В.Т. Дашик, Н.П. Семончук (Брест)

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕЦЕЛОГО ПОРЯДКА

Используя свойства операторов Римана-Лиувилля, исследуются линейные дифференциальные уравнения нецелого порядка как с постоянными так и переменными коэффициентами. Так, в классе функций $W[L;(iv)^\alpha]$ (абсолютно интегрируемых на числовой прямой и имеющих дробную производную порядка $\alpha>0$ в смысле Римана-Лиувилля) изучается дифференциальное уравнение

$$\sum_{\{m\}} a_m y^{(m)}(x) = f(x), \qquad (1)$$

где $\{m\}$ – конечное множество неотрицательных действительных чисел, причем $\alpha=\max\{m\}$, $y^{(m)}$ – дробные производные функции $y=y(x)$, $f(x)$ – известная функция.

Доказано, что в рассматриваемом классе соответствующее (1) однородное уравнение имеет единственное решение $y=0$. Для неоднородного уравнения найдены условия, при которых оно имеет в классе $W[L;(iv)^\alpha]$ единственное решение, указан алгоритм его нахождения с использованием преобразования Фурье, приведены конкретные примеры.

Вводится также линейный оператор вида:

$$L := \mathcal{D}^{\alpha_n} + a_0(x)\mathcal{D}^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_{n-1}(x)\mathcal{D}^{\alpha_0} + a_n(x) \qquad (2)$$

где $\alpha_i>0$, $i=\overline{0,n}$; $\mathcal{D}^{\alpha_i}$ – дробные дифференциальные операторы порядка α_i.

Исследуется задача Коши для дифференциального уравнения

$$Ly(x) = f(x), \qquad (3)$$

а также найдена оценка приближения его решений решениями специально построенного с помощью линейных методов суммирования интегралов и рядов Фурье операторного уравнения.