y.

Ответ: $\sqrt{4{,}8}$.

6. *Способ 1*. Преобразуем уравнение:

$$\left(\sqrt{2x^2-3x-5}+x\sqrt{x+1}+5=4\sqrt{x+1}+2\sqrt{2x-5}+2x\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{(2x-5)(x+1)}-(2x-5)+x\sqrt{x+1}-6\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+1}-2\sqrt{2x-5}=0\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{2x-5}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}\right)+(x-6)\sqrt{x+1}+2\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}\right)=0\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}\right)\left(\sqrt{2x-5}+2\right)+(x-6)\sqrt{x+1}=0\right).$$

Заметим, что имеет место соотношение: $\left(x-6=\left(\sqrt{2x-5}\right)^2-\left(\sqrt{x+1}\right)^2\right)$. Тогда

$$\left(\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}\right)\left(\sqrt{2x-5}+2\right)-\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{2x-5}\right)\sqrt{x+1}=0\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}\right)\left(\sqrt{2x-5}+2-\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{2x-5}\right)\sqrt{x+1}\right)=0\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}\right)\left(\sqrt{2x-5}-x+1-\sqrt{2x-5}\cdot\sqrt{x+1}\right)=0\right).$$

Откуда $\left(\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-5}\right)\Leftrightarrow\left(x+1=2x-5\right)\Leftrightarrow\left(x=6\right)$.
Докажем, что других корней нет. Действительно:

$$\sqrt{2x-5}-x+1-\sqrt{2x-5}\cdot\sqrt{x+1}=\frac{-2x+5+2\sqrt{2x-5}-1}{2}-1-\sqrt{2x-5}\cdot\sqrt{x+1}=$$

$$=-\frac{\left(\sqrt{2x-5}-1\right)^2}{2}-1-\sqrt{2x-5}\cdot\sqrt{x+1}<0.$$

Способ 2. Преобразуем уравнение:

$$\left(\sqrt{2x^2-3x-5}+x\sqrt{x+1}+5=4\sqrt{x+1}+2\sqrt{2x-5}+2x\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{(2x-5)(x+1)}-2\sqrt{2x-5}+x\sqrt{x+1}-2x-4\sqrt{x+1}+8-3=0\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{(2x-5)}\left(\sqrt{x+1}-2\right)+x\left(\sqrt{x+1}-2\right)-4\left(\sqrt{x+1}-2\right)=3\right)\Leftrightarrow\left(\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{2x-5}+x-4\right)=3\right).$$

Рассмотрим функции: $f(x)=\sqrt{x+1}-2,\ g(x)=\sqrt{2x-5}+x-4,\ h(x)=3.$ Заметим, что на ОДЗ: $\begin{cases}x+1\ge 0\\2x-5\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\left(x\ge\frac{5}{2}\right)$, функции f(x) и g(x) являются возрастающими. Действительно: $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}>0,\ g'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-5}}+1>0$ на интервале (2,5;+∞). Так как f(x), g(x)>0 на (3;+∞), и f(x), g(x)<0 на (2,5;3), то f(x)g(x) – возрастает на (3;+∞) и убывает на (2,5;3). Учитывая, что $f(2{,}5)g(2{,}5)=\left(\sqrt{3{,}5}-2\right)\left(-1{,}5\right)=3-1{,}5\sqrt{3{,}5}<3$, то полученное уравнение может иметь на ОДЗ не более одного решения. Подбором находим его: x=6.
Ответ: x=6.

Вариант № 14

1. Решить уравнение $\sqrt{\frac{x+3}{x+4}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$
2. Решить уравнение $\log_2\frac{x}{2-x}+\log_2(x(2-x))=0$
3. Решить уравнение $\frac{\sin x-\cos\frac{\pi}{6}}{\sqrt{3}+\cos x}=0$
4. Окружность радиуса $1+\sqrt{2}$ описана около равнобедренного прямоугольного треугольника. Найти радиус вписанной в этот треугольник окружности.
5. Найти множество значений функции $y=\frac{x^2-3x+1}{x^2+1}$
6. Решить уравнение $\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{x^2-3x-2}=\sqrt{2x^2+2x+3}+\sqrt{x^2-x+2}$

Решение варианта № 14

1. $\left(\sqrt{\frac{x+3}{x+4}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{x+3}{x+4}=\frac{1}{5}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{5(x+3)-(x+4)}{5(x+4)}=0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{4x+11}{5(x+4)}=0\right)\Leftrightarrow\left(x=-\frac{11}{4}\right).$

Ответ: -2,75.

2. $\left(\log_2 \dfrac{x}{2-x} + \lg(x(2-x)) = 0\right) \Rightarrow \left(\log_2 \dfrac{x^2(2-x)}{2-x} = 0\right) \Leftrightarrow \left(\log_2 x^2 = 0\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x^2 = 1\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Учитывая ОДЗ: $(x(2-x) > 0) \Leftrightarrow (0 < x < 2)$, получаем x=1.

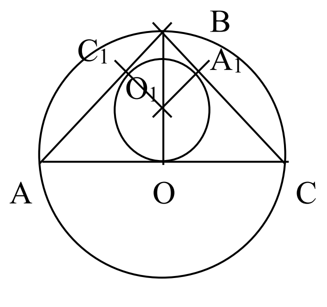
Ответ: x=1.

3. Так как $\cos x \ge -1 > -\sqrt{3}$, то

$$\left(\frac{\sin x - \cos\frac{\pi}{6}}{\sqrt{3} + \cos x} = 0\right) \Leftrightarrow \left(\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Leftrightarrow \left(x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z\right).$$

Ответ: $\left\{(-1)^n \dfrac{\pi}{3} + \pi n \middle| n \in Z\right\}$.

4.



Дано: OA=OB=OC=R=$1+\sqrt{2}$; $\angle$ABC=90°; AB=BC.

Найти: $O_1A_1 = O_1C_1 = r$.

Так как $\angle$ABC=90°, то OA=OB=OC=R. Учитывая также, что AB=BC, имеем $\angle$ACB=45°. Тогда $BC = \dfrac{OC}{\sin 45°} = R\sqrt{2}$. Заметим, что $OC = A_1C$ ($\Delta O_1OC = \Delta O_1A_1C$). Поэтому $BC = BA_1 + A_1C = r + R$.

Следовательно:

$r = BC - R = R\sqrt{2} - R = R\left(\sqrt{2}-1\right) = \left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right) = 1.$

Ответ: 1.

5. *Способ 1*. Найдем экстремумы функции $y(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$:

$$y'(x) = \frac{(2x-3)\left(x^2+1\right) - 2x\left(x^2 - 3x + 1\right)}{\left(x^2+1\right)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2 + 2x - 3 - 2x^3 + 6x^2 - 2x}{\left(x^2+1\right)^2} =$$

$$= \frac{3x^2 - 3}{\left(x^2+1\right)^2} = \frac{3(x+1)(x-1)}{\left(x^2+1\right)^2} \Rightarrow \left(x_{\min} = 1; x_{\max} = -1\right).$$

Вычислим значения функции в точках экстремума: $y(-1) = \dfrac{5}{2}$, $y(1) = -\dfrac{1}{2}$.

Докажем, что $-\dfrac{1}{2} \le y(x) \le \dfrac{5}{2}$:

$$\left(y(x) \le \frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1} \le \frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow \left(2\left(x^2 - 3x + 1\right) \le 5\left(x^2 + 1\right)\right) \Leftrightarrow \left(3x^2 + 6x + 3 \ge 0\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left((x+1)^2 \ge 0, \ \forall x \in R\right).$$

$$\left(y(x) \ge -\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1} \le -\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \left(2\left(x^2 - 3x + 1\right) \le -\left(x^2 + 1\right)\right) \Leftrightarrow \left(3x^2 - 6x + 3 \ge 0\right) \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \left((x-1)^2 \ge 0,\ \forall x \in R\right)$.

Способ 2. $\left(y = \dfrac{x^2-3x+1}{x^2+1} \right) \Leftrightarrow \left(y(x^2+1) = x^2-3x+1 \right) \Leftrightarrow \left((y-1)x^2+3x+(y-1)=0 \right)$.

Если y=1, то x=0. Пусть y≠1. Тогда уравнение относительно x имеет решение, если:

$$\left(D = 9-4(y-1)^2 = 5+8y-4y^2 \ge 0 \right) \Leftrightarrow \left((2y+1)(2y-5) \le 0 \right) \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2} \le y \le \frac{5}{2} \right).$$

Ответ: $[-0{,}5;2{,}5]$.

6. *Способ 1.* Выполним преобразования:

$$\left(\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{x^2-3x-2} = \sqrt{2x^2+2x+3}+\sqrt{x^2-x+2} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2x^2-1}-\sqrt{2x^2+2x+3} = \sqrt{x^2-x+2}-\sqrt{x^2-3x-2} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} \dfrac{\left(\sqrt{2x^2-1}-\sqrt{2x^2+2x+3}\right)\left(\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{2x^2+2x+3}\right)}{\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{2x^2+2x+3}} = \\ = \dfrac{\left(\sqrt{x^2-x+2}-\sqrt{x^2-3x-2}\right)\left(\sqrt{x^2-x+2}+\sqrt{x^2-3x-2}\right)}{\sqrt{x^2-x+2}+\sqrt{x^2-3x-2}} \end{array} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-2x-4}{\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{2x^2+2x+3}} = \frac{2x+4}{\sqrt{x^2-x+2}+\sqrt{x^2-3x-2}} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left((2x+4)\left(\frac{1}{\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{2x^2+2x+3}} + \frac{1}{\sqrt{x^2-x+2}+\sqrt{x^2-3x-2}} \right) = 0 \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x=-2).$$

Способ 2. Решим уравнение:

$$\left(\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{x^2-3x-2} = \sqrt{2x^2+2x+3}+\sqrt{x^2-x+2} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2x^2-1}-\sqrt{x^2-x+2} = \sqrt{2x^2+2x+3}-\sqrt{x^2-3x-2} \right).$$

Возведем обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\begin{array}{l} 2x^2-1-2\sqrt{(2x^2-1)(x^2-x+2)}+x^2-x+2 = \\ = 2x^2+2x+3-2\sqrt{(2x^2+2x+3)(x^2-3x-2)}+x^2-3x-2 \end{array} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{(2x^2-1)(x^2-x+2)} = \sqrt{(2x^2+2x+3)(x^2-3x-2)} \right).$$

Корни последнего уравнения будут являться и корнями уравнения:

$$\left((2x^2-1)(x^2-x+2) = (2x^2+2x+3)(x^2-3x-2) \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(2x^4-2x^3+4x^2-x^2+x-2 = 2x^4-6x^3-4x^2+2x^3-6x^2-4x+3x^2-9x-6 \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(2x^3+10x^2+14x+4=0 \right) \Leftrightarrow \left(x^3+5x^2+7x+2=0 \right) \Leftrightarrow \left(x^3+2x^2+3x^2+6x+x+2=0 \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left((x+2)(x^2+3x+1)=0 \right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}. \end{array} \right.$$

Заметим, что если $x^2+3x+1=0$, то исходное уравнение принимает вид:

$$\left(\begin{array}{l}\sqrt{2\left(x^2+3x+1\right)-6x-3}+\sqrt{\left(x^2+3x+1\right)-6x-3}= \\ =\sqrt{2\left(x^2+3x+1\right)-4x+1}+\sqrt{\left(x^2+3x+1\right)-4x+1}\end{array}\right)\Leftrightarrow$$

$$\left(\sqrt{-6x-3}+\sqrt{-6x-3}=\sqrt{-4x+1}+\sqrt{-4x+1}\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{-6x-3}=\sqrt{-4x+1}\right)\Leftrightarrow\left(-6x-4=-4x+1\right)\Leftrightarrow\left(x=-2\right).$$

Таким образом, $\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ не являются корнями исходного уравнения.

Легко проверить, что x=-2 – корень уравнения.

Ответ: x=-2.

Вариант № 15

1. Решить уравнение $\sqrt{\frac{6-2x}{5+x}}=\sqrt{2}$
2. Решить уравнение $\log_3((x+2)(5-x))-\log_3\frac{5-x}{x+2}=0$
3. Решить уравнение $\frac{\cos x-\sin\frac{\pi}{3}}{\sqrt{2}-\sin x}=0$
4. В окружность радиуса $\sqrt{3}$ вписан прямоугольный треугольник так, что один из катетов в $\sqrt{3}$ раз ближе к центру, чем другой. Определить больший катет.
5. Найти наименьшее значение суммы $x+5y$, если x и y положительны и удовлетворяют неравенству $x^2-6xy+y^2+21\le 0$.
6. Решить уравнение $\sqrt{2x^2+3x-2}-3\sqrt{x+6}=4-\sqrt{2x^2+11x-6}+3\sqrt{x+2}$

Вариант № 16

1. Решить уравнение $\sqrt{\frac{4-x}{x+2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$
2. Решить уравнение $\log_4\frac{x-5}{x}+\log_4(x(x-5))=0$
3. Решить уравнение $\frac{\cos\frac{\pi}{3}-\sin x}{\sqrt{2}+\cos x}=0$
4. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle$B=30^0, $\angle$C=90^0, O – центр вписанной окружности. Отрезок OA равен 12. Вычислить радиус вписанной окружности.
5. Найти множество значений функции $y=\frac{x^2-2x+1}{x^2+3}$
6. Решить уравнение $\sqrt{x^2-3x+4}+\sqrt{3x^2-7x+3}=\sqrt{x^2-2}+\sqrt{3x^2-5x-1}$

1.2.2. Специальности: коммерческая деятельность; финансы и кредит

Вариант № 57

1. Вычислить $\sin(x+\frac{\pi}{3})-\sin(x-\frac{\pi}{3})$, если $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{4}$
2. Решить уравнение $5^x-9\cdot 5^{x-3}=580$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases}2x+11y=-2\\4x-3y=-4\end{cases}$
4. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла B проведены медиана BE и высота BK. Величина угла BCA равна 60^0. Найти величину угла KBE.
5. Определить, при каких значениях параметра p уравнение $\left|x^2-2x-3\right|=p$ имеет ровно три различных действительных корня.
6. Решить уравнение $x^2+\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{3x^2-6x+7}=2+2x$

Решение варианта № 57

1. $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos x=2\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3}{4}.$

Ответ: 0,75.

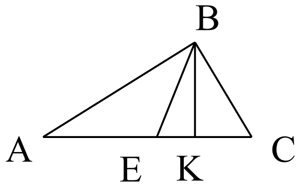
2. $\left(5^x-9\cdot 5^{x-3}=580\right)\Leftrightarrow\left(125\cdot 5^{x-3}-9\cdot 5^{x-3}=580\right)\Leftrightarrow\left(116\cdot 5^{x-3}=580\right)\Leftrightarrow\left(5^{x-3}=5\right)\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\left(x-3=1\right)\Leftrightarrow\left(x=4\right).$

Ответ: x=4.

3. $\begin{cases}2x+11y=-2\\4x-3y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4x-22y=4\\4x-3y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-25y=0\\4x-3y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\4x=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}.$

Ответ: (-1;0).

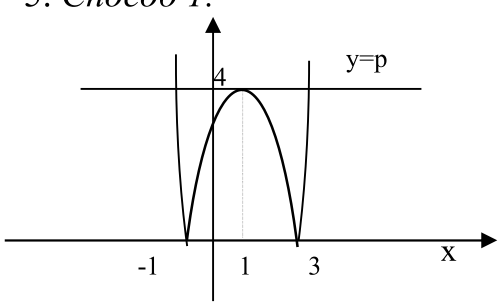
4.



1). В прямоугольном треугольнике медиана равна половине гипотенузы, EC=$\frac{1}{2}$AC=EB, т. е. ΔBEC – равнобедренный, следовательно, ∠EBC=ECB=60°.
2). Рассмотрим ΔBKC: ∠BKC=90°, ∠KCB=60°, следовательно, ∠KBC=30°.
3). ∠EBK=∠EBC-∠KBC=60°-30°=30°.

Ответ: 30°.

5. *Способ 1.*



Рассмотрим функции $y=\left|x^2-2x-3\right|$ и y=p.
Построив графики этих функций, нетрудно видеть, что исходное уравнение будет иметь ровно три различных действительных корня, когда прямая y=p будет иметь три точки пересечения с

графиком функции $y=\left|x^2-2x-3\right|$, т. е. при x=1. Тогда p=4.

Способ 2. Решим уравнение:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}p\ge 0\\ x^2-2x-3\ge 0\\ x^2-2x-3-p=0\end{cases}\\ \begin{cases}p\ge 0\\ x^2-2x-3<0\\ x^2-2x-3+p=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}p\ge 0\\ 4+p\ge 0\\ x=1\pm\sqrt{4+p}\end{cases}\\ \begin{cases}p>0\\ 4-p\ge 0\\ x=1\pm\sqrt{4-p}\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}p\ge 0\\ x=1\pm\sqrt{4+p}\end{cases}\\ \begin{cases}0<p\le 4\\ x=1\pm\sqrt{4-p}\end{cases}\end{array}\right..$$

Следовательно, первая система при p≥0 всегда имеет два решения. Вторая система при 0<p<4 имеет два решения, а при p=4 одно решение. Таким образом, исходное уравнение имеет 4 решения, если $p\in(0;4)$; 3 решения при p=4; 2 решения, если $p\in\{0\}\cup(4;+\infty)$, и не имеет решений при p<0.

Ответ: p=4.

6. *Способ 1.* Преобразуем данное уравнение:

$$\left(x^2+\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{3x^2-6x+7}=2+2x\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{3x^2-6x+7}=2+2x-x^2\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{(x-1)^2+1}+\sqrt{3(x-1)^2+4}=3-(x-1)^2\right).$$

Учитывая, что $\sqrt{(x-1)^2+1}\ge 1$, $\sqrt{3(x-1)^2+4}\ge 2$, получим следующую оценку: $\sqrt{(x-1)^2+1}+\sqrt{3(x-1)^2+4}\ge 3$.

Так как $3-(x-1)^2\le 3$, то исходное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases}\sqrt{(x-1)^2+1}+\sqrt{3(x-1)^2+4}=3\\ 3-(x-1)^2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{(x-1)^2+1}+\sqrt{3(x-1)^2+4}=3\\ x=1\end{cases}\Leftrightarrow(x=1).$$

Способ 2. Пусть $t=(x-1)^2+1$. Тогда

$$\left(x^2+\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{3x^2-6x+7}=2+2x\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{3x^2-6x+7}=2+2x-x^2\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{(x-1)^2+1}+\sqrt{3(x-1)^2+4}=3-(x-1)^2\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{t}+\sqrt{3t+1}=4-t\right).$$

Функция $f(t)=\sqrt{t}+\sqrt{3t+1}$ - возрастающая, так как $f'(t)=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}+\dfrac{3}{2\sqrt{3t+1}}>0$.

g(t)=4-t – убывающая функция. Следовательно, уравнение $\sqrt{t}+\sqrt{3t+1}=4-t$ не может иметь более одного решения. Легко подобрать это решение: t=1. Поэтому единственно возможным решением исходного уравнения может быть только x=1. Проверкой убеждаемся в этом.

Ответ: x=1.

Вариант № 58

1. Вычислить $\cos(x-\dfrac{\pi}{6})-\cos(x+\dfrac{\pi}{6})$, если $\sin x=\dfrac{1}{8}$
2. Решить уравнение $7\cdot 2^{x+1}+5\cdot 2^{x-3}=468$

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 15x+2y=2 \\ 13x-3y=-3 \end{cases}$
4. В равнобедренном треугольнике длина боковой стороны равна 5, а площадь треугольника равна 12. На основании треугольника взята точка М. Найти сумму расстояний от точки М до боковых сторон треугольника.
5. Определить, при каких значениях параметра p уравнение $x^2+5=6|x|+p$ имеет ровно три различных действительных корня.
6. Решить уравнение $\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=x^2-4x+6$

Решение варианта № 58

1. $\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=-2\sin x\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\sin x=\frac{1}{8}$

Ответ: 0,125.

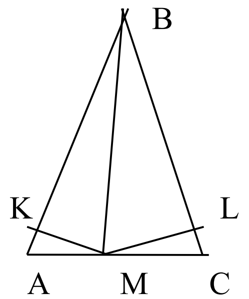
2. $\left(7\cdot 2^{x+1}+5\cdot 2^{x-3}=468\right)\Leftrightarrow\left(7\cdot 2^4\cdot 2^{x-3}+5\cdot 2^{x-3}=468\right)\Leftrightarrow\left(112\cdot 2^{x-3}+5\cdot 2^{x-3}=468\right)\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\left(117\cdot 2^{x-3}=468\right)\Leftrightarrow\left(2^{x-3}=4\right)\Leftrightarrow\left(x-3=2\right)\Leftrightarrow\left(x=5\right)$

Ответ: x=5.

3. $\begin{cases} 15x+2y=2 \\ 13x-3y=-3 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 45x+6y=6 \\ 26x-6y=-6 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 71x=0 \\ 15x+2y=2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=0 \\ 2y=2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$

Ответ: (0;1).

4.

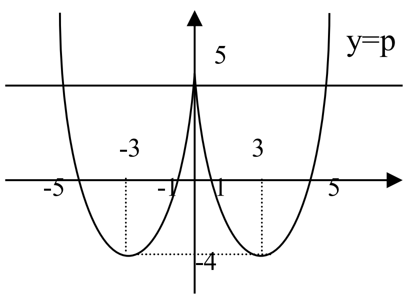


$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABM}+S_{\Delta CBM}=\frac{1}{2}KM\cdot AB+\frac{1}{2}ML\cdot BC=$
$=\frac{1}{2}KM\cdot 5+\frac{1}{2}ML\cdot 5=\frac{5}{2}(KM+ML)$.

Учитывая, что $S_{\Delta ABC}=12$, находим KM+ML=4,8.

Ответ: 4,8.

5.



Способ 1. Рассмотрим функции $y=x^2-6|x|+5=\begin{cases} x^2-6x+5, & \text{если } x\ge 0 \\ x^2+6x+5, & \text{если } x<0 \end{cases}$ и y=p.

Построив графики этих функций, нетрудно видеть, что исходное уравнение будет иметь ровно три различных действительных корня, когда прямая y=p будет иметь три точки пересечения с графиком функции $y=x^2-6|x|+5$, т. е. при x=0. Тогда p=5.

Способ 2. $\left(x^2-6|x|+5-p=0\right)\Leftrightarrow\left(|x|^2-6|x|+5-p=0\right)\Leftrightarrow\left(|x|=3\pm\sqrt{4+p}\right)$, если p≥-4.

Уравнение будет иметь 3 корня, если $\left(3-\sqrt{4+p}=0\right)\Leftrightarrow\left(4+p=9\right)\Leftrightarrow\left(p=5\right)$.

Ответ: p=5.

6. *Способ 1*. Преобразуем данное уравнение:

$$\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=x^2-4x+6\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=(x-2)^2+2\right).$$

Рассмотрим функцию $f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}$. Найдем наибольшее и наименьшее значение функции на D(f)=[1;3]:

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}-\frac{1}{2\sqrt{3-x}}=\frac{\sqrt{3-x}-\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{3-x}}\Rightarrow\begin{cases}3-x=x-1\\1<x<3\end{cases}\Leftrightarrow(x=2).$$

Вычислим значения функции f(x) в точках: 1; 2; 3: f(1)=f(3)=$\sqrt{2}$; f(2)=2. Следовательно $\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}\le 2$. Так как $(x-2)^2+2\ge 2$, то исходное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=2\\(x-2)^2+2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=2\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow(x=2).$$

Способ 2.

$$\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=x^2-4x+6\right)\Leftrightarrow\left(x^2-4x+4+2-\sqrt{x-1}-\sqrt{3-x}=0\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(x^2-4x+4+\frac{x-1-2\sqrt{x-1}+1+3-x-2\sqrt{3-x}+1}{2}=0\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left((x-2)^2+\frac{1}{2}\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2+\frac{1}{2}\left(\sqrt{3-x}-1\right)^2=0\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=0\\\sqrt{x-1}-1=0\\\sqrt{3-x}-1=0\end{cases}\Leftrightarrow(x=2)$$

Ответ: x=2.

Вариант № 59

1. Вычислить $\sin(x+\frac{\pi}{4})+\sin(x-\frac{\pi}{4})$, если $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{4}$
2. Решить уравнение $5^{x+2}=12\cdot 5^{x-1}+565$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases}5x+4y=3\\3x-2y=-7\end{cases}$
4. В прямоугольном треугольнике величина угла, образованного медианой и высотой, проведенными к гипотенузе, равна 16^0. Найти меньший острый угол треугольника.
5. Определить, при каких значениях параметра p уравнение $\left|x^2-3x+2\right|=p$ имеет ровно три различных действительных корня.
6. Решить уравнение $1+x^2+\sqrt{x^2-4x+5}+\sqrt{3x^2-12x+16}=4x$

Вариант № 60

1. Вычислить $\cos(x+\frac{\pi}{4})+\cos(x-\frac{\pi}{4})$, если $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{5}$
2. Решить уравнение $5\cdot 7^{x-2}+7^x=378$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases}7x-2y=1\\5x+3y=14\end{cases}$

4. В равнобедренном треугольнике длина боковой стороны равна 6. На основании треугольника взята точка М. Сумма расстояний от точки М до боковых сторон треугольника равна 5. Найти площадь треугольника.
5. Определить, при каких значениях параметра р уравнение $x^2 - 7|x| = p - 12$ имеет ровно три различных действительных корня.
6. Решить уравнение $6x + \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x^2 + 11$

1.3. Строительный факультет

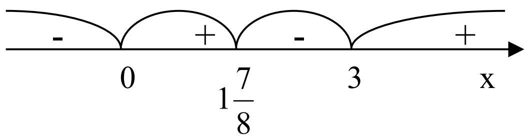
1.3.1. Специальность: архитектура

Вариант № 5

1. Решить неравенство $\frac{5}{x} - \frac{3}{3-x} < 0$
2. Вычислить $\frac{\cos 25^\circ - \cos 65^\circ}{\sqrt{2}\sin 20^\circ}$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$
4. Решить уравнение $\sqrt{4x^2 - 1} + x = |x - 2|$
5. Решить неравенство $3^{2x+1} + 1 < 4 \cdot 3^x$
6. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетами, равными 6 и 8. Все двугранные углы при основании пирамиды равны 60^0. Найти объем пирамиды.

Решение варианта № 5

1. $\left(\frac{5}{x} - \frac{3}{3-x} < 0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{5(3-x) - 3x}{x(3-x)} < 0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{8x-15}{x(x-3)} < 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ 1\frac{7}{8} < x < 3 \end{array}\right.$.



Ответ: $(-\infty;0) \cup \left(1\frac{7}{8};3\right)$.

2. $\frac{\cos 25^0 - \cos 65^0}{\sqrt{2}\sin 20^0} = \frac{-2\sin 45^0 \sin(-20^0)}{\sqrt{2}\sin 20^0} = \frac{2\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 20^0}{\sqrt{2}\sin 20^0} = 1.$

Ответ: 1.

3. $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 3x - 2(3 - 2x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 3 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$

Ответ: (1;1).

4. Решим уравнение:

$$\left(\sqrt{4x^2-1}+x=|x-2|\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 2\\ \sqrt{4x^2-1}+x=x-2\end{cases}\\ \begin{cases}x<2\\ \sqrt{4x^2-1}+x=2-x\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 2\\ \sqrt{4x^2-1}=-2\end{cases}\\ \begin{cases}x<2\\ \sqrt{4x^2-1}=2-2x\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\ 2-2x\ge 0\\ 4x^2-1=4-8x+4x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\ 8x=5\end{cases}\Leftrightarrow\left(x=\frac{5}{8}\right).$$

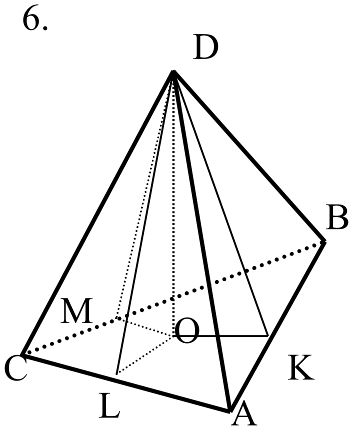
Ответ: $x=\frac{5}{8}$.

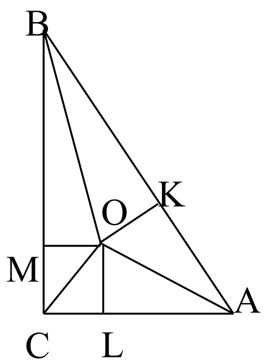
5. $\left(3^{2x+1}+1<4\cdot 3^x\right)\Leftrightarrow\left(3\cdot 3^{2x}-4\cdot 3^x+1<0\right)\Leftrightarrow\left(3\left(3^x-1\right)\left(3^x-\frac{1}{3}\right)<0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{1}{3}<3^x<1\right)\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow(-1<x<0)$.

Ответ: (-1;0).

6.





1). Объем пирамиды $V_{ABCD}=\frac{1}{3}hS$.

$S_{\Delta ABC}$=(1/2)AC·BC=24.

2). Найдем высоту пирамиды DO⊥(ABC): Строим DM⊥CB (DM∈(DCB)), DL⊥CA (DL∈(DCA)), DK⊥AB (DK∈(DAB)). OM, OL, OK – соответственно их проекции на плоскость (ABC).

Тогда ∠DMO=∠DLO=∠DKO=60° - двугранные углы при основании пирамиды.

Рассмотрим ΔDMO, ΔDLO, ΔDKO: DO – их общая сторона, ∠DOM=∠DOL=∠DOK=90° (т. к. DO⊥(ABC)), ∠DMO=∠DLO=∠DKO=60°. Таким образом, ΔDMO=ΔDLO=ΔDKO, откуда получаем MO=LO=KO.

Рассмотрим ΔABC: Пусть MO=LO=KO=x. Четырехугольник OMCL – квадрат, поэтому MC=CL=x. Учитывая равенства треугольников ΔBMO=ΔBKO, ΔALO=ΔAKO, а значит и сторон BM=BK, AL=AK, и применяя теорему Пифагора к ΔABC, получим уравнение $AC^2+BC^2=(BM+LA)^2$, т. е. $(8-x+6-x)^2=100$. Решая его, находим x=2.

Рассмотрим, например, ΔDMO: Зная, что MO=2, ∠DMO=60°, ∠DOM=90°, находим $DO=MO\cdot tg\angle DMO=2\sqrt{3}$.

Таким образом, $V_{ABCD} = \frac{1}{3} 24 \cdot 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$.

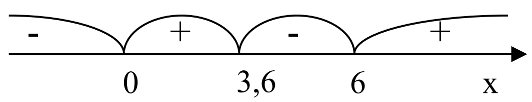
Ответ: $16\sqrt{3}$.

Вариант № 6

1. Решить неравенство $\frac{4}{6-x} > \frac{6}{x}$
2. Вычислить $\frac{\sin 40^\circ - \sin 50^\circ}{\sqrt{2}\sin 5^\circ}$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} x-4y=-2 \\ 5x+2y=12 \end{cases}$
4. Решить уравнение $\sqrt{2x^2-3x+1} = |x+1| - x$
5. Решить неравенство $7^{2x} - 8\cdot 7^x + 7 < 0$
6. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник с боковой стороной, равной 4, и углом при вершине 120^0. Все боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60^0. Найти объем пирамиды.

Решение варианта № 6

1. $\left(\frac{4}{6-x} > \frac{6}{x}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{4x-6(6-x)}{x(6-x)} > 0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{10x-36}{x(x-6)} < 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ 3{,}6<x<6 \end{array}\right.$.



Ответ: $(-\infty;0)\cup(3{,}6;6)$.

2. $\frac{\sin 40^0 - \sin 50^0}{\sqrt{2}\sin 5^0} = \frac{2\sin(-5^0)\cos 45^0}{\sqrt{2}\sin 5^0} = \frac{-2\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5^0}{\sqrt{2}\sin 5^0} = -1.$

Ответ: -1.

3. $\begin{cases} x-4y=-2 \\ 5x+2y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4y-2 \\ 5(4y-2)+2y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4y-2 \\ 22y=22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}.$

Ответ: (2;1).

4. Решим уравнение:

$$\left(\sqrt{2x^2-3x+1} = |x+1| - x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1 \ge 0 \\ \sqrt{2x^2-3x+1} = x+1-x \end{cases} \\ \begin{cases} x+1<0 \\ \sqrt{2x^2-3x+1} = -x-1-x \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge -1 \\ \sqrt{2x^2-3x+1} = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x<-1 \\ \sqrt{2x^2-3x+1} = -1-2x \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

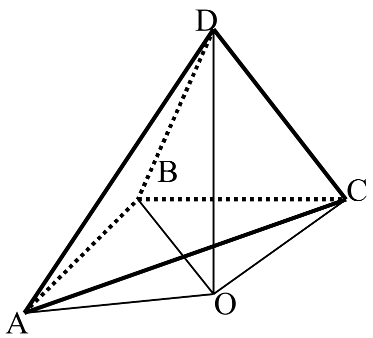
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge -1 \\ 2x^2 - 3x + 1 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x < -1 \\ -1 - 2x \ge 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = 1 + 4x + 4x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{3}{2} \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x < -1 \\ 2x^2 + 7x = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3}{2} \\ \begin{cases} x < -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{7}{2} \\ x = 0 \end{array}\right. \end{cases} \\ x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{7}{2} \\ x = 0 \\ x = \dfrac{3}{2} \end{array}\right. .$$

Ответ: x=-3,5; x=0; x=1,5.

5. $\left(7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 < 0\right) \Leftrightarrow \left(\left(7^x - 1\right)\left(7^x - 7\right) < 0\right) \Leftrightarrow \left(1 < 7^x < 7\right) \Leftrightarrow \left(0 < x < 1\right).$

Ответ: (0;1).

6.



1). Объем пирамиды: $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3} hS$.

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AB \cdot BC \sin \angle ABC = \dfrac{1}{2} 4 \cdot 4 \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$.

2). Найдем высоту пирамиды DO⊥(ABC): Учитывая, что ∠DOA=∠DOB=∠DOC=90° (т. к. DO⊥(ABC)), ∠DAO=∠DBO=∠DCO=60°, получаем равенство ΔDAO=ΔDBO=ΔDCO, а значит AO=BO=CO, O – центр окружности, описанной около ΔABC.

Рассматривая ΔABC и применяя теорему косинусов, находим $AC = 4\sqrt{3}$. Тогда применяя формулу $R = \dfrac{abc}{4S}$, получим $AO = \dfrac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S} = \dfrac{4 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3}}{4 \cdot 4\sqrt{3}} = 4$.

Из треугольника ΔAOD, зная, что AO=4, ∠DAO=60°, ∠DOA=90°, находим $DO = 4\sqrt{3}$.

Таким образом, $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3} 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 16$.

Ответ: 16.

Вариант № 7

1. Решить неравенство $\dfrac{7}{x-4} + \dfrac{3}{x} < 0$
2. Вычислить $\dfrac{\cos 70^\circ + \cos 20^\circ}{\sqrt{2} \cos 25^\circ}$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ x - 5y = -4 \end{cases}$
4. Решить уравнение $\sqrt{x^2 - 3} + |x - 1| = x$
5. Решить неравенство $25^x < 6 \cdot 5^x - 5$
6. Длина стороны основания правильной треугольной пирамиды равна 10, двугранный угол при основании равен 30^0. Найти объем пирамиды.

Вариант № 8

1. Решить неравенство $\frac{3}{5-x} > \frac{4}{x}$
2. Вычислить $\frac{\sin 35^\circ + \sin 55^\circ}{\sqrt{2}\cos 10^\circ}$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 7x - 8y = 6 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$
4. Решить уравнение $\sqrt{x^2 - 8x} = x - |x-3|$
5. Решить неравенство $2^{2x+2} + 2 - 9 \cdot 2^x < 0$
6. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 6, 10 и 14. Каждое из боковых ребер пирамиды наклонено к основанию под углом 45^0. Найти объем пирамиды.

1.3.2. Специальность: производство строительных изделий и конструкций

Варианты письменных заданий для данной специальности приведены в параграфе 1.1.2.

1.3.3. Специальности: промышленное и гражданское строительство; строительство дорог (Варианты № 1-4)

Вариант № 1

1. Найти целочисленные решения неравенства $\frac{4x+3}{2-0{,}5x} > 0$

2. Решить уравнение $\sqrt{x+2} = 2 + \sqrt{x-6}$

3. Решить уравнение $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$

4. Решить уравнение $\log_3 x + \log_x 9 = 3$

5. Вычислить площадь прямоугольной трапеции, если ее острый угол равен 60^0, меньшее основание равно $\sqrt[4]{3}$ и большая боковая сторона равна $2\cdot(\sqrt[4]{3})$.

6. Решить неравенство $x^2 < -2 + 3|x|$

Решение варианта № 1

1. $\left(\frac{4x+3}{2-0{,}5x} > 0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{4(x+0{,}75)}{0{,}5(4-x)} > 0\right) \Leftrightarrow \left(-\frac{3}{4} < x < 4\right).$

Выбираем целочисленные решения из данного промежутка: $\{0;1;2;3\}$.
Ответ: $\{0;1;2;3\}$.

2. $\left(\sqrt{x+2} = 2 + \sqrt{x-6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 6 \\ x + 2 = 4 + 4\sqrt{x-6} + x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 6 \\ \sqrt{x-6} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow (x = 7).$

Ответ: x=7.

3. $\left(\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right) \Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\dfrac{1}{2}\cos x=\dfrac{1}{2}\cos x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right) \Leftrightarrow (\sin x=0) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x=\pi n, n\in Z)$.

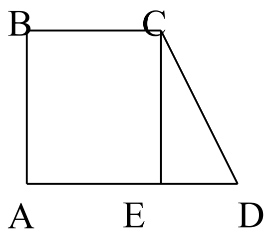
Ответ: $x=\pi n, n\in Z$.

4. $(\log_3 x+\log_x 9=3) \Leftrightarrow \left(\log_3 x+\dfrac{2}{\log_3 x}-3=0\right) \Leftrightarrow \left(\dfrac{\log_3^2 - 3\log_3 x+2}{\log_3 x}=0\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\ \log_3 x=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=9\end{array}\right.$.

Ответ: x=3; x=9.

5.



1). CE – высота. Рассмотрим ΔECD: ∠CED=90°, ∠CDE=60°, ED=CDcos∠CDE=$2\sqrt[4]{3}\,\dfrac{1}{2}=\sqrt[4]{3}$, CE=

=CDsin∠CDE=$2\sqrt[4]{3}\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\sqrt[4]{3}$.

2). ABCE – прямоугольник, $\Rightarrow$ AE=BC=$\sqrt[4]{3}$. AD=AE+ED=$2\sqrt[4]{3}$.

3). $S_{ABCD}=\dfrac{AD+BC}{2}CE=\dfrac{2\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{3}}{2}\sqrt{3}\sqrt[4]{3}=\dfrac{9}{2}$

Ответ: 4,5.

6.

$$\left(x^2<-2+3|x|\right) \Leftrightarrow \left(x^2-3|x|+2<0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ x^2-3x+2<0\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ x^2+3x+2<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ 1<x<2\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ -2<x<-1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<x<-1\\ 1<x<2\end{array}\right..$$

Ответ: (-2;-1)∪(1;2).

Вариант № 2

1. Найти целочисленные решения неравенства $\dfrac{0{,}6x+1}{5x+2}<0$

2. Решить уравнение $\sqrt{2x+2}=1-\sqrt{2x+1}$

3. Решить уравнение $\sin(x+\dfrac{\pi}{3})=1-\sin(x-\dfrac{\pi}{3})$

4. Решить уравнение $\lg 1000x=4\log_x 10$

5. В трапеции, площадь которой равна 161, высота равна 7, а разность параллельных сторон равна 11, найти длину большего основания.

6. Решить неравенство $x^2-6>|x|$

Решение варианта № 2

1. $\left(\dfrac{0{,}6x+1}{5x+2}<0\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{\frac{3}{5}\left(x+\frac{5}{3}\right)}{5\left(x+\frac{2}{5}\right)}<0\right)\Leftrightarrow\left(-\dfrac{5}{3}<x<-\dfrac{2}{5}\right)\Leftrightarrow\left(-1\dfrac{2}{3}<x<-\dfrac{2}{5}\right).$

Выбираем целочисленные решения из этого промежутка: {-1}.
Ответ: {-1}.
2.

$$\left(\sqrt{2x+2}=1-\sqrt{2x+1}\right)\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1\ge 0\\1-\sqrt{2x+1}\ge 0\\2x+2=1-2\sqrt{2x+1}+2x+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-\dfrac{1}{2}\\\sqrt{2x+1}\le 1\\\sqrt{2x+1}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-\dfrac{1}{2}\\2x+1=0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(x=-\frac{1}{2}\right).$$

Ответ: x=-0,5.

3. $\left(\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=1-\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)\right)\Leftrightarrow\left(\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=1\right)\Leftrightarrow\left(2\sin x\cos\dfrac{\pi}{3}=1\right)\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow(\sin x=1)\Leftrightarrow\left(x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,k\in Z\right).$$

Ответ: $\left\{\dfrac{\pi}{2}+2\pi k\,\middle|\,k\in Z\right\}$.

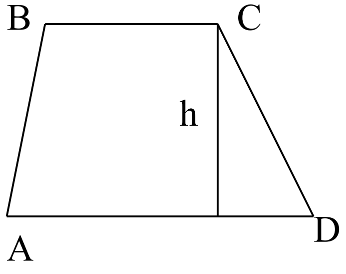
4. Решим уравнение:

$$\left(\lg 1000x=4\log_x 10\right)\Leftrightarrow\left(\lg\left(10^3\right)+\lg x-\frac{4}{\lg x}=0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{\lg^2 x+3\lg x-4}{\lg x}=0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\lg x=-4\\\lg x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{10000}.\\x=10\end{array}\right.$$

Ответ: x=0,0001; x=10.

5.



1). $S_{ABCD}=h\cdot(BC+AD)/2$. Учитывая, что высота трапеции h=7, а площадь S=161, получим AD+BC=46.
2). Т. к. разность параллельных сторон равна 11, то AD-BC=11. Выражая отсюда BC и подставляя в предыдущее равенство, находим AD=28,5.
Ответ: 28,5.

6. $\left(x^2-6>|x|\right)\Leftrightarrow\left(|x|^2-|x|-6>0\right)\Leftrightarrow\left(\left(|x|+2\right)\left(|x|-3\right)>0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|x|<-2\\ |x|>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\varnothing\\ x<-3.\\ x>3\end{array}\right.$

Ответ: (-∞;-3)∪(3;+∞).

Вариант № 3

1. Найти целочисленные решения неравенства $\frac{3-5x}{1+0{,}5x}>0$
2. Решить уравнение $3+\sqrt{x-1}=\sqrt{x+20}$
3. Решить уравнение $\cos(x-\frac{\pi}{3})=-\cos(x+\frac{\pi}{3})$
4. Решить уравнение $\log_4 x+\log_x\frac{1}{16}=1$
5. Основания равнобочной трапеции равны 13 и 17. Найти площадь трапеции, если её диагонали взаимно перпендикулярны.
6. Решить неравенство $x^2-6|x|+5<0$

Вариант № 4

1. Найти целочисленные решения неравенства $\frac{0{,}5-x}{6-2x}<0$
2. Решить уравнение $\sqrt{x-7}=\sqrt{x+1}-2$
3. Решить уравнение $\sqrt{2}+\sin(x-\frac{\pi}{4})=\cos(x-\frac{\pi}{4})$
4. Решить уравнение $2\log_{25}(x-1)+\log_{x-1}5=2$
5. В равнобочной трапеции боковая сторона равна основанию. Найти периметр трапеции, если угол при основании равен 60^0, а высота равна $18\sqrt{3}$.
6. Решить неравенство $2|x|+3<x^2$

Вариант № 53

1. Вычислить $\sin(\frac{3\pi}{2}-2\alpha)$, если $\cos\alpha=0{,}2$
2. Решить уравнение $(x^2-4x)\cdot\sqrt{1-x}=0$
3. Решить неравенство $\sqrt{2x-3}<2$
4. Решить неравенство $5\cdot 0{,}2^{\lg x}>0{,}2^{2\lg 2}$
5. Решить уравнение $\frac{7}{x^2-3x-4}+\frac{3x-6}{x^2-x-2}=\frac{1}{x+1}$
6. Равнобочная трапеция описана около окружности. Боковая сторона трапеции делится точкой касания на отрезки длиной 12 и 48. Найти площадь трапеции.

Решение варианта № 53

1. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-2\alpha\right)=-\cos(2\alpha)=1-2\cos^2\alpha=1-2(0{,}2)^2=0{,}92$.

Ответ: 0,92.

2. $\left((x^2-4x)\sqrt{1-x}=0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x=0 \\ \begin{cases} 1-x\ge 0 \\ x^2-4x=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ \begin{cases} x\le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Ответ: x=1; x=0.

3. $\left(\sqrt{2x-3}<2\right) \Leftrightarrow \left(0\le 2x-3<4\right) \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\le x<\frac{7}{2}\right)$.

Ответ: [1,5;3,5).

4. $\left(5\cdot 0{,}2^{\lg x}>0{,}2^{2\lg 2}\right) \Leftrightarrow \left(5\left(\frac{1}{5}\right)^{\lg x}>\left(\frac{1}{5}\right)^{2\lg 2}\right) \Leftrightarrow \left(\left(\frac{1}{5}\right)^{\lg x-1}>\left(\frac{1}{5}\right)^{2\lg 2}\right) \Leftrightarrow \left(\lg x-1<2\lg 2\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\lg x<\lg 4+\lg 10\right) \Leftrightarrow \left(\lg x<\lg 40\right) \Leftrightarrow \left(0<x<40\right)$.

Ответ: (0;40).

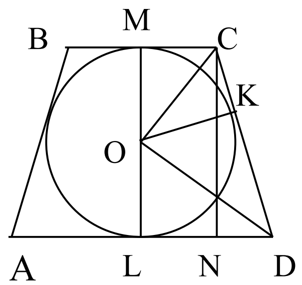
5. $\left(\frac{7}{x^2-3x-4}+\frac{3x-6}{x^2-x-2}=\frac{1}{x+1}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{7}{(x-4)(x+1)}+\frac{3(x-2)}{(x-2)(x+1)}-\frac{1}{x+1}=0\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\frac{7}{(x-4)(x+1)}+\frac{3}{x+1}-\frac{1}{x+1}=0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{7}{(x-4)(x+1)}+\frac{2}{x+1}=0\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\frac{7+2(x-4)}{(x+1)(x-4)}=0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{2x-1}{(x+1)(x-4)}=0\right) \Leftrightarrow \left(x=\frac{1}{2}\right)$.

Ответ: x=0,5.

6.



1). Учитывая, что ΔOMC=ΔOKC и ΔOKD=ΔOLD, получим MC=CK=12 и LD=KD=48, откуда находим BC=2MC=24, AD=2LD=96.

2). Рассмотрим ΔCND: ND=LD-LN=LD-MC=36, CD=CK+KD=60. Применяя теорему Пифагора, получим CN=48.

3). $S_{ABCD}=\frac{BC+AD}{2}CN=2880$

Ответ: 2880.

Вариант № 54

1. Вычислить $\cos^2\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$, если sinα = -0,2
2. Решить уравнение $(x^2+x)\cdot\sqrt{x-1}=0$
3. Решить неравенство $\sqrt{x-3}-2<0$
4. Решить неравенство $0{,}5^{\log_2 x}\ge 4\cdot 0{,}5^{\log_2 3}$
5. Решить уравнение $\frac{1-9x}{x^2+2x-3}+\frac{3x-1}{x-1}=\frac{2x}{x+3}$

6. Площадь равнобочной трапеции, описанной около окружности, равна 144,5. Найти радиус окружности, если угол при основании трапеции равен $\frac{\pi}{6}$.

Решение варианта № 54

1. $\cos^2\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{1+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{2}=\frac{1+\sin\alpha}{2}=\frac{1-0{,}2}{2}=0{,}49.$

Ответ: 0,49.

2. $\left(\left(x^2+x\right)\sqrt{x-1}=0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ \begin{cases}x-1\ge 0\\ x^2+x=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ \begin{cases}x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow(x=1).$

Ответ: x=1.

3. $\left(\sqrt{x-3}-2<0\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{x-3}<2\right)\Leftrightarrow(0\le x-3<4)\Leftrightarrow(3\le x<7).$

Ответ: [3;7).

4. $\left(0{,}5^{\log_2 x}\ge 4\cdot 0{,}5^{\log_2 3}\right)\Leftrightarrow\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 x}\ge\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 3-2}\right)\Leftrightarrow\left(\log_2 x\le\log_2\frac{3}{4}\right)\Leftrightarrow\left(0<x\le\frac{3}{4}\right).$

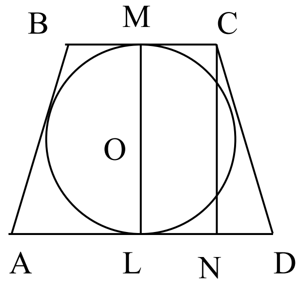
Ответ: (-∞;0,75].

5. $\left(\frac{1-9x}{x^2+2x-3}+\frac{3x-1}{x-1}=\frac{2x}{x+3}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{1-9x}{(x+3)(x-1)}+\frac{3x-1}{x-1}-\frac{2x}{x+3}=0\right)\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\left(\frac{1-9x+(3x-1)(x+3)-2x(x-1)}{(x+3)(x-1)}=0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{x^2+x-2}{(x+3)(x-1)}=0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{(x-1)(x+2)}{(x+3)(x-1)}\right)\Leftrightarrow(x=-2).$

Ответ: x=-2.

6.



Дано: S=144,5; ∠CDA=30°; AB=CD.

Найти: R=OL=OM.

1). Так как высота трапеции CN=2R и ∠CDN=30°, то CD=4R.

2). Четырехугольник ABCD описан около окружности. Поэтому BC+AD=AB+CD=8R.

3). $S=\frac{AD+BC}{2}\cdot CN=8R^2=144{,}5=\frac{289}{2}\Rightarrow R^2=\frac{289}{16}\Rightarrow R=\frac{17}{4}.$

Ответ: 4,25

Вариант № 55

1. Вычислить cos(3π+2α), если sinα = 0,4
2. Решить уравнение $(x^2-x)\cdot\sqrt{x-2}=0$
3. Решить неравенство $\sqrt{4x-1}<3$
4. Решить неравенство $0{,}04^{\lg x-1}\ge 5^{\lg 4}$

5. Решить уравнение $\frac{2x}{x+2}+\frac{2(11x+6)}{x^2-4x-12}=\frac{3x-1}{x-6}$
6. Около окружности радиуса $2\sqrt{3}$ описана равнобочная трапеция. Определить площадь трапеции, если ее высота вдвое больше меньшего из оснований трапеции.

Вариант № 56

1. Вычислить $\sin^2(\frac{3\pi}{4}+\frac{\alpha}{2})$, если $\sin\alpha = 0{,}3$
2. Решить уравнение $(x^2+4x)\cdot\sqrt{x-3}=0$
3. Решить неравенство $3-\sqrt{3x-6}>0$
4. Решить неравенство $0{,}2^{2\log_2 5}<25\cdot 0{,}2^{\log_2 x}$
5. Решить уравнение $\frac{3x-1}{x+3}-\frac{x^2-27x-10}{x^2-2x-15}=\frac{x+1}{x-5}$
6. Определить среднюю линию равнобочной трапеции, описанной около окружности, если площадь равна 312,5, а угол при основании трапеции равен 30^0.

1.4. Факультет водоснабжения и гидромелиорации

1.4.1. Специальности: водоснабжение, водоотведение, очистка природных и сточных вод; мелиорация и водное хозяйство

Вариант № 9

1. Решить неравенство $\frac{2}{x-1}>\frac{1}{7}$
2. Найти целочисленные решения системы уравнений $\begin{cases} x^2+xy+3=0 \\ y-3x-7=0 \end{cases}$
3. Решить уравнение $\sqrt[5]{4^{x+4}}=\frac{8}{\sqrt{2}}$
4. Решить уравнение $\log_3 x-\log_3(x+8)=-\log_3(x+3)$
5. Решить уравнение $\sqrt{2}\sin 5x-\sin x=\cos x$
6. Основанием призмы служит равнобочная трапеция с острым углом 45^0, боковой стороной 2 и средней линией $2\sqrt{2}$. Найти объем призмы, если ее высота равна 5.

Решение варианта № 9

1. $\left(\frac{2}{x-1}>\frac{1}{7}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{14-(x-1)}{7(x-1)}>0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{x-15}{7(x-1)}<0\right)\Leftrightarrow(1<x<15).$

Ответ: (1;15).

2.

$$\begin{cases} x^2 + xy + 3 = 0 \\ y - 3x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x(3x+7) + 3 = 0 \\ y = 3x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 7x + 3 = 0 \\ y = 3x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -\dfrac{3}{4} \end{array} \right. \\ y = 3x + 7 \end{cases}.$$

При x=-1 получаем целочисленное решение (-1;4).

Ответ: (-1;4).

3. $$\left(\sqrt[5]{4^{x+4}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \right) \Leftrightarrow \left(2^{\frac{2(x+4)}{5}} = 2^{\frac{5}{2}} \right) \Leftrightarrow \left(\frac{2(x+4)}{5} = \frac{5}{2} \right) \Leftrightarrow \left(x + 4 = \frac{25}{4} \right) \Leftrightarrow \left(x = \frac{9}{4} \right).$$

Ответ: x=2,25.

4.

$$\left(\log_3 x - \log_3(x+8) = -\log_3(x+3)\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 \dfrac{x(x+3)}{x+8} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \dfrac{x(x+3)}{x+8} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \dfrac{x^2 + 2x - 8}{x+8} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -4 \\ x = 2 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow (x = 2)$$

Ответ: x=2.

5.

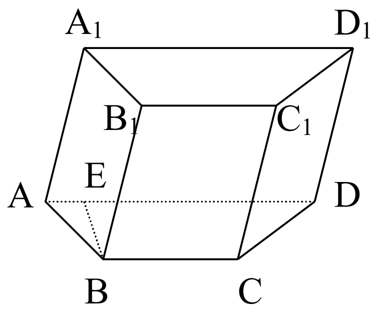
$$\left(\sqrt{2}\sin 5x - \sin x = \cos x\right) \Leftrightarrow \left(\sin 5x = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x \right) \Leftrightarrow \left(\sin 5x = \sin x \cos\frac{\pi}{4} + \cos x \sin\frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\sin 5x - \sin\left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \right) \Leftrightarrow \left(2\sin\left(2x - \frac{\pi}{8} \right)\cos\left(3x + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \dfrac{\pi}{8} = \pi n, n \in Z \\ 3x + \dfrac{\pi}{8} = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{16} + \dfrac{\pi n}{2}, n \in Z \\ x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{\pi k}{3}, k \in Z \end{array} \right. .$$

Ответ: $\left\{ x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{\pi k}{3} \middle| k \in Z \right\} \cup \left\{ x = \dfrac{\pi}{16} + \dfrac{\pi n}{2} \middle| n \in Z \right\}$.

6.



ΔAEB: ∠AEB=90°, BE=ABsin45°=$2 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

S=S_{ABCD}=BE·(AD+BC)/2=$\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 4$.

V=S·h=20.

Ответ: 20.

Вариант № 10

1. Решить неравенство $\frac{13}{x+1} > \frac{1}{2}$
2. Найти целочисленные решения системы уравнений $\begin{cases} x^2+2xy=-3 \\ 2x-y=-4 \end{cases}$
3. Решить уравнение $\sqrt[4]{2^{5x-2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$
4. Решить уравнение $\log_2(x+1) = 1+\log_2 x$
5. Решить уравнение $\cos x - 2\cos 4x - \sqrt{3}\sin x = 0$
6. Основанием прямой призмы является равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой $2\sqrt{2}$. Найти объем призмы, если боковое ребро равно катету.

Решение варианта № 10

1. $\left(\frac{13}{x+1} > \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{26-(x+1)}{x+1} > 0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{x-25}{x+1} < 0\right) \Leftrightarrow (-1 < x < 25).$

Ответ: (-1;25).

2. $\begin{cases} x^2+2xy=-3 \\ 2x-y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+4 \\ x^2+2x(2x+4)+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+4 \\ 5x^2+8x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+4 \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-\frac{3}{5} \end{array}\right. \end{cases}.$

При x=-1 получим целочисленное решение (-1;2).

Ответ: (-1;2).

3. $\left(\sqrt[4]{2^{5x-2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}\right) \Leftrightarrow \left(2^{\frac{5x-2}{4}} = 2^{\frac{3}{2}}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{5x-2}{4} = \frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow \left(x = 1\frac{3}{5}\right).$

Ответ: x=1,6.

4. $(\log_2(x+1) = 1+\log_2 x) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2\frac{x+1}{x} = 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x} = 2\right) \Leftrightarrow \left(\frac{x+1-2x}{x} = 0\right) \Leftrightarrow (x=1)$

Ответ: x=1.

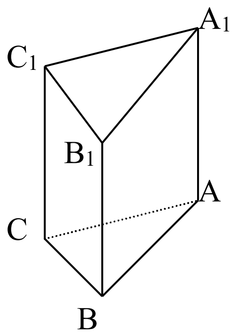
5. $(\cos x - 2\cos 4x - \sqrt{3}\sin x = 0) \Leftrightarrow \left(\cos 4x = \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\cos 4x = \cos\frac{\pi}{3}\cos x - \sin\frac{\pi}{3}\sin x\right) \Leftrightarrow \left(\cos 4x - \cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right) = 0\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(-2\sin\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{5x}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{3x}{2}-\frac{\pi}{6} = \pi k, k \in Z \\ \frac{5x}{2}+\frac{\pi}{6} = \pi n, n \in Z \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}, k \in Z \\ x = -\frac{\pi}{15}+\frac{2\pi n}{5}, n \in Z \end{array}\right..$

Ответ: $\left\{\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}\middle| k\in Z\right\}\cup\left\{-\frac{\pi}{15}+\frac{2\pi n}{5}\middle| n\in Z\right\}$.

6.



ΔABC: $\angle ACB=90°$. Пусть CB=CA=x. По теореме Пифагора $2x^2=AB^2$, т.е. $2x^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2$, откуда x=2.
$S=S_{\Delta ABC}=(1/2)\cdot AC\cdot CB=2$.
Т. к. призма прямоугольная, боковое ребро призмы равно ее высоте, $\Rightarrow H=CC_1=CB=2$.
$V=Sh=2\cdot 2=4$.

Ответ: 4.

Вариант № 11

1. Решить неравенство $\frac{3}{x-2}>\frac{1}{8}$
2. Найти целочисленные решения системы уравнений $\begin{cases}2x^2+xy=14\\3x-y=3\end{cases}$
3. Решить уравнение $\sqrt[3]{7^{4x+3}}=\frac{49}{\sqrt{7}}$
4. Решить уравнение $\lg 8-\lg(x-6)=\lg(x-4)$
5. Решить уравнение $2\sin 3x+\cos 5x=\sqrt{3}\sin 5x$
6. Основание призмы – равносторонний треугольник, площадь которого равна $9\sqrt{3}$. Найти объем призмы, если ее высота в $\sqrt{3}$ раз больше стороны основания.

Вариант № 12

1. Решить неравенство $\frac{4}{x+3}>\frac{1}{5}$
2. Найти целочисленные решения системы уравнений $\begin{cases}x^2-xy+1=0\\4x+y=6\end{cases}$
3. Решить уравнение $\sqrt{3^{2x+1}}=\frac{9}{\sqrt[5]{3}}$
4. Решить уравнение $3-\log_2(x+7)=\log_2(2x-1)$
5. Решить уравнение $\sqrt{2}\cos 4x+\sin x=\cos x$
6. Основанием призмы служит равнобедренный треугольник, основание которого равно 6, а боковая сторона равна 5. Найти объем призмы, если ее высота равна высоте треугольника, опущенной на его основание.

1.5. Заочный факультет

1.5.1. Специальности: бухгалтерский учет, анализ и аудит; коммерческая деятельность; маркетинг

Вариант № 25

1. Решить уравнение $\sqrt{x+7+2\sqrt{6}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$
2. Найти решение уравнения на указанном промежутке
$$\sqrt{3}+2\cos\frac{\pi x}{9}=0,\ 8<\text{x}<20$$
3. Решить уравнение $4x-\frac{2}{x}=7$
4. Хорда АВ делит окружность на две дуги, одна из которых равна 80^0, а другая делится хордой АС пополам. Найти величину угла ВАС.
5. Решить неравенство $x\log_3 x-\frac{3}{\log_x 3}\le 0$
6. Решить неравенство $\frac{3}{|x-1|+1}>|x-1|-1$

Решение варианта № 25

1. $\left(\sqrt{x+7+2\sqrt{6}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\Leftrightarrow\left(x+7+2\sqrt{6}=3+2\sqrt{6}+2\right)\Leftrightarrow\left(x=-2\right)$

Ответ: x=-2.

2.
$$\left(\sqrt{3}+2\cos\frac{\pi x}{9}=0\right)\Leftrightarrow\left(\cos\frac{\pi x}{9}=-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{\pi x}{9}=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in Z\right)\Leftrightarrow\left(x=\pm\frac{15}{2}+18n, n\in Z\right)$$

1). $\left(8<-\frac{15}{2}+18n<20\right)\Leftrightarrow\left(\frac{31}{2}<18n<\frac{55}{2}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{31}{36}<n<\frac{55}{36}\right)\Rightarrow\left(n=1\right)\Rightarrow\left(x=10{,}5\right)$

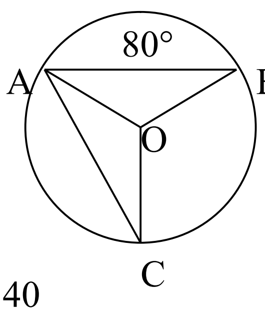
2). $\left(8<\frac{15}{2}+18n<20\right)\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}<18n<\frac{25}{2}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{1}{36}<n<\frac{25}{36}\right)\Rightarrow$ целочисленных решений нет.

Ответ: x=10,5.

3. $\left(4x-\frac{2}{x}=7\right)\Leftrightarrow\left(\frac{4x^2-7x-2}{x}=0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-\frac{1}{4}\end{array}\right.$.

Ответ: x=2; x=-0,25.

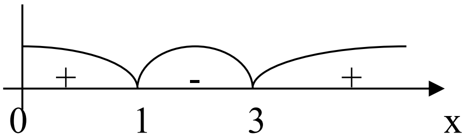
4.



1). Градусная мера дуги равна градусной мере соответствующего центрального угла, следовательно, ∠AOB=80°.
2). ∠AOC=∠BOC=(360°-∠AOB)/2=140°.
3). ∠BAC=(1/2)∠BOC=70°.

Ответ: 70°.

5. $\left(x\log_3 x-\dfrac{3}{\log_x 3}\le 0\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x\log_3 x-3\log_3 x\le 0\\ x\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-3)\log_3 x\le 0\\ x\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow(1<x\le 3)$



Ответ: (1;3].

6. Учитывая, что |x-1|+1>0, получим:

$\left(\dfrac{3}{|x-1|+1}>|x-1|-1\right)\Leftrightarrow\left(3>(|x-1|+1)(|x-1|-1)\right)\Leftrightarrow\left(3>|x-1|^2-1\right)\Leftrightarrow\left(4>(x-1)^2\right)\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow(|x-1|<2)\Leftrightarrow(-2<x-1<2)\Leftrightarrow(-1<x<3)$

Ответ: (-1;3).

Вариант № 26

1. Решить уравнение $\sqrt{3x+4\sqrt{5}}-2=\sqrt{5}$
2. Найти решение уравнения на указанном промежутке

$$1+2\sin\frac{2\pi x}{3}=0,\ 1<x<2$$

3. Решить уравнение $1-\dfrac{12}{x}=x$
4. Расстояние от центра окружности до хорды равно $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ и вдвое меньше радиуса. Найти длину хорды.
5. Решить неравенство $(1-3x)\lg x-\dfrac{2(x-1)}{\log_x 10}>0$
6. Решить неравенство $\dfrac{5}{|3-x|+4}>|3-x|$

Решение варианта № 26

1. $\left(\sqrt{3x+4\sqrt{5}}-2=\sqrt{5}\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{3x+4\sqrt{5}}=2+\sqrt{5}\right)\Leftrightarrow\left(3x+4\sqrt{5}=4+4\sqrt{5}+5\right)\Leftrightarrow(x=3)$

Ответ: x=3.

2.

$\left(1+2\sin\dfrac{2\pi x}{3}=0\right)\Leftrightarrow\left(\sin\dfrac{2\pi x}{3}=-\dfrac{1}{2}\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{2\pi x}{3}=(-1)^{n+1}\dfrac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z\right)\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\left(x=\dfrac{(-1)^{n+1}}{4}+\dfrac{3n}{2}, n\in Z\right)$

1). Пусть n=2k, k∈Z, т. е. четное. Тогда $x=-\dfrac{1}{4}+3k$ и

$\left(1 < -\dfrac{1}{4} + 3k < 2\right) \Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{4} < 3k < \dfrac{9}{4}\right) \Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{12} < k < \dfrac{3}{4}\right) \Rightarrow$ целочисленных решений нет.

2). Пусть n=2k+1, k∈Z, т. е. нечетное. Тогда $x = \dfrac{1}{4} + \dfrac{6k+3}{2}$ и

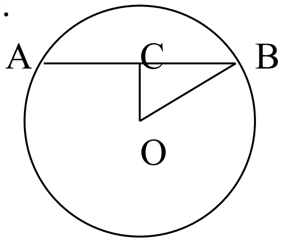
$$\left(1 < \frac{1}{4} + \frac{6k+3}{2} < 2\right) \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} < 6k+3 < \frac{7}{2}\right) \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{4} < k < \frac{1}{12}\right) \Rightarrow (k=0) \Rightarrow (n=1) \Rightarrow x = 1\frac{3}{4}.$$

Ответ: 1,75.

3. $\left(1 + \dfrac{12}{x} = x\right) \Leftrightarrow \left(\dfrac{x^2 - x - 12}{x} = 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Ответ: x=4; x=-3.

4.



1). Проведем OB – радиус окружности. Тогда OB=2OC=$5\sqrt{3}$.

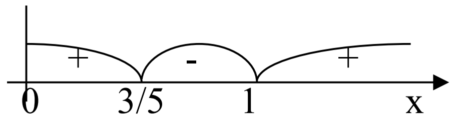
2). Рассмотрим ΔOBC: ∠OCB=90°. По теореме Пифагора получаем: $CB = \sqrt{OB^2 - OC^2} = \dfrac{15}{2}$.

3). Радиус, перпендикулярный хорде, делит ее на равные части: OC⊥AB, ⇒ AC=CB,⇒AB=2CB=15.

Ответ: 15.

5.

$$\left((1-3x)\lg x - \frac{2(x-1)}{\log_x 10} > 0\right) \Leftrightarrow \begin{cases} (1-3x)\lg x - 2(x-1)\lg x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (5x-3)\lg x < 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left\{ \frac{3}{5} < x < 1 \right.$$



Ответ: (0,6;1).

6. Сделаем замену: пусть y=|3-x|. Учитывая, что |3-x|+4>0 при ∀x, получим:

$$\left(\frac{5}{y+4} > y\right) \Leftrightarrow (5 > y(y+4)) \Leftrightarrow (y^2 + 4y - 5 < 0) \Leftrightarrow ((y-1)(y+5) < 0) \Leftrightarrow (-5 < y < 1).$$

Тогда $(-5 < |3-x| < 1) \Leftrightarrow (|x-3| < 1) \Leftrightarrow (-1 < x-3 < 1) \Leftrightarrow (2 < x < 4)$.

Ответ: (2;4).

Вариант № 27

1. Решить уравнение $\sqrt{2x - 2\sqrt{10} + 4} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$
2. Найти решение уравнения на указанном промежутке

$$1 - \sqrt{2}\cos\frac{3\pi x}{4} = 0,\ 2{,}5 < x < 4$$

3. Решить уравнение $\dfrac{2}{x} - 15 = 8x$

4. Хорды АВ и ВС взаимно перпендикулярны. Найти величину угла ВСА, если хорда ВС стягивает дугу в 46^0.
5. Решить неравенство $x\log_5 x < \dfrac{5-x}{\log_x 5}$
6. Решить неравенство $\dfrac{6}{|x+2|+5} > |x+2|$

Вариант № 28

1. Решить уравнение $\sqrt{6\sqrt{3}-x}-3=\sqrt{3}$
2. Найти решение уравнения на указанном промежутке

$$1+\sqrt{2}\sin\frac{\pi x}{4}=0,\ 0 < x < 6$$

3. Решить уравнение $7-2x=\dfrac{3}{x}$

4. Хорда, длина которой равна $7\sqrt{12}$, стягивает дугу, величина которой равна 120^0. Найти длину радиуса окружности.

5. Решить неравенство $\dfrac{2}{\log_x 2} \geq (x+2)\log_2 x$
6. Решить неравенство $\dfrac{4}{|2x+3|+3} > |2x+3|$

1.5.2. Специальности: водоснабжение, водоотведение, очистка природных и сточных вод; промышленное и гражданское строительство; технология, оборудование и автоматизация машиностроения

Варианты письменных заданий для данной специальности приведены в параграфе 1.3.3 (Варианты № 1-4).

<u>Глава 2.</u> Варианты письменных заданий выпускных экзаменов по математике для слушателей подготовительного отделения

2.1. Специальности экономического и электронно-механического факультетов кроме специальности - технология, оборудование и автоматизация машиностроения

Вариант № 1

1. Решить уравнение $\dfrac{6}{x^2-1}-\dfrac{2}{x-1}=2-\dfrac{x+4}{x+1}$.
2. Вычислить $\dfrac{\cos 9^\circ+\cos 51^\circ+\sqrt{3}\cdot\cos 21^\circ}{2\sqrt{3}\sin 69^\circ}$.
3. Решить систему $\begin{cases}11x+2y+2=0\\ y-3x+1=0\end{cases}$.
4. Решить уравнение $3\cdot 16^x+36^x=2\cdot 81^x$.
5. Общая хорда двух пересекающихся окружностей видна из их центров, расположенных по разные стороны от хорды, под углом 60^0 и 120^0. Найти расстояние между центрами окружностей, если меньший радиус равен 7.
6. При каких значениях параметра p сумма квадратов корней уравнения $x^2+2px+2p^2+4p+3=0$ является наибольшей?

Решение варианта № 1

1. $\left(\dfrac{6}{x^2-1}-\dfrac{2}{x-1}=2-\dfrac{x+4}{x+1}\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{6}{(x-1)(x+1)}-\dfrac{2}{x-1}-2+\dfrac{x+4}{x+1}=0\right)\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{6-2(x+1)-2(x-1)(x+1)+(x+4)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{-x^2+x+2}{(x-1)(x+1)}=0\right)\Leftrightarrow\begin{cases}-x^2+x+2=0\\ x\neq 1\\ x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-1\end{array}\right.\\ x\neq 1\\ x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow(x=2).$$

Ответ: x=2.

2. $\dfrac{\cos 9^\circ+\cos 51^\circ+\sqrt{3}\cos 21^\circ}{2\sqrt{3}\sin 69^\circ}=\dfrac{2\cos\dfrac{9^\circ+51^\circ}{2}\cos\dfrac{9^\circ-51^\circ}{2}+\sqrt{3}\cos 21^\circ}{2\sqrt{3}\sin 69^\circ}=$

$$=\frac{2\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos(-21^\circ)+\sqrt{3}\cos 21^\circ}{2\sqrt{3}\sin(90^\circ-21^\circ)}=\frac{2\sqrt{3}\cos 21^\circ}{2\sqrt{3}\cos 21^\circ}=1.$$

Ответ: 1.

3. $\begin{cases}11x+2y+2=0\\ y-3x+1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}11x+2(3x-1)+2=0\\ y=3x-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}17x=0\\ y=3x-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=-1\end{cases}.$

Ответ: (0;-1).

4. $3\cdot 16^x+36^x=2\cdot 81^x$

Учитывая, что $81^x>0$ получаем:

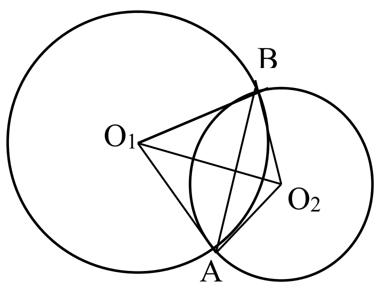
$$\left(3\cdot\frac{16^x}{81^x}+\frac{36^x}{81^x}=2\right)\Leftrightarrow\left(3\cdot\frac{16^x}{81^x}+\frac{4^x}{9^x}=2\right)\Leftrightarrow\left(3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}+\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}=2\right).$$

Пусть $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}=y$ (y>0). Тогда

$$(3y^2+y-2=0)\Leftrightarrow\left(3(y+1)\left(y-\frac{2}{3}\right)=0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=-1\\ y=\frac{2}{3}\end{array}\right.\Rightarrow\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}=\frac{2}{3}\right)\Leftrightarrow(2x=1)\Leftrightarrow(x=0{,}5).$$

Ответ: x=0,5.

5.



Дано: $\angle AO_1B=60°$; $\angle AO_2B=120°$; $O_2A=O_2B=7$.

Найти: O_1O_2.

1). $\angle AO_1B+\angle AO_2B=180° \Rightarrow$ $\angle O_1AO_2+\angle O_1BO_2=180°$.

2). $O_1A=O_1B \Rightarrow \angle O_1AB=\angle O_1BA$;

$O_2A=O_2B \Rightarrow \angle O_2AB=\angle ABO_2$.

Таким образом, $\angle O_1AO_2=\angle O_1BO_2=90°$.

$\Delta O_1BO_2=\Delta O_1AO_2 \Rightarrow \angle AO_1O_2=\angle BO_1O_2=60°/2=30°$.

Рассмотрим прямоугольный треугольник ΔO_1AO_2:

$O_1O_2=AO_2/\sin\angle AO_1O_2=14$.

Ответ: 14.

6. $x^2+2px+2p^2+4p+3=0$.

Найдем, при каких значениях параметра p уравнение имеет действительные решения:

$$\left(\frac{D}{4}=-p^2-4p-3\right)\Rightarrow(-p^2-4p-3\ge 0)\Leftrightarrow\left((p+3)(p+1)\le 0\right)\Leftrightarrow(-3\le p\le -1).$$

Используя теорему Виета, получим:

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(-2p)^2-2(2p^2+4p+3)=-2(4p+3)=-8p-6.$$

Так как функция y(p)=-8p-6 убывает на отрезке [-3;-1], то наибольшее значение суммы квадратов корней достигается при p=-3.

Ответ: p=-3.

Вариант № 2

1. Решить уравнение $\frac{3}{x+2}=\frac{2x-1}{x+1}+\frac{2x+1}{x^2+3x+2}$.
2. Вычислить $\frac{\sin 17°+\sin 43°+2\sin 77°}{3\cos 13°}$.

3. Решить систему $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ 3x-2y-4=0 \end{cases}$.
4. Решить уравнение $5\cdot 9^x + 4\cdot 15^x - 9\cdot 25^x = 0$.
5. Общая хорда двух пересекающихся окружностей видна из их центров под углами 60^0 и 90^0 . Найти радиус большей окружности, если центры окружностей лежат по одну сторону от хорды, а расстояние между центрами равно $3(\sqrt{3}-1)$.
6. При каких значениях параметра p сумма корней уравнения $x^2+2(p^2-3p)x-6p^3+12p^2+4=0$ является наибольшей?

Решение варианта № 2

1. $\left(\frac{3}{x+2}=\frac{2x-1}{x+1}+\frac{2x+1}{x^2+3x+2}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{2x-1}{x+1}+\frac{2x+1}{(x+2)(x+1)}-\frac{3}{x+2}=0\right) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{(2x-1)(x+2)+2x+1-3(x+1)}{(x+2)(x+1)}=0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{2(x^2+x-2)}{(x+2)(x+1)}=0\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ x\neq -2 \\ x\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right. \\ x\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow (x=1).$$

Ответ: x=1.

2. $\frac{\sin 17^\circ+\sin 43^\circ+2\sin 77^\circ}{3\cos 13^\circ}=\frac{2\sin\frac{17^\circ+43^\circ}{2}\cos\frac{17^\circ-43^\circ}{2}+2\sin 77^\circ}{3\cos 13^\circ}=$

$$=\frac{2\sin 30^\circ\cos(-13^\circ)+2\sin(90^\circ-13^\circ)}{3\cos 13^0}=\frac{\cos 13^\circ+2\cos 13^\circ}{3\cos 13^0}=1.$$

Ответ: 1.

3. $\begin{cases} x+2y-4=0 \\ 3x-2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y+4 \\ 3(-2y+4)-2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y+4 \\ -8y+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

Ответ: (2;1).

4. $(5\cdot 9^x+4\cdot 15^x-9\cdot 25^x=0) \Leftrightarrow (5\cdot 3^{2x}+4\cdot 3^x\cdot 5^x-9\cdot 5^{2x}=0)$.

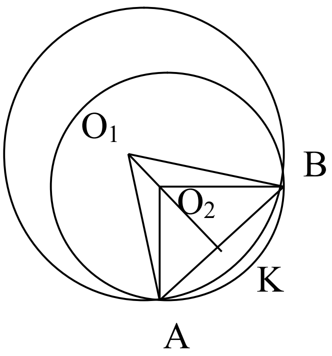
Учитывая, что $5^{2x}>0$, получим: $5\left(\frac{3}{5}\right)^{2x}+4\left(\frac{3}{5}\right)^{x}-9=0$.

Пусть $\left(\frac{3}{5}\right)^{x}=y$ (y>0).

Тогда $(5y^2+4y-9=0) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-\frac{9}{5} \\ y=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left(\left(\frac{3}{5}\right)^{x}=1\right) \Leftrightarrow (x=0)$.

Ответ: x=0.

5.



Дано: $\angle AO_1B=60°$; $\angle AO_2B=90°$; $O_1O_2=3(\sqrt{3}-1)$.

Найти: O_1A.

1). Пусть $R=O_1A$. Проведем O_1O_2. $\Delta O_1AO_2=\Delta O_1BO_2$ (по трем сторонам) $\Rightarrow \angle AO_1K=\angle BO_1K \Rightarrow O_1K$ – биссектриса, высота и медиана ΔAO_1B. $\angle O_1KA=90°$.

2). $\angle O_2AB=\angle O_2BA=(180°-90°)/2=45°$. Рассмотрим ΔAO_2K: $\angle AO_2K=45°$; $O_2K=AK=AB/2=R/2$.

3). ΔO_1AK: $O_1K=O_1A\cdot\cos\angle O_1AB$,

$O_1K=O_1O_2+O_2K=3(\sqrt{3}-1)+\dfrac{R}{2}=R\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R=6$.

Ответ: 6.

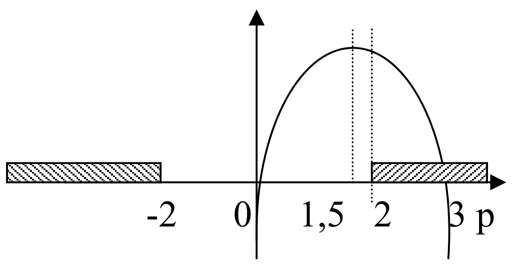
6. Найдем, при каких значениях параметра p уравнение имеет действительные решения:

$$\frac{D}{4}=\left(p^2-3p\right)^2+6p^3-12p^2-4=p^4-3p^2-4;$$

$$\left(p^4-3p^2-4\ge 0\right)\Leftrightarrow\left(\left(p^2-4\right)\left(p^2+1\right)\ge 0\right)\Leftrightarrow\left(\left(p+2\right)\left(p-2\right)\ge 0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}p\le -2\\ p\ge 2\end{array}\right..$$

Используя теорему Виета, получим: $x_1+x_2=-2p(p-3)=-2p^2+6p$.

Из рисунка нетрудно видеть, что наибольшее значение суммы корней достигается при p=2.



Ответ: p=2.

Вариант № 3

1. Решить уравнение $\dfrac{4}{x+2}-\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{12}{4-x^2}=\dfrac{1}{7}$.
2. Вычислить $\dfrac{\cos 48°+\cos 42°+\sqrt{2}\cdot\cos 3°}{\sqrt{2}\cdot\sin 87°}$.
3. Решить систему $\begin{cases}3y+x+2=0\\ 3x+2y-1=0\end{cases}$.
4. Решить уравнение $5\cdot 4^x-2\cdot 25^x=3\cdot 10^x$.
5. Общая хорда двух пересекающихся окружностей видна из их центров под углами 90^0 и 120^0. Найти расстояние между центрами окружностей, лежащими по разные стороны от хорды, если длина хорды равна $3-\sqrt{3}$.

6. При каких значениях параметра p сумма квадратов корней уравнения $x^2-2px+2p^2-6p+8=0$ является наименьшей?

Вариант № 4

1. Решить уравнение $\frac{3x}{x-1}-\frac{3x-6}{x^2+x-2}=\frac{2x}{x+2}$.
2. Вычислить $\frac{\sin 5°-\sin 55°-\sqrt{3}\cdot\sin 25°}{\sqrt{3}\cdot\cos 65°}$.
3. Решить систему $\begin{cases}x-3y+2=0\\3x+2y-5=0\end{cases}$.
4. Решить уравнение $6^x-8\cdot 9^x+7\cdot 4^x=0$.
5. Общая хорда двух пересекающихся окружностей видна из их центров под углами 90^0 и 60^0. Найти длину хорды, если центры окружностей лежат по одну сторону от хорды , а расстояние между центрами равно $9(\sqrt{3}-1)$.
6. Найти все значения параметра p, при которых сумма корней уравнения $x^2-2(p^2+4p)x+8p^3+18p^2+63=0$ принимает наименьшее значение.

2.2. Специальности факультета водоснабжения и гидромелиорации, строительного и заочного факультетов, специальность - технология, оборудование и автоматизация машиностроения электронно-механического факультета

Вариант № 5

1. Вычислить $\frac{2\cos 13°+3\sin 77°}{\sin 43°+\sin 17°}$.
2. Решить уравнение $2\cdot 3^{x+1}-6\cdot 3^{x-1}=12$.
3. Решить неравенство $\frac{x^2+x-6}{x+1}<0$.
4. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной в него окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 5 и 12 см. Найти катеты треугольника.
5. Решить систему $\begin{cases}x+y=10\\\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{12}\end{cases}$.
6. Решить неравенство $7x+|x-4|>x^2+12$.

Решение варианта № 5

1. $\frac{2\cos 13°+3\sin 77°}{\sin 43°+\sin 17°}=\frac{5\cos 13°}{2\sin 30°\cos 13°}=\frac{5\cos 13°}{\cos 13°}=5.$

Ответ: 5.

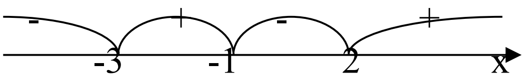
2. $\left(2\cdot 3^{x+1}-6\cdot 3^{x-1}=12\right)\Leftrightarrow\left(2\cdot 3\cdot 3^x-2\cdot 3^x=12\right)\Leftrightarrow\left(3^x=3\right)\Leftrightarrow\left(x=1\right).$

Ответ: x=1.

3.

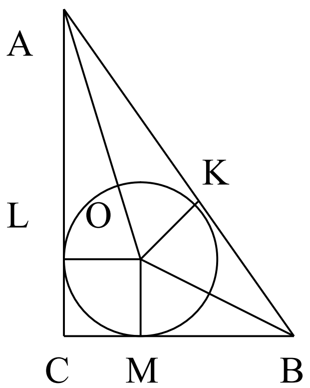
$$\left(\frac{x^2+x-6}{x+1}<0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{(x-2)(x+3)}{x+1}<0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-2)(x+3)<0\\ x+1>0\end{cases}\\ \begin{cases}(x-2)(x+3)>0\\ x+1<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-3<x<2\\ x>-1\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x<-3\\ x>2\end{array}\right.\\ x<-1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<2\\ x<-3\end{array}\right.$$



Ответ: $(-\infty;-3)\cup(-1;2)$.

4. Дано: $\angle ACB=90°$; AK=12 см; KB=5 см. Найти: AC, CB.



1). OL=OM как радиусы окружности, $\angle OLC=\angle OMC=\angle LCM=90° \Rightarrow$ CLOM – квадрат. Пусть LC=CM=x.

2). OM=OK; $\angle OMB=\angle OKB=90° \Rightarrow \Delta OMB=\Delta OKB$. Из равенства треугольников получаем, что MB=KB=5. Аналогично AL=AK=12.

3). Используя теорему Пифагора, получим: $AC^2+CB^2=AB^2$; т.е. $(x+5)^2+(x+12)^2=17^2$.

Решая это уравнение и учитывая, что x>0, находим x=3. Таким образом: AC=15; BC=8.

Ответ: 15 см; 8 см.

5. $$\begin{cases}x+y=10\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{12}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10-y\\ \dfrac{1}{10-y}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{12}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10-y\\ \dfrac{12y+12(10-y)-5y(10-y)}{12y(10-y)}=0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=10-y\\ \dfrac{y^2-10y+24}{y(10-y)}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10-y\\ \left[\begin{array}{l}y=4\\ y=6\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4\\ y=6\end{cases}\\ \begin{cases}x=6\\ y=4\end{cases}\end{array}\right..$$

Ответ: (4;6); (6;4).

6.

$$\left(7x+|x-4|>x^2+12\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-4\ge 0\\ x^2-8x+16<0\end{cases}\\ \begin{cases}x-4<0\\ x^2-6x+8<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 4\\ (x-4)^2<0\end{cases}\\ \begin{cases}x<4\\ (x-4)(x-2)<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\varnothing\\ \begin{cases}x<4\\ 2<x<4\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow(2<x<4).$$

Ответ: (2;4).

Вариант № 6

1. Вычислить $\dfrac{\cos 71^\circ + \cos 49^\circ}{7\cos 11^\circ - 3\sin 79^\circ}$.
2. Решить уравнение $2^{x+5} + 8\cdot 2^{x-1} - 4 = 0$.
3. Решить неравенство $\dfrac{x+2}{x^2 - 2x - 3} > 0$.
4. Центр вписанной окружности делит высоту равнобедренного треугольника, опущенную на основание, на отрезки 5 и 3 см, считая от вершины. Определить стороны треугольника.
5. Решить систему $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$.
6. Решить неравенство $\left|x^2 - 4\right| - 2 < x$.

Решение варианта № 6

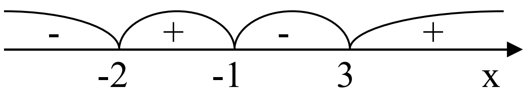
1. $\dfrac{\cos 71^0 + \cos 49^0}{7\cos 11^0 - 3\sin 79^0} = \dfrac{2\cos 11^0 \cos 60^0}{4\cos 11^0} = \dfrac{1}{4}$.

Ответ: 0,25.

2. $\left(2^{x+5} + 8\cdot 2^{x-1} - 4 = 0\right) \Leftrightarrow \left(32\cdot 2^x + 4\cdot 2^x = 4\right) \Leftrightarrow \left(2^x = \dfrac{1}{9}\right) \Leftrightarrow \left(x = \log_2 \dfrac{1}{9}\right)$.

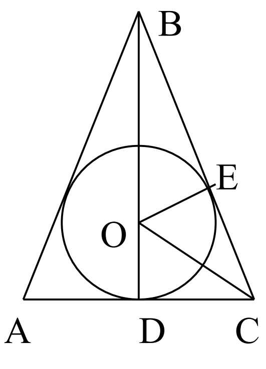
Ответ: $x = \log_2 \dfrac{1}{9}$.

3. $\left(\dfrac{x+2}{x^2 - 2x - 3} > 0\right) \Leftrightarrow \left(\dfrac{x+2}{(x-3)(x+1)} > 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < x < -1 \\ x > 3 \end{array}\right.$.



Ответ: (-2;-1)$\cup$(3;+∞).

4.



1). E – точка касания, OE – радиус, проведенный в точку касания, $\Rightarrow$ $\angle$OEB=90°. OE=OD=3 как радиусы. По теореме Пифагора для ΔOEB: $BE^2=OB^2-OE^2$, $\Rightarrow$ BE=4.

2). ΔODC=ΔOEC, $\Rightarrow$ DC=EC. Пусть DC=EC=x. Применяя теорему Пифагора к ΔBDC, получим $64+x^2=(4+x)^2$, откуда x=6. Находим BC=BE+EC=10 и, учитывая, что в равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию, является медианой, AC=2DC=12.

Ответ: 10 см, 12 см.

5.

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x(x-1) + (x-1)^2 = 7 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 6 = 0 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 3 \end{array}\right. \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases} \end{array}\right..$$

Ответ: (-2;-3); (3;2).

6.

$$\left(\left|x^2 - 4\right| - 2 < x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 4 \ge 0 \\ x^2 - 4 - 2 < x \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ 4 - x^2 - 2 < x \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le -2 \end{array}\right. \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x^2 + x - 2 > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le -2 \end{array}\right. \\ -2 < x < 3 \end{cases} \\ \begin{cases} -2 < x < 2 \\ \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -2 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 \le x < 3 \\ 1 < x < 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 < x < 3)$$

Ответ: (1;3).

Вариант № 7

1. Вычислить $\dfrac{\cos 49° + 2\sin 41°}{\sin 79° - \sin 19°}$.
2. Решить уравнение $4^{x-1} + 11 \cdot 4^{x-2} = \dfrac{15}{16}$.
3. Решить неравенство $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x + 3} < 0$.
4. Точка на гипотенузе прямоугольного треугольника, равноудаленная от обоих катетов, делит гипотенузу на отрезки 30 и 40 см. Найти катеты треугольника.
5. Решить систему $\begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ \dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{3}{20} \end{cases}$.
6. Решить неравенство $3|x-1| + x^2 > 7$.

Вариант № 8

1. Вычислить $\dfrac{\cos 13° - \cos 47°}{12\sin 17° - 2\cos 73°}$.
2. Решить уравнение $7^{x+1} - 3 \cdot 7^x - 28 = 0$.
3. Решить неравенство $\dfrac{x - 4}{x^2 + x - 2} > 0$.
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей около прямоугольного треугольника соответственно равны 2 и 5 см. Найти длины сторон этого треугольника.
5. Решить систему $\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11 \\ x - 2y - 1 = 0 \end{cases}$.
6. Решить неравенство $\left|x^2 + x\right| + 3x \le 5$.

2.3. Варианты письменных заданий совмещенных выпускных экзаменов по математике

Вариант № 1

1. Решить уравнение $\sqrt{\dfrac{2x-7}{x+6}}-\sqrt{\dfrac{5}{6}}=0.$
2. Вычислить $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha\right)$, если $\cos\alpha=-\sqrt{0{,}1}.$
3. Окружность радиуса $6\sqrt{3}$ описана около равнобедренного треугольника с углом 120^0. Найти его основание.
4. Решить уравнение $\log_5 x-\dfrac{1}{2}\log_x 25=\dfrac{3}{2}.$
5. Решить неравенство $x^2+2<3|x|.$
6. Найти значения параметра р, при которых отношение корней уравнения $2x^2+(p-10)x+6=0$ равно 12.

Решение варианта № 1

1. $\left(\sqrt{\dfrac{2x-7}{x+6}}-\sqrt{\dfrac{5}{2}}=0\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{\dfrac{2x-7}{x+6}}=\sqrt{\dfrac{5}{2}}\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{2x-7}{x+6}=\dfrac{5}{2}\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{-x-44}{2(x+6)}=0\right)\Leftrightarrow(x=-44).$

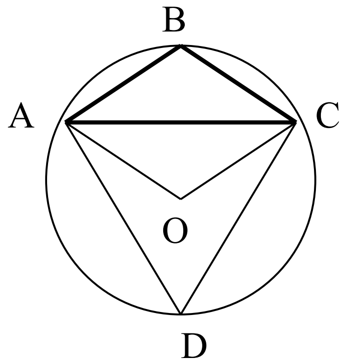
Ответ: x=-44.

2. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha\right)=\cos(2\alpha)=2\cos^2\alpha-1.$

При $\cos\alpha=-\sqrt{0{,}1}.$ получаем: 2·0,1-1=-0,8.

Ответ: -0,8.

3.



Дано: OA=OC=$6\sqrt{3}$; AB=BC; ∠ABC=120°.
Найти: AC.
Четырехугольник ABCD – вписан в окружность, ⇒∠ADC=180°-120°=60°. Получаем, ∠AOC= =2·∠ADC=120°. По теореме косинусов для ΔAOC: $AC^2=AO^2+AO^2-2AO^2\cos120°$, откуда AC=18.
Ответ: AC=18.

4. $\left(\log_5 x-\dfrac{1}{2}\log_x 25=\dfrac{3}{2}\right)\Leftrightarrow\left(\log_5 x-\dfrac{1}{\log_5 x}-\dfrac{3}{2}=0\right)\Leftrightarrow\left(\dfrac{2\log_5 x-3\log_5 x-2}{\log_5 x}=0\right)\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_5 x=2\\ \log_5 x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=25\\ x=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\end{array}\right..$$

Ответ: x=25; $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

5.

$$\left(x^2+2<3|x|\right)\Leftrightarrow\left(x^2-3|x|+2<0\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ x^2-3x+2<0\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ x^2+3x+2<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ 1<x<2\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ -2<x<-1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<2\\ -2<x<-1\end{array}\right..$$

Ответ: (-2;-1)$\cup$(1;2).

6. Найдем корни уравнения $2x^2+(p-10)x+6=0$ при условии, что их отношение равно 12. Учитывая, что по теореме Виета $x_1x_2=3$, получим:

$$\begin{cases}x_1x_2=3\\ \dfrac{x_1}{x_2}=12\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_1=6\\ x_2=\dfrac{1}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x_1=-6\\ x_2=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right..$$

Откуда, используя то, что $\dfrac{p-10}{2}=-(x_1+x_2)$, имеем $\left[\begin{array}{l}p=23\\ p=-3\end{array}\right.$.

Ответ: p=–3; p=23.

Вариант № 2

1. Решить уравнение $\sqrt{\dfrac{19-2x}{2-x}}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$.
2. Вычислить $\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+2\alpha\right)$, если $\sin\alpha=-\sqrt{0{,}7}$.
3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5, а угол при основании равен 30°. Найти диаметр описанной окружности.
4. Решить уравнение $\log_x 2-\log_4 x+\dfrac{7}{6}=0$.
5. Решить неравенство $5|x|-6<x^2$.
6. Найти значения параметра p, при которых один из корней уравнения $2x^2-6x+1-p=0$ больше другого на 10.

<u>Глава 3.</u> Варианты заданий по математике для собеседования

3.1. Специальности: бухгалтерский учет, анализ и аудит; коммерческая деятельность экономического факультета

Вариант № 1

1. Решить уравнение $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$.
2. Решить уравнение $\sqrt{2x-1} = x-2$.
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 5x+4y=3 \\ 3x-2y=-7 \end{cases}$.
4. Вычислить $\sin^2\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$, если $\sin\alpha = 0{,}3$.
5. Решить неравенство $(x^2-2x+4) \geq \sqrt{5+4x-x^2}$.

Решение варианта № 1

1. $\left(\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{3x-3} = \frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3-3x} = \frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x} = \frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x} = \left(\frac{2}{3}\right)^1\right) \Leftrightarrow (3-x=1) \Leftrightarrow (x=2).$

Ответ: x=2.

2. $\left(\sqrt{2x-1} = x-2\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \\ 2x-1 = x^2-4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2-6x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow (x=5).$

Ответ: x=5.

3. $\begin{cases} 5x+4y=3 \\ 3x-2y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+4y=3 \\ 6x-4y=-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=-11 \\ 5x+4y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}.$

Ответ: (-1;2).

4. $\sin^2\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1-\cos\left(2\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)\right)}{2} = \frac{1-\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{2} = \frac{1-\sin\alpha}{2}$.

При $\sin\alpha = 0{,}3$ получаем: $\frac{1}{2}(1-0{,}3) = 0{,}35$.

Ответ: 0,35.

5. $\left(\left(x^2-2x+4\right) \geq \sqrt{5+4x-x^2}\right) \Leftrightarrow \left((x-1)^2+3 \geq \sqrt{9-(x-2)^2}\right)$.

Учитывая $\begin{cases} (x-1)^2+3 \geq 3 \\ \sqrt{9-(x-2)^2} \leq 3 \end{cases}$, получим, что $(x-1)^2+3 \geq \sqrt{9-(x-2)^2}$ при $\forall$x$\in$ОДЗ, т.е. $\left(9-(x-2)^2 \geq 0\right) \Leftrightarrow \left(|x-2| \leq 3\right) \Leftrightarrow (-1 \leq x \leq 5)$.

Ответ: [-1;5].

Вариант № 2

1. Решить уравнение $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^{x} = \frac{3}{16}.$
2. Решить уравнение $5 + 2\sqrt{x+1} = 3x.$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 5x + 3y = 14 \end{cases}.$
4. Вычислить $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$, если $\sin\alpha = 0{,}2.$
5. Решить неравенство $(2x - x^2)\sqrt{6x - x^2 - 5} \le 2.$

3.2. Специальности: мировая экономика и международные экономические отношения; маркетинг экономического факультета

Вариант № 3

1. Вычислить $\frac{1 - 2\cos^2 13°}{\sin 64°}.$
2. Решить неравенство $\frac{2x-1}{x+2} > 2.$
3. Решить уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} + 2^{x-3} - \sqrt{4^{x-4}} = 80.$
4. Решить уравнение $x + 3\sqrt{x} = 4.$
5. Найти множество значений функции $y = \sqrt{2 - \cos x - \sin^2 x}.$

Решение варианта № 3

1. $\frac{1 - 2\cos^2 13°}{\sin 64°} = \frac{-\cos 26°}{\sin 64°} = \frac{-\cos(90° - 64°)}{\sin 64°} = \frac{-\sin 64°}{\sin 64°} = -1.$

Ответ: -1.

2. $\left(\frac{2x-1}{x+2} > 2\right) \Leftrightarrow \left(\frac{2x-1-2(x+2)}{x+2} > 0\right) \Leftrightarrow \left(\frac{-5}{x+2} > 0\right) \Leftrightarrow (x + 2 < 0) \Leftrightarrow (x < -2).$

Ответ: (-∞;-2).

3.

$$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} + 2^{x-3} - \sqrt{4^{x-4}} = 80\right) \Leftrightarrow \left(2^{x-2} + 2^{x-3} - 2^{x-4} = 80\right) \Leftrightarrow \left(4 \cdot 2^{x-4} + 2 \cdot 2^{x-4} - 2^{x-4} = 80\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(5 \cdot 2^{x-4} = 80\right) \Leftrightarrow \left(2^{x-4} = 16\right) \Leftrightarrow (x - 4 = 4) \Leftrightarrow (x = 8).$$

Ответ: x=8.

4.

$$\left(x + 3\sqrt{x} = 4\right) \Leftrightarrow \left(3\sqrt{x} = 4 - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 4 - x \ge 0 \\ 9x = 16 - 8x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 4 \\ x^2 - 17x + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 4 \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 16 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = 1).$$

Ответ: x=1.

5. $y=\sqrt{2-\cos x-\sin^2 x}=\sqrt{1-\cos x+\cos^2 x}=\sqrt{\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}$. Так, как

$$(-1\le\cos x\le 1)\Leftrightarrow\left(-\frac{3}{2}\le\cos x-\frac{1}{2}\le\frac{1}{2}\right)\Rightarrow\left(0\le\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{9}{4}\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{3}{4}\le\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\le 3\right)\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\le\sqrt{\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\le\sqrt{3}\right),$$

то $\min y=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\max y=\sqrt{3}$.

Учитывая, что y(x) непрерывная функция, получим $E(y)=\left[\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right]$.

Ответ: $\left[\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right]$.

Вариант № 4

1. Вычислить $\frac{1-2\sin^2 36°}{8\sin 18°}$.
2. Решить неравенство $\frac{3x-7}{x-2}<3$.
3. Решить уравнение $\log_3\frac{1}{x-1}+6=-8\log_{\frac{1}{9}}\sqrt{x-1}$.
4. Решить уравнение $x=2+\sqrt{x}$.
5. Найти множество значений функции $y=\sqrt{\sin x-\cos^2 x+5}$.

3.3. Специальности: автоматизированные системы обработки информации; вычислительные системы и сети электронно-механического факультета

Вариант № 5

1. Вычислить $\frac{\sin 40°-\cos 40°}{\sqrt{2}\cos 85°}$.
2. Решить неравенство $(x-1)\cdot\sqrt{x^2-x-2}\ge 0$.
3. Решить систему уравнений $\begin{cases}7x-4y=11\\4x+3y=1\end{cases}$.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=2x^2-4x+3$ на отрезке [-1;4].
5. Решить уравнение $x^{0,1+0,2\lg x}=\sqrt{x}$.

Решение варианта № 5

1. $\frac{\sin 40°-\cos 40°}{\sqrt{2}\cos 85°}=\frac{\sin 40°-\sin 50°}{\sqrt{2}\cos 85°}=\frac{-2\sin 5°\cos 45°}{\sqrt{2}\cos 85°}=\frac{-\sqrt{2}\cos 85^0}{\sqrt{2}\cos 85^0}=-1.$

Ответ: -1.

2. $\left((x-1)\sqrt{x^2-x-2}\ge 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x-2=0 \\ \begin{cases} x^2-x-2\ge 0 \\ x-1\ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ \begin{cases} (x+1)(x-2)\ge 0 \\ x\ge 1 \end{cases} \\ x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le -1 \end{array}\right. \\ x\ge 1 \end{cases} \\ x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$.

Ответ: $\{-1\}\cup[2;+\infty)$.

3. $\begin{cases} 7x-4x=11 \\ 4x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21x-12y=33 \\ 16x+12y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 37x=37 \\ 7x-4y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$.

Ответ: (1;-1).

4. $(y=2x^2-4x+3) \Rightarrow (y'=4x-4)$.

Найдем критические точки: $(4x-4=0) \Leftrightarrow (x=1)$. Вычислим значение функции в точке x=1 и на концах отрезка: y(1)=1; y(-1)=9; y(4)=19. Получаем, что min y=y(1)=1; max y=y(4)=19.

Ответ: min y=y(1)=1; max y=y(4)=19.

5. $\left(x^{0,1+0,2\lg x}=\sqrt{x}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0,1+0,2\lg x=0,5 \\ x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \lg x=2 \\ x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=100 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Ответ: x=1; x=100.

Вариант № 6

1. Вычислить $\dfrac{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\sqrt{2}\sin 25^\circ}$.
2. Решить неравенство $(x+2)\cdot\sqrt{x^2+x-6}\ge 0$.
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x+3y=10 \\ 5x-2y=6 \end{cases}$.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=3x^2-6x+1$ на отрезке [0;2].
5. Решить уравнение $x^{\lg x}=1000\cdot x^2$.

3.4. Специальности факультета водоснабжения и гидромелиорации, строительного и заочного факультетов, специальность - технология, оборудование и автоматизация машиностроения электронно-механического факультета

Вариант № 7

1. Решить уравнение $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$.
2. Найти область определения функции $y=\sqrt{1-\dfrac{x-4}{x+5}}$.
3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3^{-x}\cdot 5^y=75 \\ x+y=1 \end{cases}$.
4. Решить неравенство $x^2-4x+3<0$.

5. Решить уравнение $\frac{5x}{10x-13}=\frac{3}{2}$.

Решение варианта № 7

1.

$$\left(\sin(x-\frac{\pi}{3})+\sin(x+\frac{\pi}{3})=1\right)\Leftrightarrow\left(2\sin x\cos\frac{\pi}{3}=1\right)\Leftrightarrow\left(\sin x=1\right)\Leftrightarrow\left(x=\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ n\in Z\right).$$

Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ n\in Z\right\}$.

2. Найдем область определения функции D(y):

$$\left(1-\frac{x-4}{x+5}\geq 0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{x+5-x+4}{x+5}\geq 0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{9}{x+5}\geq 0\right)\Leftrightarrow\left(x+5>0\right)\Leftrightarrow\left(x>-5\right).$$

Ответ: (-5;+∞).

3. $\begin{cases}3^{-x}\cdot 5^{y}=75\\ x+y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-x\\ 3^{-x}\cdot 5\cdot 5^{-x}=75\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-x\\ 15^{-x}=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-x\\ -x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=2\end{cases}.$

Ответ: (-1;2).

4. $\left(x^2-4x+3<0\right)\Leftrightarrow\left((x-3)(x-1)<0\right)\Leftrightarrow\left(1<x<3\right).$

Ответ: (1;3).

5. $\left(\frac{5x}{10x-13}=\frac{3}{2}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{10x-3(10x-13)}{2(10x-13)}=0\right)\Leftrightarrow\left(\frac{-20x+39}{10x-13}=0\right)\Leftrightarrow\left(x=\frac{39}{20}\right).$

Ответ: x=1,95.

Вариант № 8

1. Решить уравнение $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}.$
2. Найти область определения функции $y=\lg\left(\frac{x+2}{x-3}-1\right).$
3. Решить систему уравнений $\begin{cases}7^{x+1}\cdot 2^{y}=4\\ y-x=3\end{cases}.$
4. Решить неравенство $x^2-3x+2<0.$
5. Решить уравнение $\frac{8x}{36x-21}=\frac{1}{2}.$

Приложение

Ответы для самопроверки

Глава 1. Варианты письменных заданий по математике на вступительных экзаменах

1.1. Электронно-механический факультет

1.1.1. Специальности: автоматизированные системы обработки информации; вычислительные системы и сети

Вариант № 43

1. 5.
2. x=-3.
3. x=0,5; x=0,6; x=4,5.
4. 6.
5. min y=0,5; max y=5,5.
6. $(-\infty;0)\cup\{1\}$.

Вариант № 44

1. –19.
2. x=7.
3. x=0,2; x=2,5; x=3,75.
4. 2.
5. $\min y=\sqrt{22-5\sqrt{2}}$;
$\max y=\sqrt{22+5\sqrt{2}}$.
6. $[2;+\infty)$.

1.1.2. Специальность: технология, оборудование и автоматизация машиностроения

Вариант № 35

1. –2
2. $(-\infty;-1)$.
3. (4;1).
4. x=2.
5. (-8;4,8].
6. 48.

Вариант № 36

1. 3.
2. $(-3;+\infty)$.
3. (1;2).
4. x=-1.
5. [1;10).
6. 0,5.

1.2. Экономический факультет

1.2.1. Специальности: бухгалтерский учет, анализ и аудит; маркетинг; мировая экономика и международные экономические отношения

Вариант № 15

1. x=-1.
2. x=-1.
3. $\left\{\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k \middle| k\in Z\right\}$.
4. 3.
5. $7\sqrt{3}$.
6. x=7.

Вариант № 16

1. x=2,5.
2. x=6.
3. $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k \middle| k\in Z\right\}$.
4. 6.
5. $\left[0;\frac{4}{3}\right]$.
6. x=2.

1.2.2. Специальности: коммерческая деятельность; финансы и кредит

Вариант № 59

1. 0,5.
2. x=2.
3. (-1;2).
4. 37°.
5. p=0,25.
6. x=2.

Вариант № 60

1. 0,4.
2. x=3.
3. (1;3).
4. 15.
5. p=12.
6. x=3.

1.3. Строительный факультет

1.3.1. Специальность: архитектура

Вариант № 7

1. $(-\infty;0)\cup(1,2;4)$.
2. 1.
3. (1;1).
4. x=2.
5. (0;1).
6. $\frac{125\sqrt{3}}{9}$.

Вариант № 8

1. $(-\infty;0)\cup\left(\frac{20}{7};5\right)$.
2. 1.
3. $\left(\frac{30}{23};\frac{9}{23}\right)$.
4. x=9.
5. (-2;1).
6. 70.

1.3.2. Специальность: производство строительных изделий и конструкций

Ответы письменных заданий для данной специальности приведены в приложении для параграфа 1.1.2.

1.3.3. Специальности: промышленное и гражданское строительство; строительство дорог (варианты № 1-4)

Вариант № 3

1. {-1; 0}.
2. x=5.
3. $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi n \middle| n\in Z\right\}$.
4. x=16; x=0,25.
5. 225.
6. $(-5;-1)\cup(1;5)$.

Вариант № 4

1. {1;2}.
2. x=8.
3. $\{2\pi n|\ n\in Z\}$.
4. x=6.
5. 180.
6. $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Вариант № 55

1. –0,68.
2. x=2.
3. [0,25;2,5).
4. (0;5].
5. x=7.
6. 60.

Вариант № 56

1. 0,35.
2. x=3.
3. [2;5).
4. (0;100).
5. x=-4.
6. 25.

1.4. Факультет водоснабжения и гидромелиорации

1.4.1. Специальности: водоснабжение, водоотведение, очистка природных и сточных вод; мелиорация и водное хозяйство

Вариант № 11

1. (-2;26).
2. (2;3).
3. x=0,375.
4. x=8.
5. $\left\{\frac{\pi}{12}+\pi k \middle| k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{7\pi}{48}+\frac{\pi n}{4} \middle| n\in Z\right\}$.
6. 162.

Вариант № 12

1. (-3;17).
2. (1;2).
3. x=1,3.
4. x=1.
5. $\left\{\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi k}{3} \middle| k\in Z\right\}\cup\left\{-\frac{\pi}{20}+\frac{2\pi n}{5} \middle| n\in Z\right\}$.
6. 48.

1.5. Заочный факультет

1.5.1. Специальности: бухгалтерский учет, анализ и аудит; коммерческая деятельность; маркетинг

Вариант № 27

1. x=1,5.
2. x=3.
3. x=–2; x=0,125.
4. 67°.
5. (1;2,5).
6. (-3;-1).

Вариант № 28

1. x=-12.
2. x=5.
3. x=3; x=0,5.
4. 14.
5. (0;1).
6. (-2;-1).

1.5.2. Специальности: водоснабжение, водоотведение, очистка природных и сточных вод; промышленное и гражданское строительство; технология, оборудование и автоматизация машиностроения

Ответы письменных заданий для данной специальности приведены в приложении для параграфа 1.3.3.

Глава 2. Варианты письменных заданий выпускных экзаменов по математике для слушателей подготовительного отделения

2.1. Специальности экономического и электронно-механического факультетов кроме специальности - технология, оборудование и автоматизация машиностроения

Вариант № 3

1. x=5.
2. 2.
3. (1;-1).
4. x=0.
5. 1.
6. p=2.

Вариант № 4

1. x=-3.
2. –2.
3. (1;1).
4. x=0.
5. 18.
6. p=-3.

2.2. Специальности факультета водоснабжения и гидромелиорации, строительного и заочного факультетов, специальность - технология, оборудование и автоматизация машиностроения электронно-механического факультета

Вариант № 7
1. 3.
2. x=0.
3. $(-\infty;-3)\cup(1;2)$.
4. 42 см, 56 см.
5. (10;4); (-4;-10).
6. $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Вариант № 8
1. 0,1.
2. x=1.
3. $(-2;1)\cup(4;+\infty)$.
4. 6 см, 8 см, 10 см.
5. (-3;-2); (3;1).
6. [-5;1].

2.3. Варианты письменных заданий совмещенных выпускных экзаменов по математике

Вариант № 2
1. x=32.
2. 0,4.
3. 5.
4. x=8; $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.
5. $(-3;-2)\cup(2;3)$.
6. p=46,5.

Глава 3. Варианты заданий по математике для собеседования

3.1. Специальности: бухгалтерский учет, анализ и аудит; коммерческая деятельность экономического факультета

Вариант № 2
1. x=3.
2. x=3.
3. (1;3).
4. 0,6.
5. [1;5].

3.2. Специальности: мировая экономика и международные экономические отношения; маркетинг экономического факультета

Вариант № 4
1. 0,125.
2. $(2;+\infty)$.
3. x=10.
4. x=4.

5. $\left[\frac{\sqrt{15}}{2};\sqrt{6}\right]$.

3.3. Специальности: автоматизированные системы обработки информации; вычислительные системы и сети электронно-механического факультета

Вариант № 6

1. 1.
2. $\{-3\}\cup[2;+\infty)$.
3. (2;2).
4. min y=y(1)=-2; max y=y(0)=y(2)=1.
5. x=0,1; x=1000.

3.4. Специальности факультета водоснабжения и гидромелиорации, строительного и заочного факультетов, специальность - технология, оборудование и автоматизация машиностроения электронно-механического факультета

Вариант № 8

1. $\{2\pi k,\ k\in Z\}$.
2. $(3;+\infty)$.
3. (-1;2).
4. (1;2).
5. x=1,05.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Махнист Леонид Петрович
Рубанов Владимир Степанович

МАТЕМАТИКА

Материалы вступительных экзаменов по математике в Брестский политехнический институт в 1999 году

Ответственный за выпуск: Рубанов В. С.
Редактор: Строкач Т. В.

Подписано к печати 6.10.99 г. Формат 60х84 1/16. Бумага писч. Усл. п. л. 3.7. Уч. изд. л. 4.0. Тираж 200 экз. Заказ № 608. Отпечатано на ризографе Брестского политехнического института. 224017, Брест, ул. Московская, 267.