

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра начертательной геометрии и инженерной графики

Практикум

по начертательной геометрии

к разделу: «Точка, прямая, плоскость в ортогональных проекциях»

для студентов специальностей:

53 01 01- автоматизация технологических процессов и производств;

69 01 01 – архитектура;

70 03 04 – водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов;

74 05 01 – мелиорация и водное хозяйство;

70 01 01 – производство строительных изделий и конструкций

Брест 2005

УДК 515 (076. 8)

Практикум разработан в соответствии с учебной и рабочей программой курса «Начертательная геометрия и инженерная графика» и предназначен для самостоятельной работы студентов при подготовке к практическим занятиям и при выполнении индивидуальных графических работ.

Составители: Уласевич З.Н. доцент, к.т.н.
Яромич А. И. ст. преподаватель
Шумская Л. П. ст. преподаватель
Яромич Н. Н. ассистент
Чипурных Т.В. ассистент

Рецензент: И.Д.Бушило к.т.н., доцент кафедры инженерной графики машино-
строительного профиля БНТУ

Содержание

1. Общие методические указания по выполнению задач и для ответов на поставленные вопросы	4
2. Точка. Пространственный и плоскостной комплексные чертежи точки относительно двух и трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций	4
2.1. Общие сведения	4
2.2. Пространственные и плоскостные комплексные чертежи в 1- 8 октантах	6
2.3. Вопросы для самопроверки	7
2.4. Задачи на положение точки в пространстве	8
2.5. Пример решения задачи	9
3. Прямая	11
3.1. Прямая общего положения	11
3.2. Натуральная величина отрезка прямой и углы ее наклона к плоскостям проекций	11
3.3. Следы прямой	11
3.4. Принадлежность точки прямой	12
3.5. Деление отрезка в заданном отношении	13
3.6. Взаимное положение прямых	13
3.7. Прямая общего положения в системе трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций	15
3.8. Прямые частного положения	15
3.9. Вопросы для самопроверки	19
3.10. Задачи для решения	20
4. Плоскость	24
4.1. Ортогональная проекция плоскости	24
4.2. Взаимное положение точки, прямой, плоскости и плоскостей	27
4.3. Главные линии плоскости	28
4.4. Параллельность прямой и плоскости, параллельность двух плоскостей	29
4.5. Перпендикулярность прямой и плоскости. Взаимно перпендикулярные плоскости	30
4.6. Вопросы для самопроверки	31
4.7. Задачи для решения	32
Литература	35

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАЧ И ДЛЯ ОТВЕТОВ НА ПОСТАВЛЕННЫЕ ВОПРОСЫ

Выполнение предложенных задач по разделу: «Точка. Прямая. Плоскость» развивает пространственное воображение у студентов 1 курса, необходимое для построения и чтения чертежей.

Прежде, чем приступить к выполнению плоскостного комплексного чертежа, студент должен представить себе расположение заданных геометрических образов (ΓO) в пространстве. Для этого в некоторых случаях предлагается выполнить пространственный комплексный чертеж или наглядное изображение. По усмотрению преподавателя в отдельных задачах наглядные изображения могут не выполняться.

На рис. 1, 2 приведены примеры оформления пространственных и плоскостных комплексных чертежей и выполняемых на них построений. Проекционная связь на комплексном чертеже отражается линиями связи, соединяющими соответствующие проекции точки. Последовательность построений может указываться стрелками на соответствующих линиях связи.

Следует учитывать, что каждую точку на пространственном и на соответствующем ему плоскостном комплексных чертежах строят по одним и тем же координатам.

Ответы на поставленные вопросы необходимо формулировать полностью с использованием терминологии курса начертательной геометрии [1].

2. ТОЧКА. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ И ПЛОСКОСТНОЙ КОМПЛЕКСНЫЕ ЧЕРТЕЖИ ТОЧКИ ОТНОСИТЕЛЬНО ДВУХ И ТРЕХ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

2. 1. Общие сведения

Точка – абстрактный геометрический образ (ΓO), не имеющий измерений и определителя. Определитель ΓO – совокупность независимых геометрических элементов, определяющих указанный ΓO .

Положение точки относительно плоскостей проекций (Π_1 – горизонтальная плоскость проекций, Π_2 – фронтальная плоскость проекций, Π_3 – профильная плоскость проекций) определяется значением координат X, Y, Z . Координаты точки – величины расстояний заданной точки от плоскостей проекций (X – от Π_3 , Y – от Π_2 , Z – от Π_1).

Проекция точки есть точка.

На рис. 1а приведен пространственный комплексный чертеж точки A в системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций. Для образования плоскостного комплексного чертежа точки (рис. 1б) совмещают плоскость Π_1 с плоскостью Π_2 , поворачивая Π_1 на 90° вокруг оси Ox по часовой стрелке.

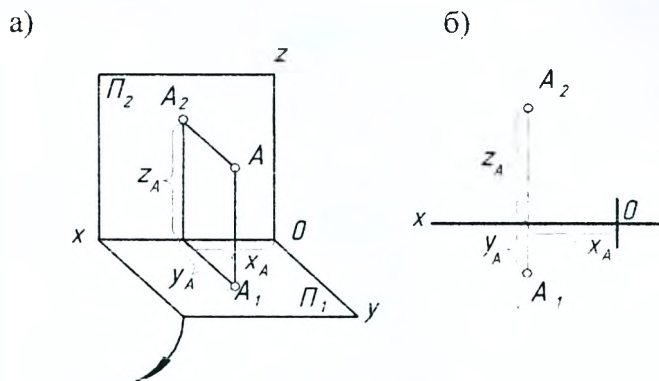


Рис. 1

На рис. 2 приведен чертеж точки A в системе трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций. Плоский чертеж получается совмещением плоскостей Π_3 и Π_1 с Π_2 , для чего поворачиваем Π_3 на 90° вокруг оси Oz против часовой стрелки.

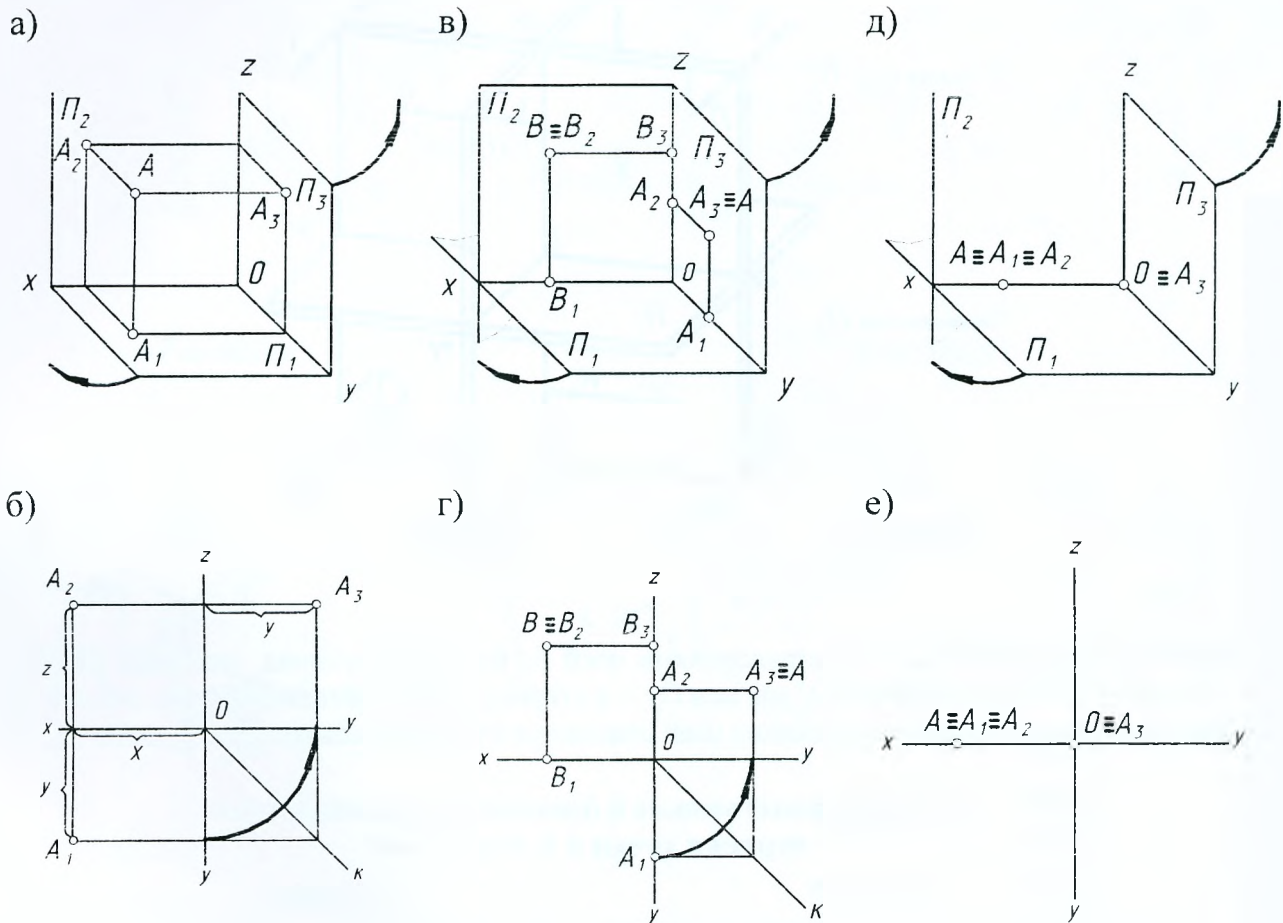


Рис. 2

Две проекции точки принадлежат одной линии проекционной связи, которая перпендикулярна к оси проекций: $A_1A_2 \perp O_x$, $A_1A_3 \perp O_y$, $A_2A_3 \perp O_z$. Две проекции точки всегда определяют ее положение в пространстве.

Построить профильную проекцию точки A по двум заданным (A_1 и A_2) можно при помощи дуги окружности с центром в начале координат точке O ; при помощи биссектрисы связи (постоянной чертежа κ) или координатным способом, отложив координату Y от оси Oz по линии проекционной связи, проведенной из A_2 (рис. 2 б). В дальнейшем будем использовать для построений координатный способ.

Если одна координата точки равна 0 , точка принадлежит плоскости проекций (рис. 2 в, г). Если две координаты точки равны 0 , точка принадлежит оси проекций (рис. 2 д, е). Если три координаты точки равны 0 , точка находится в начале координат.

Плоскости Π_1 и Π_2 делят пространство на 4 четверти, а плоскости Π_1 , Π_2 , Π_3 – на 8 октантов (рис. 3).

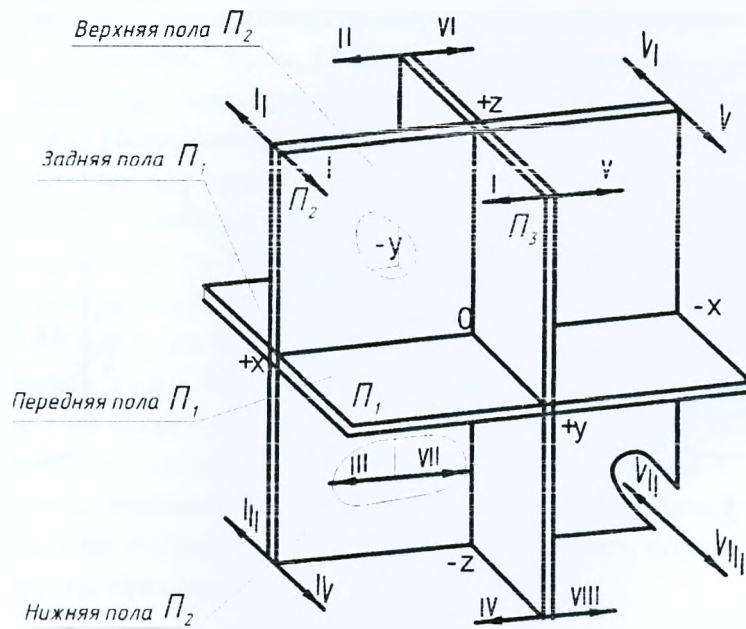


Рис. 3

При этом положительными направлениями осей от начала координат считают: для оси Ox – влево от начала координат O , для оси Oy – в сторону наблюдателя (вперед), для оси Oz – вверх; противоположные направления осей считаются отрицательными (рис. 4, табл. 1).

2. 2. Пространственные и плоскостные комплексные чертежи точки в 1-8 октантах

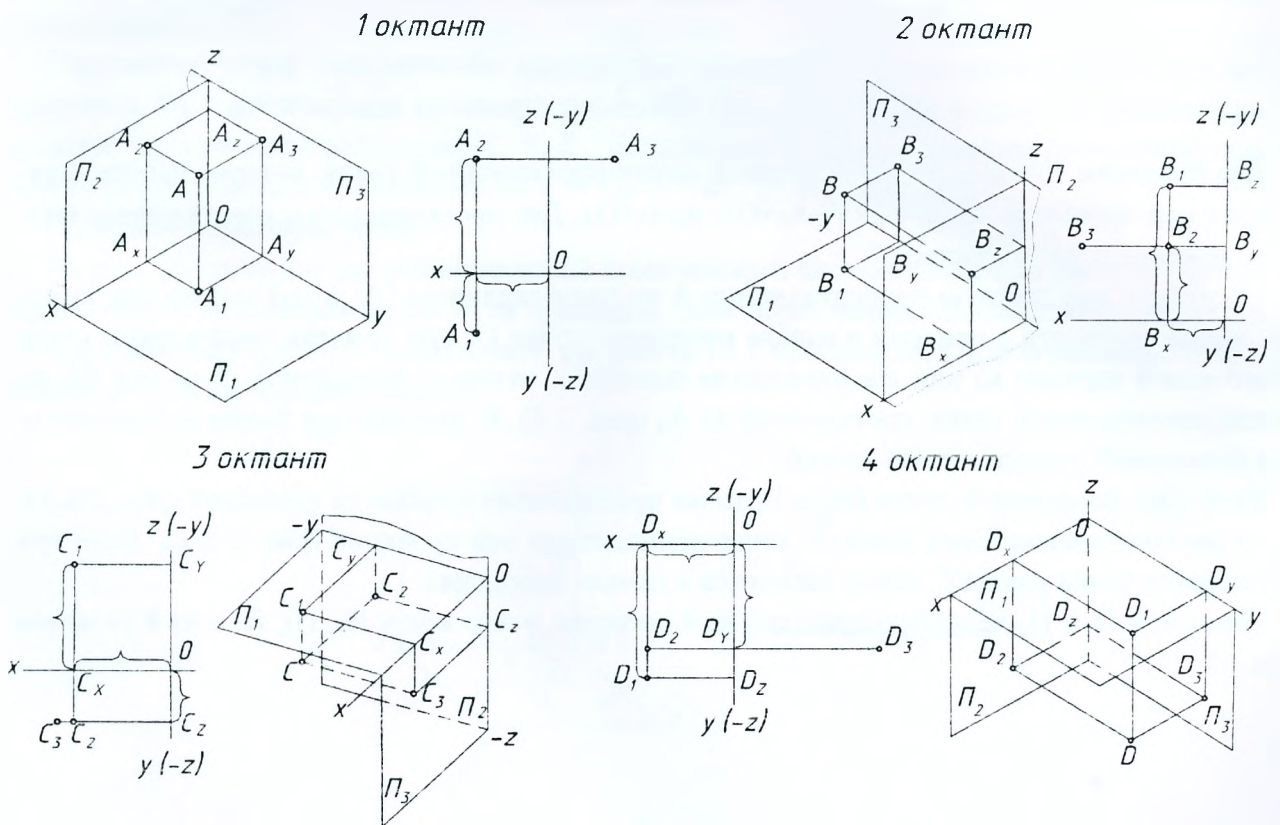


Рис. 4

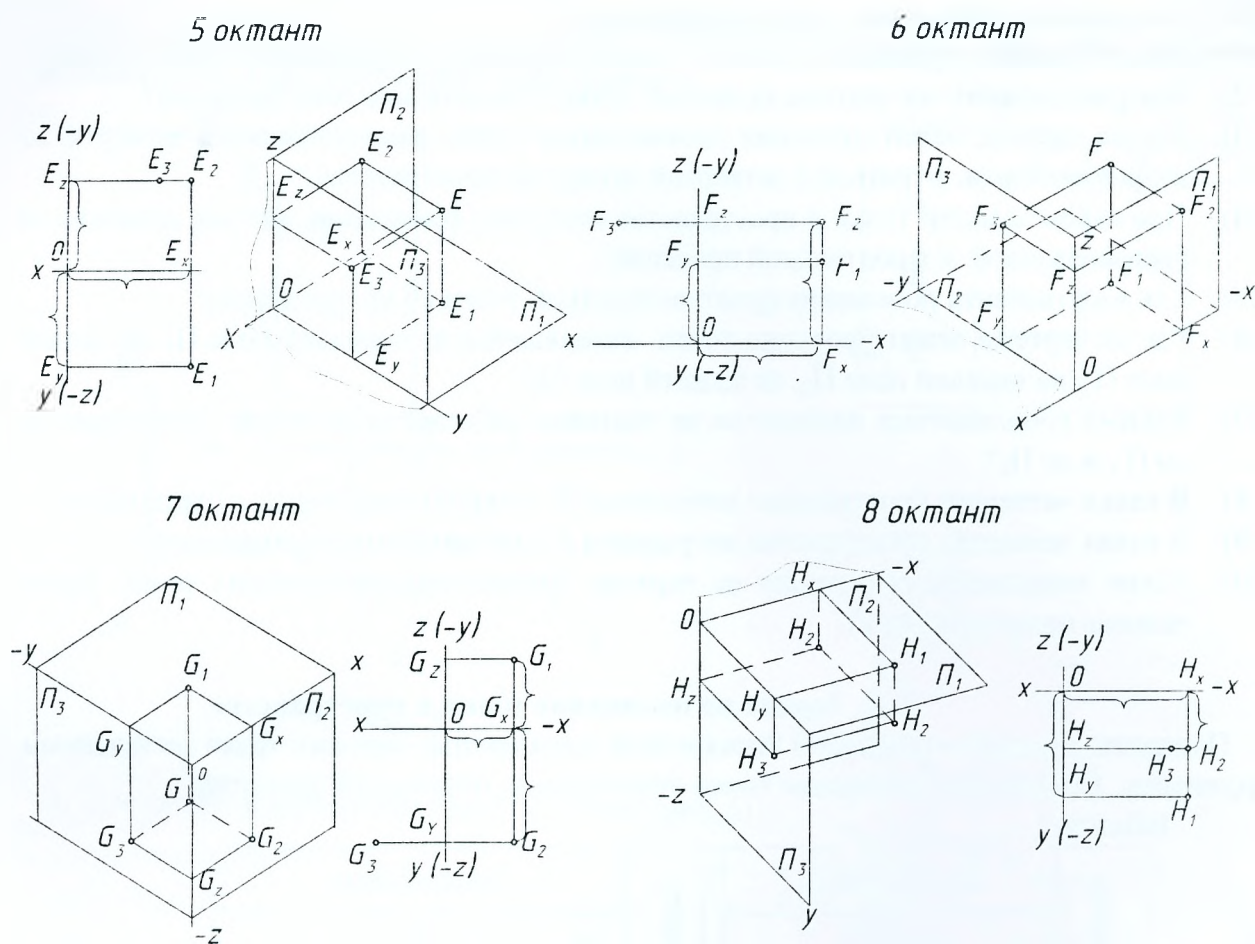


Рис. 4

Таблица 1

Октанты	X	Y	Z	Октанты	X	Y	Z
I	+	+	+	V	-	+	+
II	+	-	+	VI	-	-	+
III	+	-	-	VII	-	-	-
IV	+	+	-	VIII	-	+	-

2. 3. Вопросы для самопроверки

- 1) Что называется осью проекций?
- 2) Какими полами плоскостей проекций ограничены четверти пространства: 1, 2, 3, 4?
- 3) Что служит границей между указанными четвертями пространства: между 1 и 2, между 3 и 4, между 1 и 4, между 2 и 3?
- 4) Перечислить четверти пространства, расположенные под Π_1 , перед Π_2 , за Π_2 , над Π_1 .
- 5) Где лежит точка, если она находится между 1 и 4 четвертями, между 2 и 3 четвертями, между 3 и 4 четвертями пространства?
- 6) Где лежит точка, находящаяся на границе всех четырех четвертей?
- 7) Что называется ортогональной проекцией точки на плоскость проекций?
- 8) Что такое чертёж точки и как перейти от пространственного к плоскостному комплексному чертежу?
- 9) Какие половины плоскостей проекций после их совмещения находятся над осью проекций Ox , под осью проекций Oy ?

- 10) Как принято обозначать точки пространства?
- 11) Как обозначают проекции точки и по какому признаку их различают между собой?
- 12) Как расположены на чертеже проекции точки относительно осей проекций?
- 13) Где на чертеже лежат проекции произвольной точки, находящейся в 1 четверти, во второй четверти, в третьей и четвертой четвертях пространства?
- 14) При каком задании точки в пространстве возможно совпадение вне оси проекций ее горизонтальной и фронтальной проекций?
- 15) Как восстановить положение пространственной точки по ее проекциям?
- 16) Где на чертеже лежат проекции точки, находящейся на передней поле Π_1 , на задней поле Π_1 ; на верхней поле Π_2 , на нижней поле Π_2 ?
- 17) Какими координатами измеряется на чертежах расстояния от точки в пространстве до Π_1 и до Π_2 ?
- 18) В каких четвертях пространства координата Y точки положительна, отрицательна?
- 19) В каких четвертях пространства координата Z положительна, отрицательна?
- 20) Какие координаты определяет на чертеже горизонтальная проекция точки, фронтальная проекция точки?

2. 4. Задачи на положение точки в пространстве

1. Построить пространственный и плоскостной комплексные чертежи точки по заданным координатам. Определить положение точки относительно плоскостей проекций.

Таблица 2

№ варианта	Координаты			№ варианта	Координаты		
	А				А		
	X	Y	Z		X	Y	Z
1	30	20	10	16	30	20	10
2	35	24	15	17	25	28	-10
3	28	0	15	18	-25	26	0
4	0	22	16	19	30	-30	0
5	38	28	0	20	0	-25	12
6	-10	20	30	21	15	-28	0
7	30	-22	13	22	30	0	10
8	15	30	-15	23	30	25	14
9	30	22	15	24	-40	-22	-12
10	30	30	30	25	35	0	15
11	25	0	-12	26	-30	28	14
12	38	28	0	27	25	-28	12
13	40	25	20	28	40	28	22
14	-15	10	-10	29	-25	-30	-5
15	-5	15	30	30	30	-26	16

2. Определить координаты точек на рис. 5. Записать их в табл. 3. Построить профильные проекции точек и их пространственные чертежи.

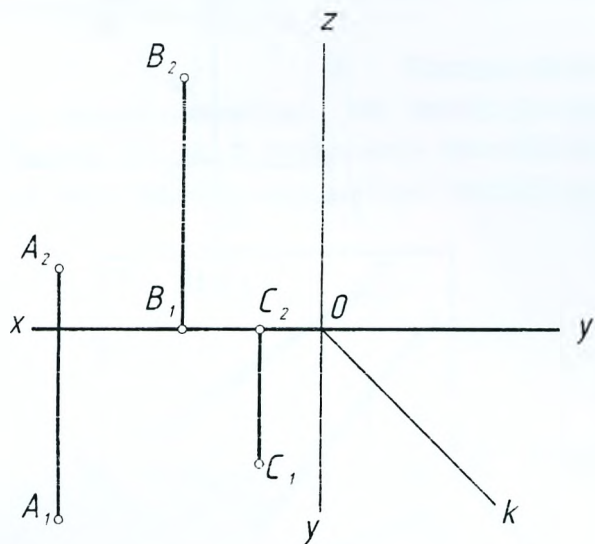


Таблица 3

	X	Y	Z
A			
B			
C			

Рис. 5

3. Построить недостающие проекции точек (рис. 6).

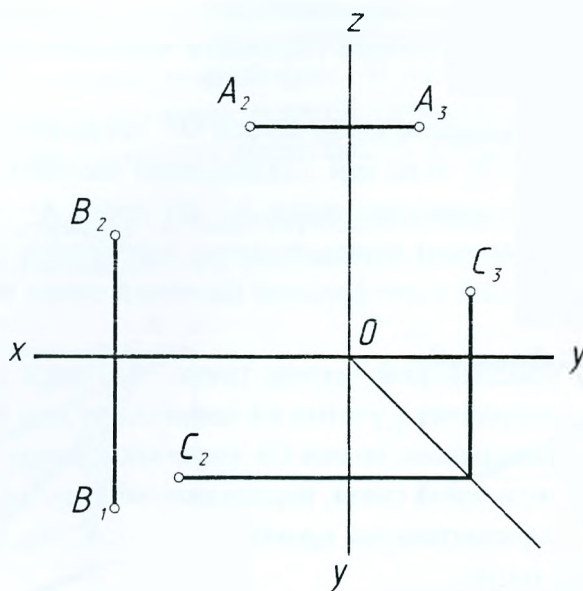


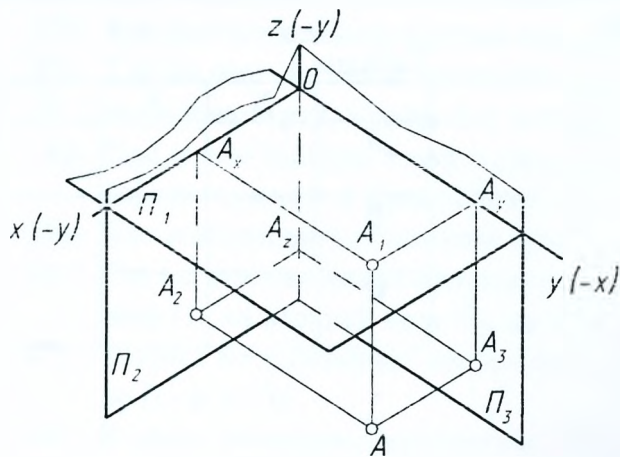
Рис. 6

2. 5. Пример решения задачи

Пример 1 (рис. 7).

Построить чертеж точки А и наглядное изображение по заданным координатам:
 $X=15$ мм; $Y=30$ мм; $Z= - 20$ мм.

а)



б)

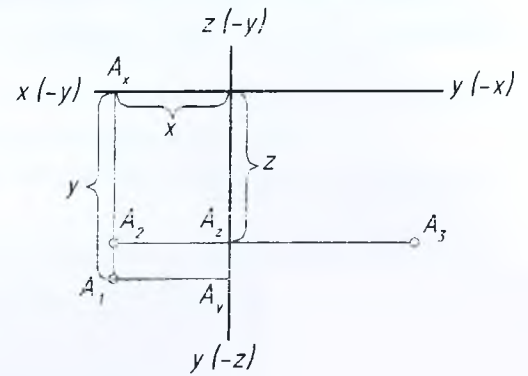


Рис. 7

Решение:

1) По знакам координат (табл. 1) определяем положение точки A относительно плоскостей проекций. При положительных значениях координат X и Y и отрицательной координате Z точка находится в 4 октанте, под передней полой Π_1 и перед нижней полой Π_2 .

2) Сначала выполняем наглядное изображение (пространственный чертеж). Для этого вычерчиваем три взаимно перпендикулярные плоскости проекций (рис. 7а). Обозначаем оси координат и начало координат.

3) От начала координат откладываем влево по оси Ox координату $X = 15$ мм, затем проводим линию, параллельную оси Oy , и на ней откладываем координату $Y = 30$ мм. Обозначаем точку A_1 – горизонтальную проекцию точки A . Из точки A_1 проводим линию, параллельную оси Oz и откладываем вниз отрицательную координату $Z = -20$ мм. Обозначаем точку A . Построение фронтальной и профильной проекций точки на пространственном чертеже понятно по рис. 7а.

4) Строим плоскостной комплексный чертеж точки. По осям Ox , Oy , Oz откладываем значения соответствующих координат с учетом их знака (плюс или минус).

5) От начала координат откладываем по оси Ox влево координату $X = 15$ мм. Из полученной точки проводим линию проекционной связи, перпендикулярную оси Ox . На этой линии располагаются фронтальная и горизонтальная проекции точки A , обе под осью Ox , так как координата Z задана со знаком минус.

6) Для построения профильной проекции точки проводим линию проекционной связи из фронтальной проекции точки, перпендикулярную оси Oz . От точки пересечения этой линии с осью откладываем вправо координату $Y = 30$ мм.

3. ПРЯМАЯ

Прямая может занимать различное положение в пространстве относительно плоскостей проекций. Определитель прямой – две точки. Прямая имеет один параметр измерения - длину.

3.1. Прямая общего положения

Прямая общего положения – это прямая, не перпендикулярная и не параллельная плоскостям проекций. На рис. 8 изображены пространственный и плоскостной комплексные чертежи прямой АВ в системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.

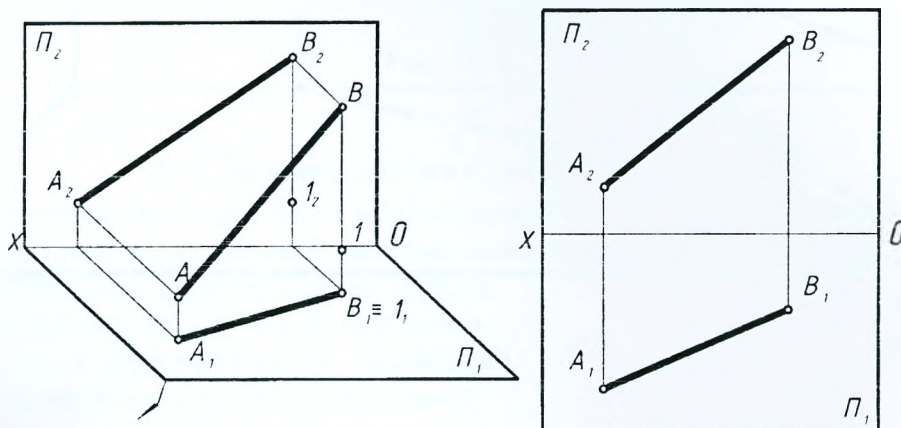


Рис. 8

3.2. Естественная величина отрезка прямой и углы ее наклона к плоскостям проекций

Естественной величиной отрезка прямой (рис. 9) является гипотенуза прямоугольного треугольника, одним из катетов которого является проекция отрезка на соответствующую плоскость проекций, а другим – разность недостающих координат концов отрезка на эту же плоскость.

Углом наклона отрезка прямой к соответствующей плоскости проекций является угол между его проекцией на данную плоскость и естественной величиной.

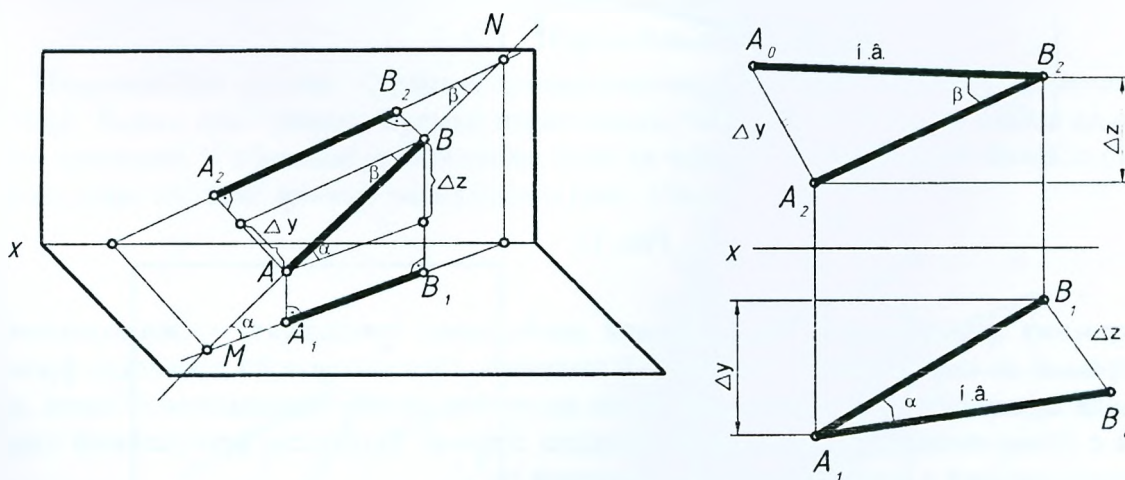


Рис. 9

3.3. Следы прямой

След прямой – точка пересечения прямой с плоскостью проекций. Фронтальный след прямой будем обозначать N и горизонтальный след M (рис. 10).

Чтобы построить горизонтальный след прямой M (рис. 11), необходимо фронтальную проекцию прямой продолжить до пересечения с осью Oх и получить фронтальную проекцию

горизонтального следа M_2 . Из полученной точки провести линию проекционной связи до пересечения с продолжением горизонтальной проекцией прямой. Получаем горизонтальный след M , совпадающий с горизонтальной проекцией M_1 .

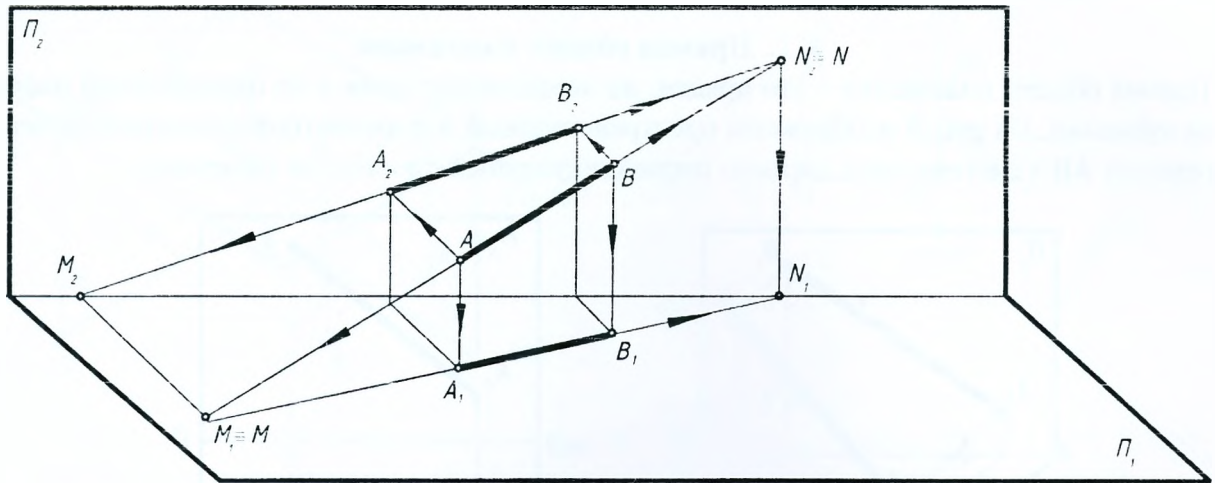


Рис. 10

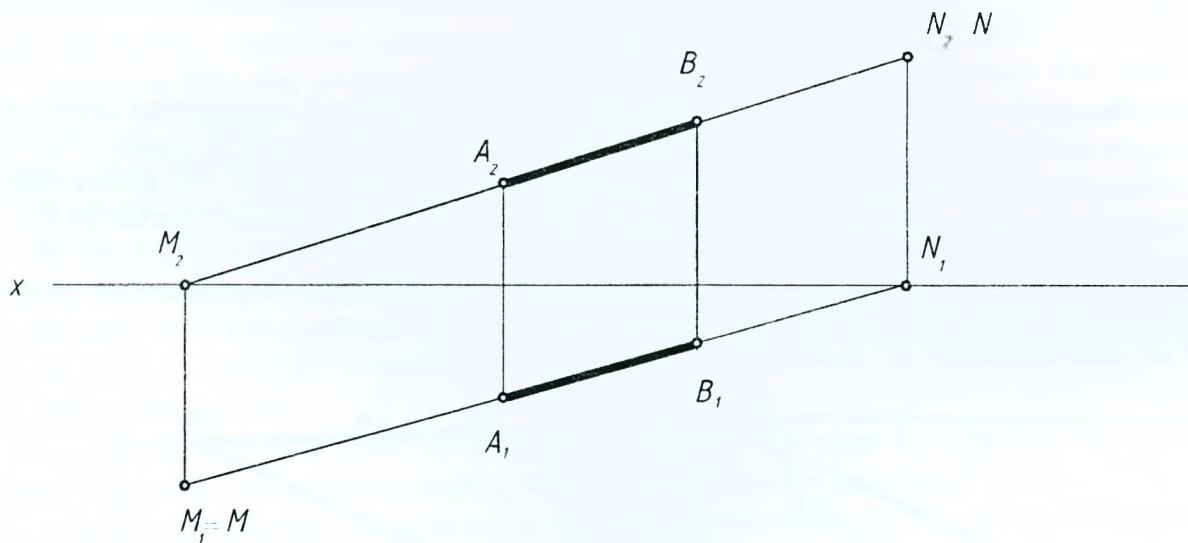


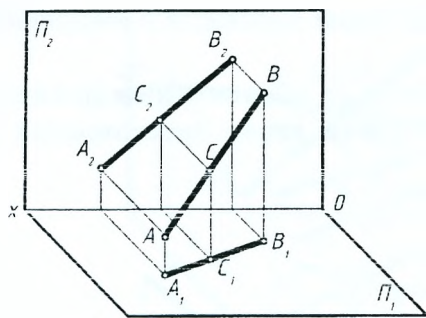
Рис. 11

Для построения фронтального следа прямой необходимо продолжить горизонтальную проекцию прямой до пересечения с осью Ox и получить горизонтальную проекцию фронтального следа прямой N_1 . Из полученной точки проводим линию проекционной связи до пересечения с продолжением фронтальной проекции прямой. Получаем фронтальный след прямой N , совпадающий с его фронтальной проекцией N_2 .

3. 4. Принадлежность точки прямой

Если в пространстве точка принадлежит прямой, то на чертеже одноименные проекции точки принадлежат одноименным проекциям прямой (рис.12 а). И наоборот, если на чертеже одноименные проекции точки принадлежат одноименным проекциям прямой, то в пространстве эта точка принадлежит прямой (рис.12 б).

а)



б)

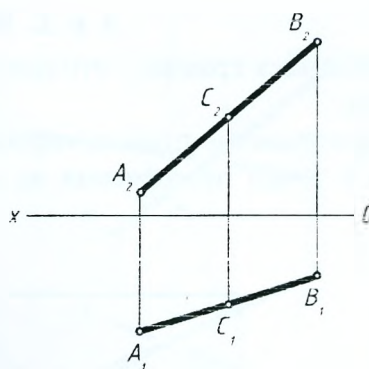


Рис. 12

3. 5. Деление отрезка в заданном отношении

Если в пространстве точка делит отрезок прямой в каком то отношении, то на чертеже проекции этой точки делят одноименные проекции отрезка в том же отношении.

На рис. 13 приведен пример деления отрезка прямой АВ в отношении 2:3. От B_1 под произвольным углом к горизонтальной проекции прямой проводим линию, на которой откладываем 5 равных частей (произвольной величины). Точку 5 соединяем с A_1 . Через точку 3 проводим линию, параллельную 5- A_1 . На A_1B_1 отмечаем точку C_1 , через нее проводим линию проекционной связи, перпендикулярную Ox и на фронтальной проекции прямой отмечают C_2 . Проекции отрезка разделены в заданном отношении.

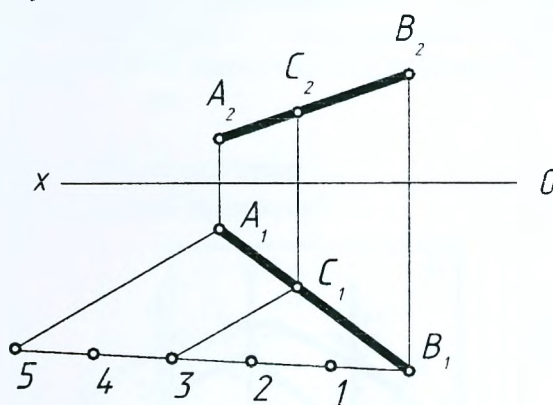


Рис. 13

3. 6. Взаимное положение прямых

3. 6. 1. Параллельные прямые

Параллельные прямые – прямые, принадлежащие одной плоскости и не имеющие общей точки. Если в пространстве прямые параллельны, то на чертеже параллельны их одноименные проекции. И обратное утверждение, если на чертеже одноименные проекции прямых параллельны, то такие прямые параллельны (рис. 14).

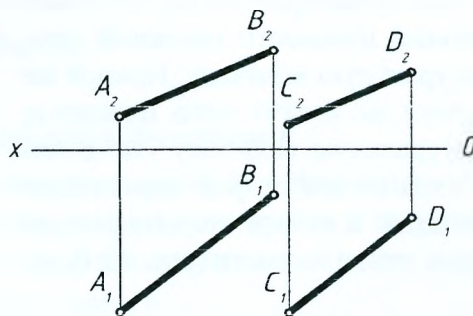
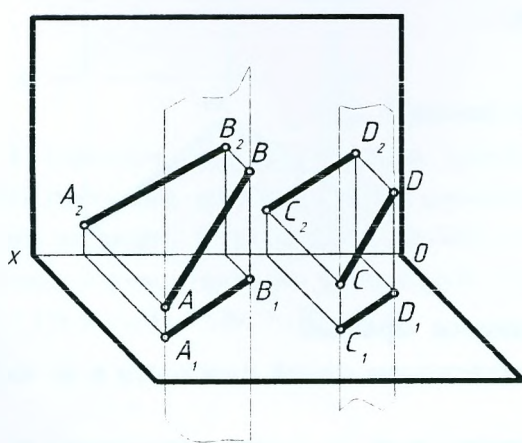


Рис. 14

3. 6. 2. Пересекающиеся прямые

Пересекающиеся прямые – это прямые, принадлежащие одной плоскости и имеющие одну общую точку.

Если в пространстве прямые пересекаются, то на чертеже их одноименные проекции пересекаются и точки пересечения их проекций лежат на одной линии проекционной связи (рис. 15).

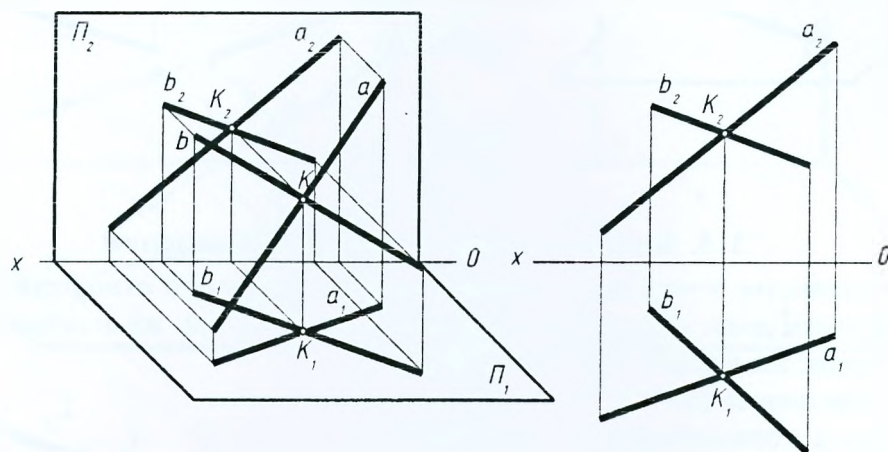
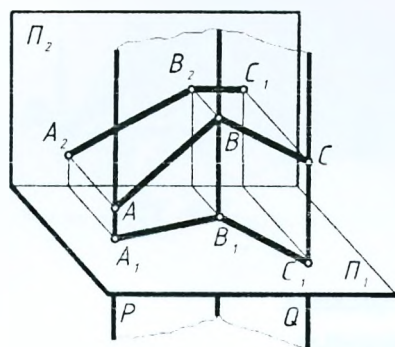


Рис. 15

а)



б)

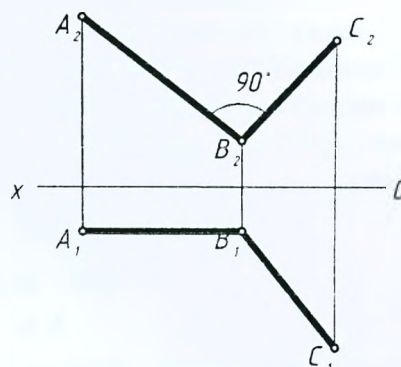
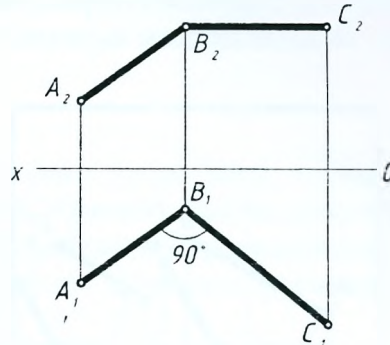


Рис. 16

Любой угол, образованный двумя пересекающимися прямыми, проецируется на плоскость проекций с искажением (рис. 16 а), и только угол, параллельный плоскости проекций, проецируется в натуральную величину. Прямой же угол проецируется на какую либо плоскость проекций в натуральную величину уже в том случае, когда одна из его сторон параллельна плоскости проекций, а вторая сторона угла не перпендикулярна этой плоскости (рис. 16 б, в).

в)



3. 6. 3. Скрещивающиеся прямые

Скрещивающиеся прямые – прямые, не принадлежащие одной плоскости и не имеющие общих точек пересечения (рис. 17).

На чертеже проекции таких прямых могут пересекаться, но точки пересечения их проекций не лежат на одной линии проекционной связи.

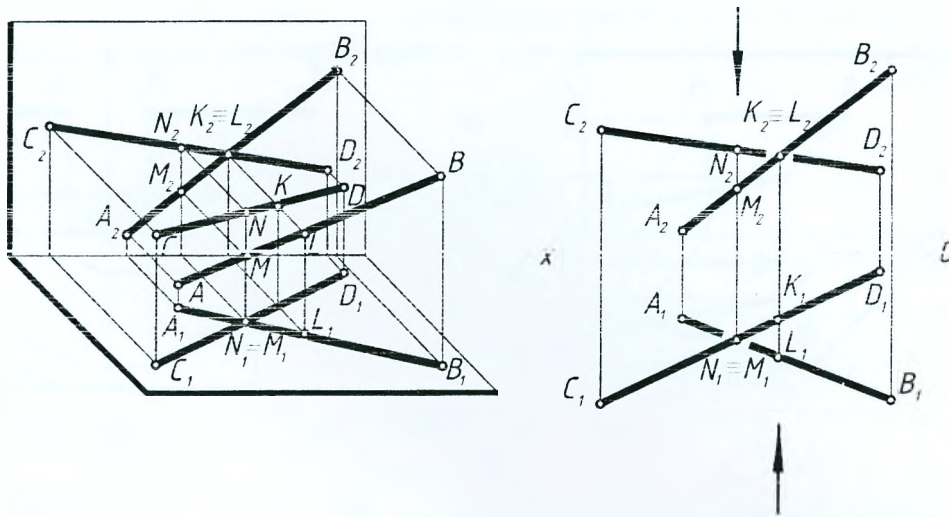


Рис. 17

Точки пересечения проекций называют конкурирующими. Конкурирующие точки скрещивающихся прямых (горизонтальная и фронтальная пары) служат для определения видимости прямых. По горизонтальной паре конкурирующих точек определяется видимость ГО на Π_1 и по фронтальной паре – на Π_2 .

3. 7. Прямая общего положения в системе трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций

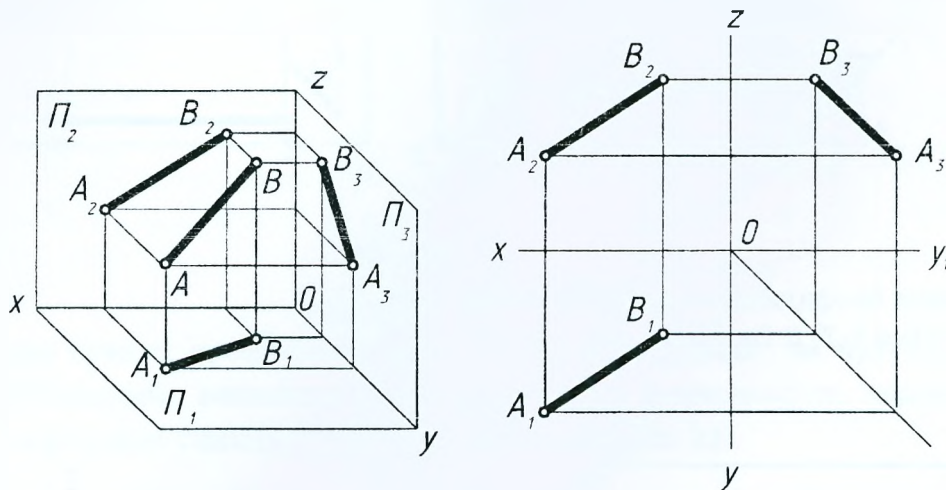


Рис. 18

3. 8. Прямые частного положения

3. 8. 1. Прямые уровня – прямые, параллельные одной из плоскостей проекций. На ту плоскость проекций, которой прямая параллельна, она проецируется в натуральную величину, и здесь же видны углы наклона прямой к плоскости проекции.

а) Прямая горизонтального уровня ($AB \parallel \Pi_1$) – рис. 19.

$A_2B_2 \parallel O_x$ и $A_3B_3 \parallel O_y$, $A_1B_1 = \text{н. в.}$

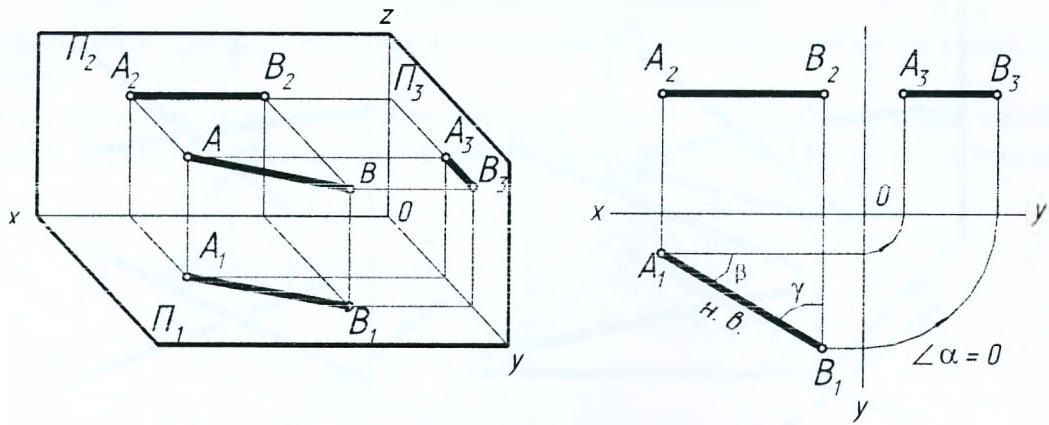


Рис. 19

б) Прямая фронтального уровня ($CD \parallel \Pi_2$) – рис. 20
 $C_1D_1 \parallel O_x$ и $C_3D_3 \parallel O_z$, $C_2D_2 = \text{н. в.}$

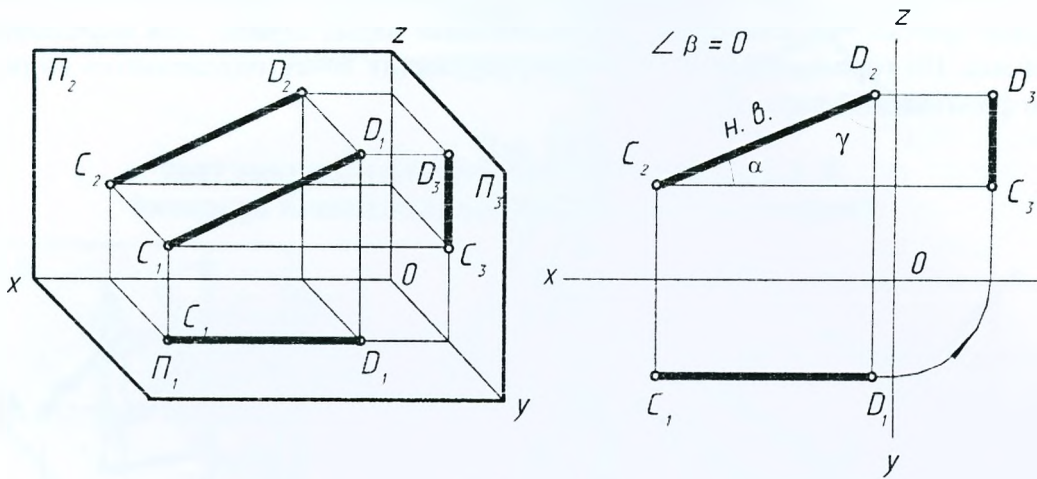


Рис. 20

в) Прямая профильного уровня ($EF \parallel \Pi_3$) – рис. 21.
 $E_2F_2 \parallel O_z$ и $E_1F_1 \parallel O_y$, $E_3F_3 = \text{н. в.}$

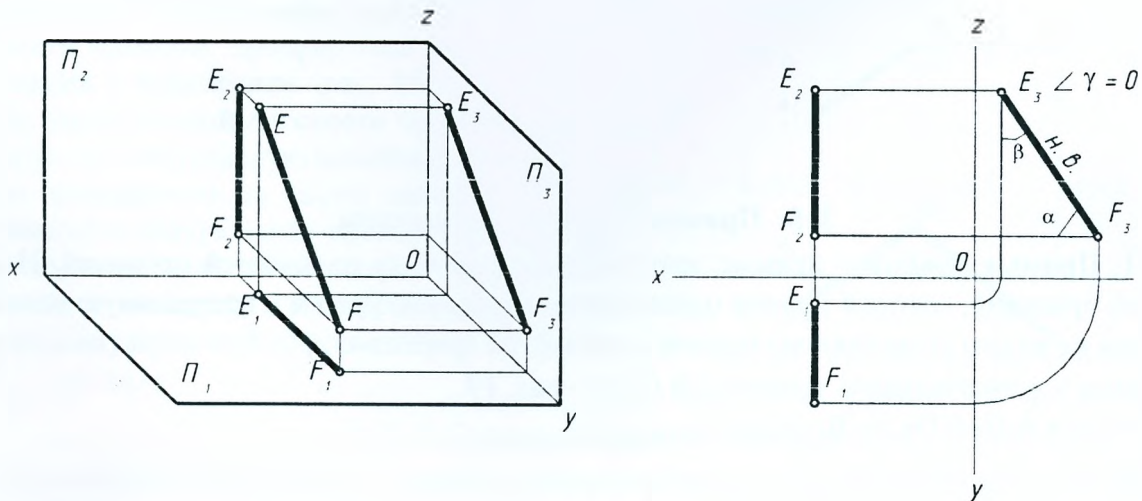
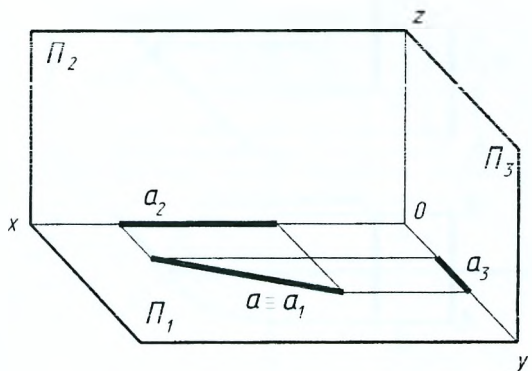


Рис. 21

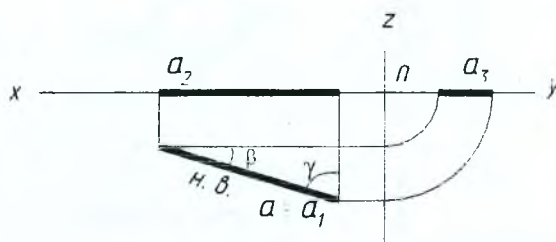
г) Прямая нулевого уровня – прямая, принадлежащая одной из плоскостей проекций.

На рис. 22 даны примеры чертежей прямых нулевого горизонтального и профильного уровней.

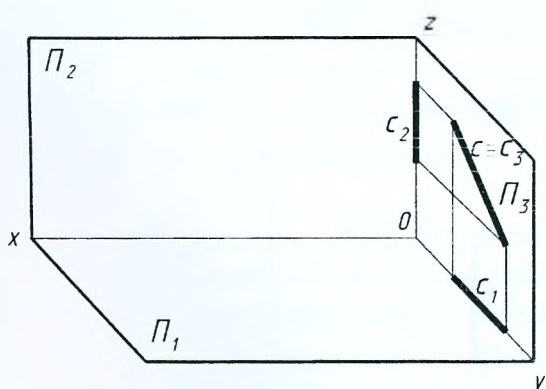
а)



б)



в)



г)

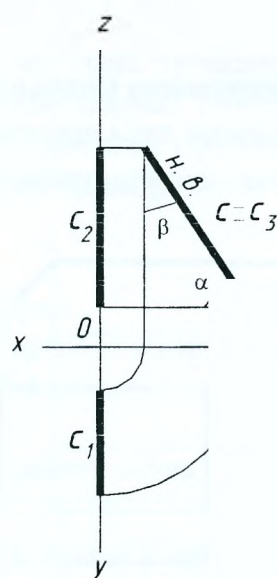
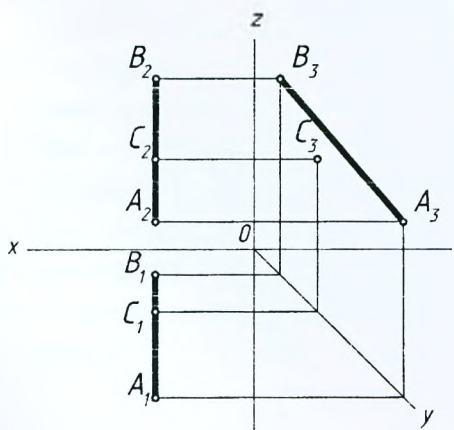


Рис. 22

Примечание: для прямых профильного уровня при решении задач на принадлежность точки прямой, установление взаимного положения прямых (пересекаются, параллельные, скрещиваются), необходимо строить профильную проекцию (рис. 23).

а)



б)

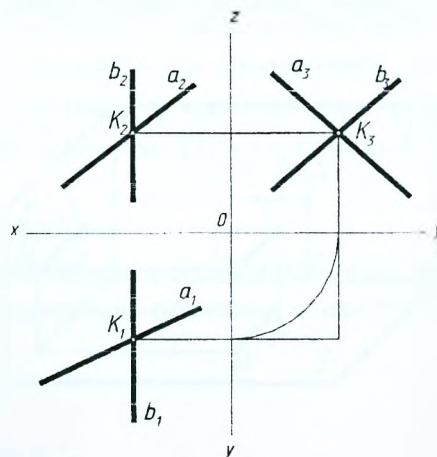
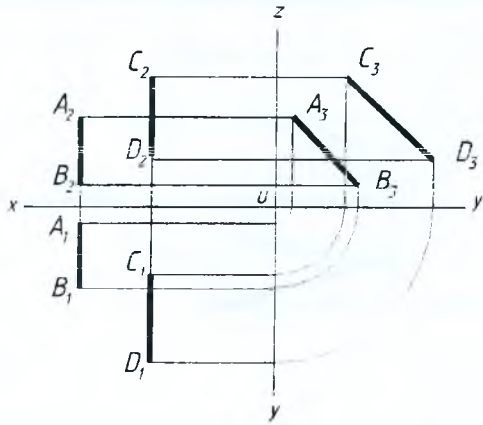


Рис. 23

ЧИТАЛЬНЫЙ
ЗАЛ

в)



г)

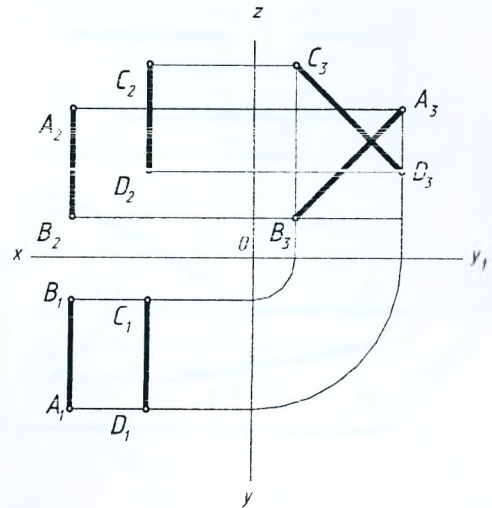
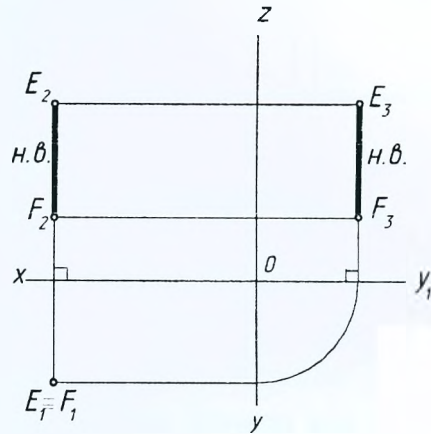
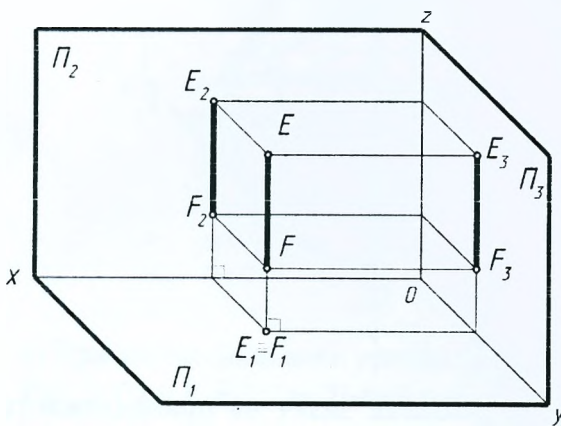


Рис. 23

3. 8. 2. Проецирующие прямые – это прямые, перпендикулярные к одной плоскости проецирования и параллельные двум другим.

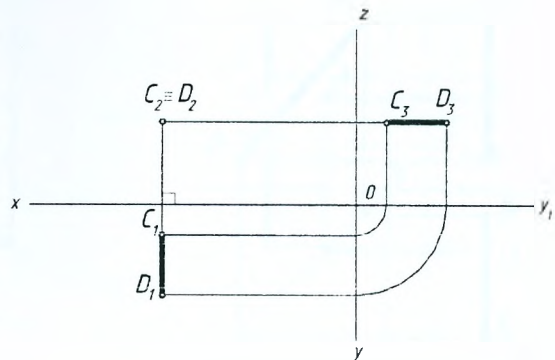
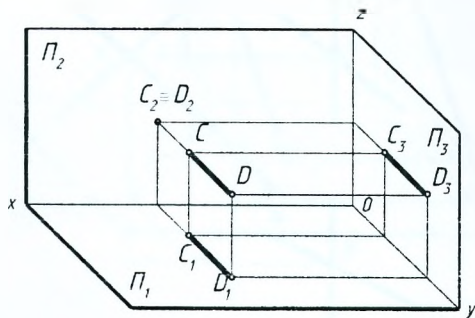
а) горизонтально-проецирующая прямая $EF \perp \Pi_1$ (рис. 24).



$$\angle \alpha = 90^\circ; \angle \beta = 0; \angle \gamma = 0.$$

Рис. 24

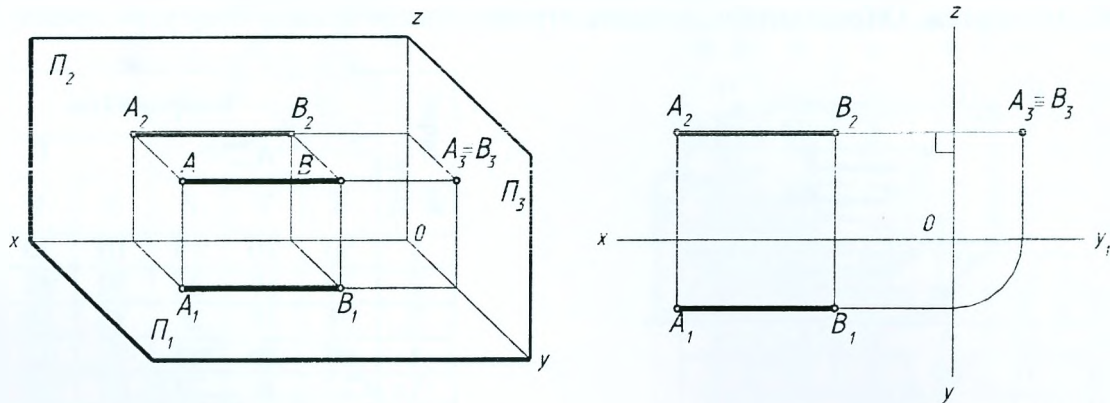
б) фронтально-проецирующая прямая $CD \perp \Pi_2$ (рис. 25).



$$\angle \alpha = 0; \angle \beta = 90^\circ; \angle \gamma = 0.$$

Рис. 25

в) профильно-проецирующая прямая $AB \perp \Pi_3$ (рис. 26).



$$\angle \alpha = 0; \angle \beta = 0; \angle \gamma = 90^{\circ}.$$

Рис. 26

Примечание: для проецирующих прямых характерно, что одна проекция вырождена в точку (на ту плоскость проекций, к которой прямая перпендикулярна). Поэтому если точка принадлежит прямой, то одна ее проекция совпадает с вырожденной проекцией прямой (с учетом собирательного свойства проецирующего ГО). След проецирующей прямой также совпадает с ее вырожденной проекцией.

3. 9. Вопросы для самопроверки

- 1) Какие прямые называются прямыми общего и частного положения?
- 2) Как построить профильную проекцию отрезка прямой общего положения по данным фронтальной и горизонтальной проекциям?
- 3) Как располагается фронтальная проекция отрезка прямой линии, если его горизонтальная проекция равна самому отрезку?
- 4) Как располагается горизонтальная проекция отрезка, если его фронтальная проекция равна самому отрезку?
- 5) Как разделить отрезок прямой линии в заданном отношении?
- 6) Что называется следом прямой?
- 7) Какая координата равна нулю: а) для фронтального следа прямой, б) для горизонтального следа прямой?
- 8) Где располагается фронтальная проекция горизонтального следа прямой линии?
- 9) Где располагается горизонтальная проекция фронтального следа прямой линии?
- 10) Как построить на чертеже прямоугольные треугольники для определения длины отрезка прямой линии общего положения и его углов наклона к плоскостям проекций?
- 11) Можно ли по чертежу двух профильных прямых в системе Π_1 и Π_2 определить параллельны ли между собой эти прямые?
- 12) Как изображаются на чертеже пересекающиеся прямые?
- 13) Как следует истолковывать точку пересечения проекций двух скрещивающихся прямых?
- 14) В каком случае прямой угол проецируется на плоскость проекций в натуральную величину?

3. 10. Задачи для решения

1. По заданным координатам концов отрезка АВ построить его наглядное изображение и комплексный чертеж. Определить положение отрезка относительно плоскостей проекций.

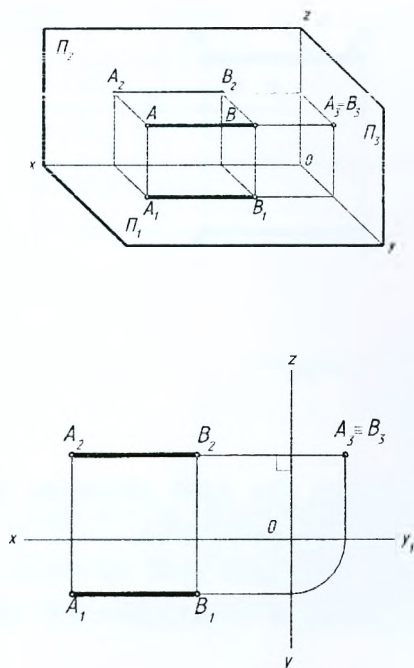


Рис. 27

№ варианта	Координаты					
	A			B		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	50	20	15	10	20	15
2	30	10	25	30	40	25
3	35	30	5	35	30	40
4	40	26	35	0	26	35
5	32	6	28	32	46	28
6	40	40	25	4	40	25
7	36	30	40	36	30	0
8	45	24	15	10	24	15
9	30	0	38	30	0	38
10	33	8	30	33	48	30
11	28	30	12	28	30	45
12	50	28	35	15	28	35
13	45	30	28	0	30	28
14	32	30	10	32	30	45
15	32	10	34	32	42	34

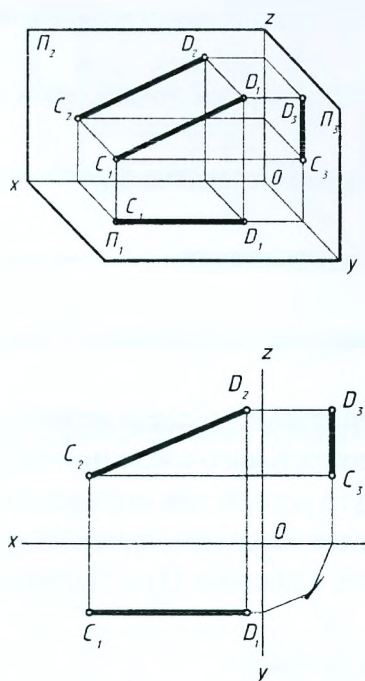


Рис. 28

№ варианта	Координаты					
	C			D		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	38	20	20	5	20	40
2	25	40	35	25	10	10
3	40	10	20	10	30	20
4	39	21	22	6	21	38
5	37	24	5	10	24	39
6	40	6	30	9	30	30
7	38	20	19	10	20	39
8	41	5	15	13	30	15
9	34	40	35	34	6	10
10	22	10	35	22	35	5
11	38	20	20	5	20	40
12	38	38	30	12	0	30
13	30	38	10	30	8	38
14	40	12	22	12	30	22
15	28	40	10	28	8	30

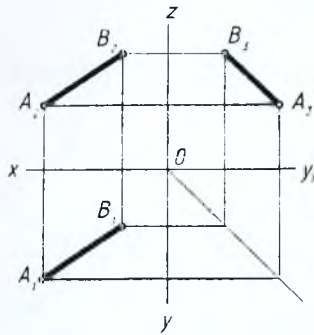
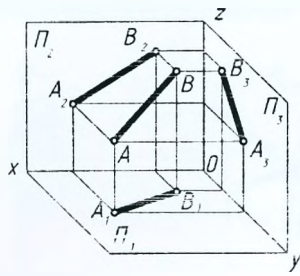


Рис. 29

№ вари- анта	Координаты					
	C			D		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	40	10	10	10	20	20
2	40	5	20	9	20	35
3	37	30	5	5	5	25
4	41	0	0	10	30	30
5	39	0	30	9	30	5
6	43	15	15	13	36	40
7	39	35	0	8	10	35
8	43	6	6	12	38	38
9	40	5	40	0	30	0
10	42	30	5	12	10	35
11	46	10	10	15	35	40
12	38	8	38	13	30	5
13	36	36	0	5	8	35
14	45	30	20	15	10	40
15	44	10	40	14	35	5

2. По заданным координатам концов отрезка АВ построить его наглядное изображение и комплексный чертёж. Найти следы М и N прямой.

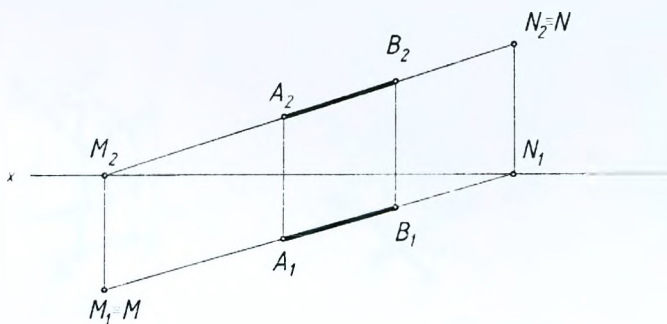
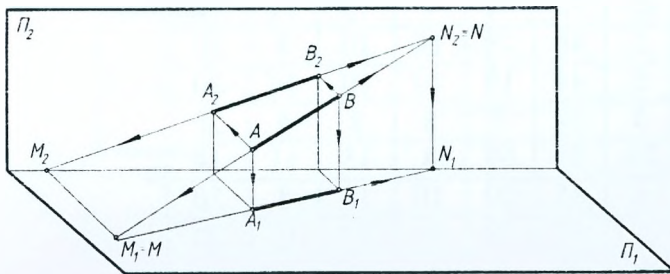


Рис. 30

№ вари- анта	Координаты					
	C			D		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	45	13	6	17	3	24
2	40	20	10	15	5	30
3	48	20	8	20	4	28
4	40	18	9	12	4	29
5	51	24	12	21	6	32
6	40	20	8	15	6	22
7	42	22	10	15	6	30
8	44	26	8	15	6	28
9	46	22	12	14	4	28
10	48	20	10	17	4	28
11	45	14	8	18	4	30
12	48	18	10	16	4	40
13	56	26	8	20	6	28
14	48	16	9	15	4	32
15	50	20	7	20	4	20

3. По заданным координатам концов отрезков АВ и CD построить комплексный чертеж. Определить взаимное положение отрезков.

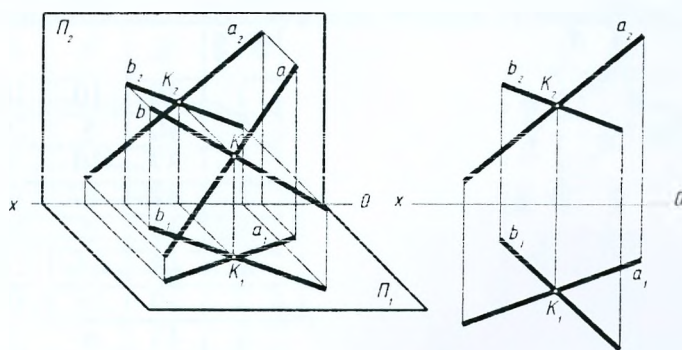


Рис. 31

№ варианта	Координаты											
	A			B			C			D		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	55	5	20	15	20	5	45	20	10	10	7	20
2	45	20	25	10	4	5	50	7	8	7	8	25
3	50	17	12	12	22	23	55	6	4	15	11	14
4	55	4	22	15	21	6	45	20	9	10	8	20
5	56	5	20	15	20	5	46	20	10	10	8	20
6	46	20	26	10	5	5	50	8	8	8	7	25
7	50	17	13	12	22	23	55	6	4	15	11	14
8	54	6	20	16	20	5	46	20	10	10	8	20
9	58	6	20	16	20	5	44	19	10	10	10	20
10	45	20	25	10	4	5	50	7	8	8	8	25
11	52	17	13	12	14	23	55	69	4	15	11	14
12	54	6	20	16	20	6	45	20	10	10	8	20
13	60	10	20	18	20	5	45	19	10	12	12	20
14	46	19	25	10	5	5	10	7	8	8	7	24
15	50	17	13	12	22	23	55	6	4	15	11	14

6. На каком чертеже изображены пересекающиеся отрезки?

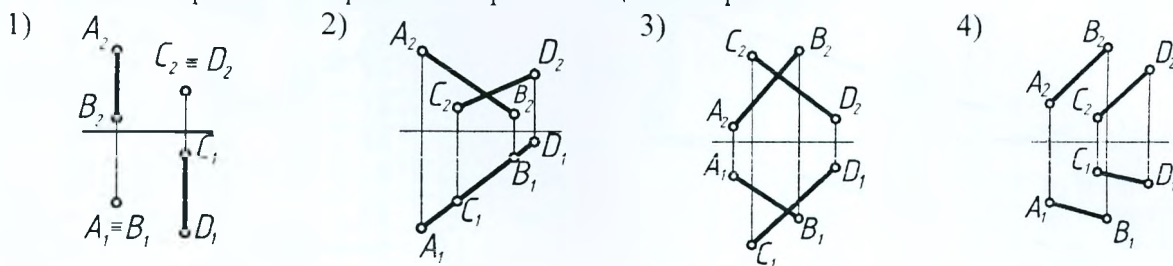


Рис. 32

7. На каком чертеже изображены параллельные отрезки?

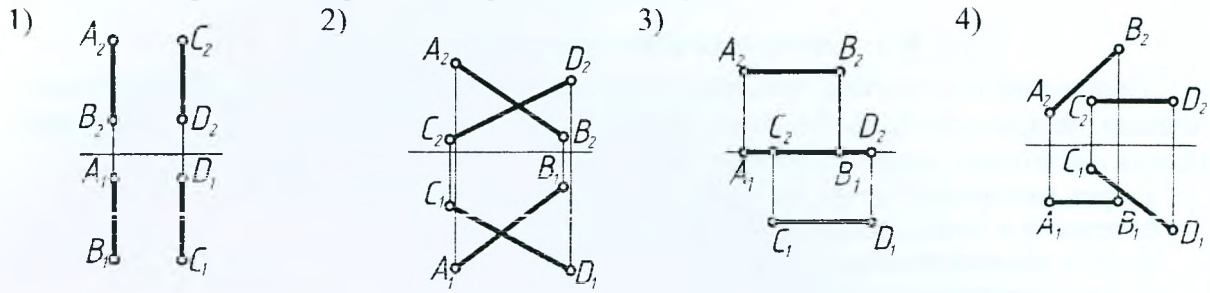


Рис. 33

8. На каком чертеже изображены скрещивающиеся отрезки?

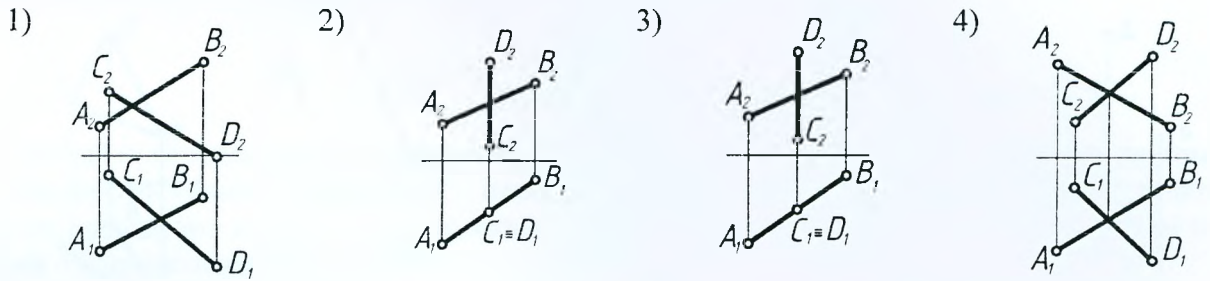


Рис. 34

9. На каком чертеже изображена прямая, имеющая два следа?

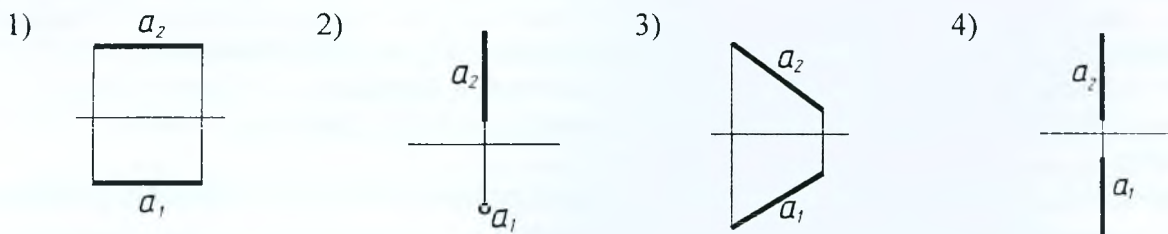


Рис. 35

10. На каком чертеже изображены горизонтально-проецирующие параллельные прямые?

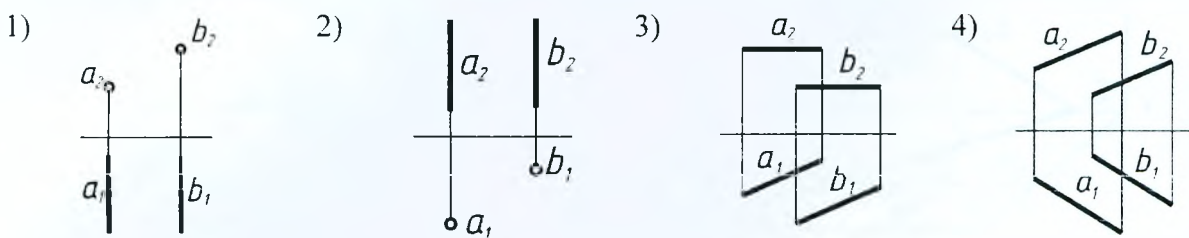


Рис. 36

4. ПЛОСКОСТЬ

4.1. Ортогональная проекция плоскости

Положение плоскости в пространстве однозначно определяется тремя различными точками, не принадлежащими одной прямой. Поэтому для задания плоскости на эюре Монжа достаточно указать проекции:

- а) трех различных точек, не принадлежащих одной прямой;
- б) прямой и точки, не принадлежащей этой прямой;
- в) двух пересекающихся прямых;
- г) двух параллельных прямых;
- д) отска плоской фигуры (треугольника) (рис. 37).

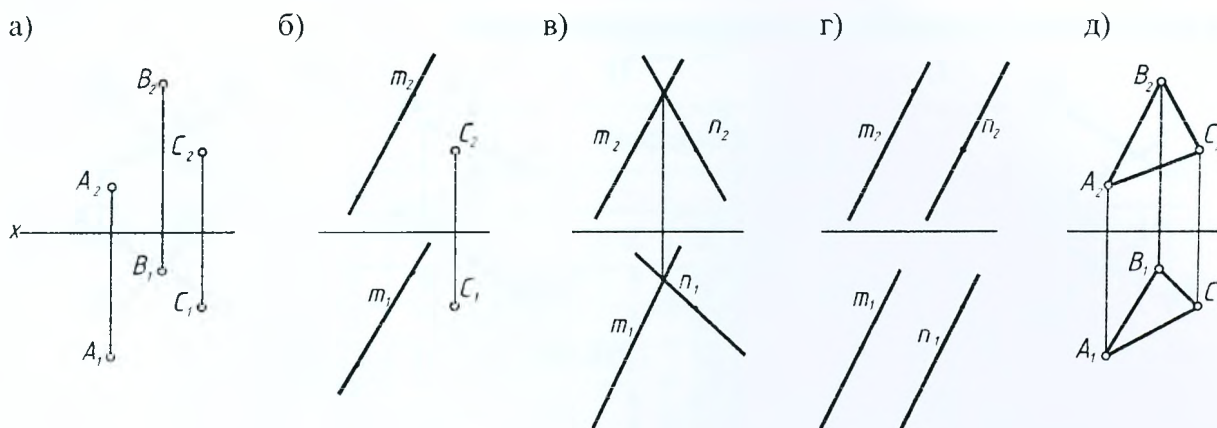


Рис. 37

В некоторых случаях целесообразно задавать плоскость не произвольными пересекающимися прямыми, а прямыми, по которым эта плоскость пересекает плоскость проекций - *следами*. Прямую, по которой плоскость пересекает плоскость проекций, называют *следом плоскости*.

На рис. 38 в системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций показаны горизонтальный Σ_1 и фронтальный Σ_2 следы плоскости.

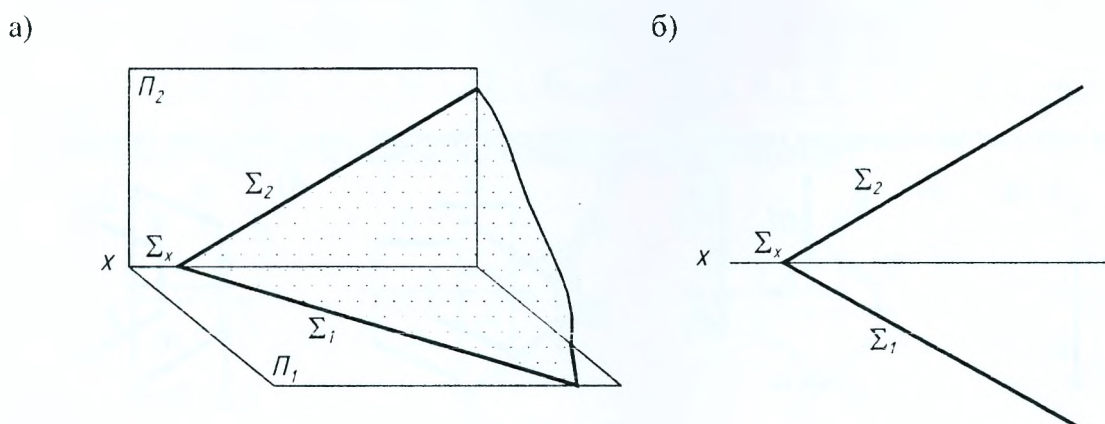
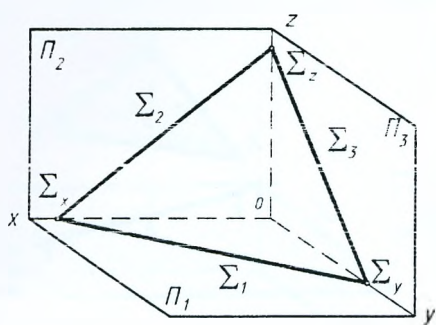


Рис. 38

На рис. 39 в системе трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций показаны горизонтальный Σ_1 , фронтальный Σ_2 и профильный Σ_3 следы плоскости.

а)



б)

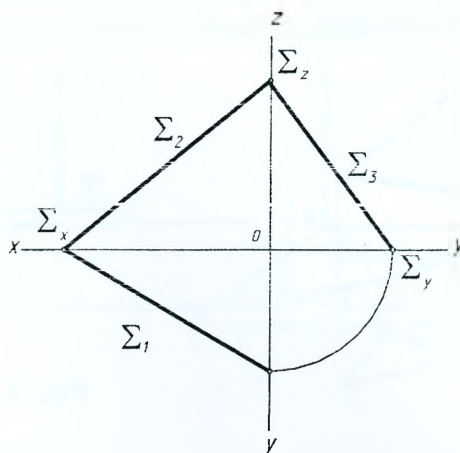


Рис. 39

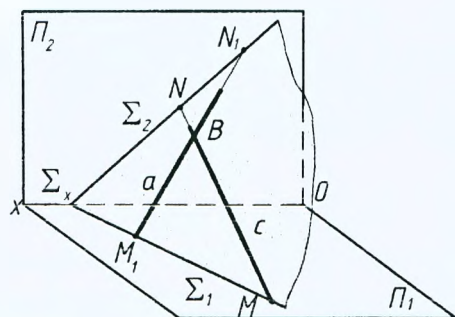
Каждый из перечисленных способов задания плоскости допускает переход к любому другому.

Плоскость общего положения – плоскость, занимающая общес (произвольное) положение по отношению к плоскостям проекций. Углы наклона этой плоскости к плоскостям проекций – произвольные, но отличные от 0° и 90° .

На рис. 39 видно, что на эмпоре Монжа следы плоскости общего положения составляют с осью проекций также произвольные углы. Плоскость общего положения имеет три следа: горизонтальный, фронтальный, профильный. Следы плоскости общего положения пересекаются попарно на осях в точках $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ – точках схода следов. Каждый из следов плоскости совпадает со своей одноименной проекцией, а две другие – разноименные проекции – лежат на осях. Например, горизонтальный след плоскости совпадает со своей горизонтальной проекцией, фронтальная его проекция лежит на оси O_x , а профильная – на оси O_y .

Любые два следа плоскости, как две пересекающиеся прямые, вполне определяют положение плоскости в пространстве. Третий след плоскости можно построить по двум данным. На рис. 40 показано построение следов плоскости. Можно сделать вывод, что для двух пересекающихся прямых плоскости их одноименные следы лежат на одноименных следах плоскости.

а)



б)

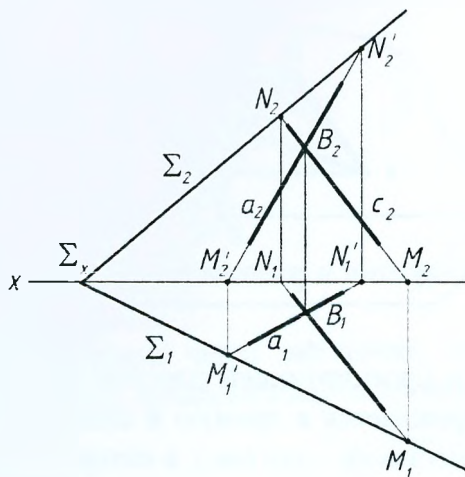


Рис. 40

Плоскость частного положения – плоскость, перпендикулярная одной или двум плоскостям проекций. Плоскости, перпендикулярные одной плоскости проекций, называются **проецирующими**. На рис. 41, 42, 43 приведены чертежи горизонтально-проецирующей, фронтально-проецирующей и профильно-проецирующей плоскостей.

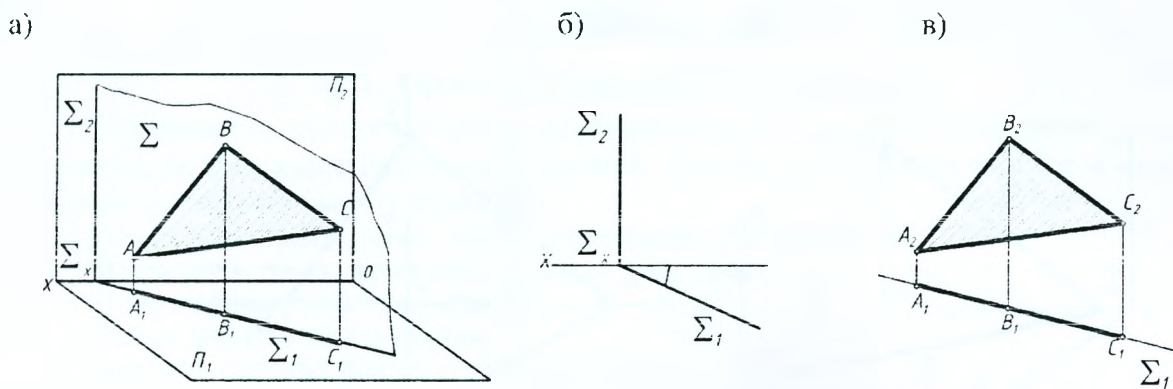


Рис. 41

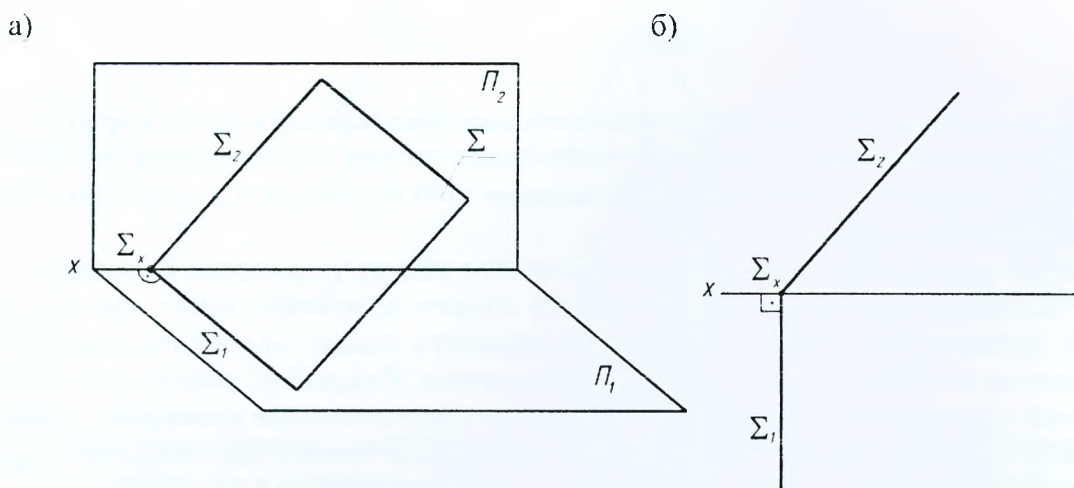


Рис. 42

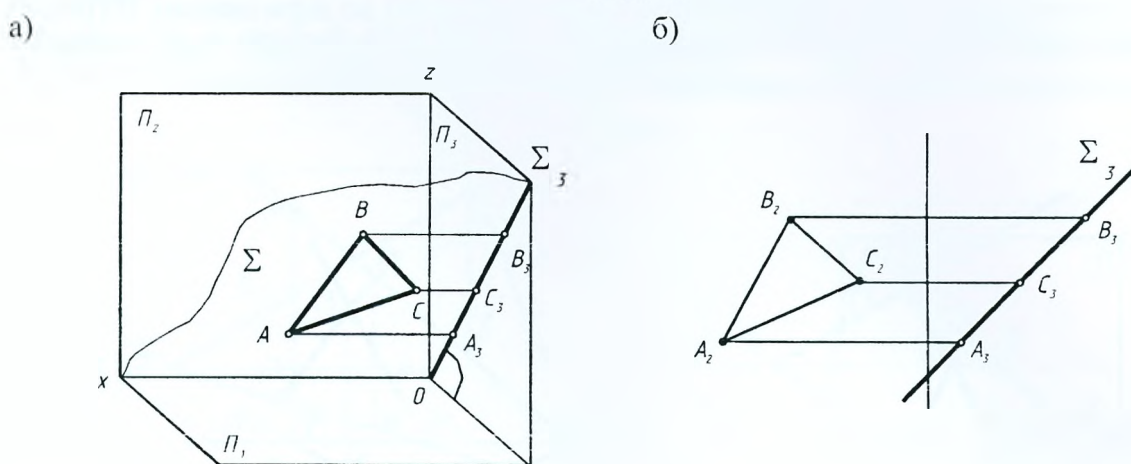


Рис. 43

Особенность проецирующей плоскости: одна проекция ГО, лежащего в проецирующей плоскости, вырождается в прямую и совпадает с вырожденным следом плоскости. Вырожденный след плоскости – это след, в который проецируется вся плоскость. На чертеже можно задавать проецирующую плоскость одним этим следом. Проецирующие плоскости используются как вспомогательные посредники при решении задач.

Плоскости уровня – плоскости, параллельные плоскостям проекций. На рис. 44, 45, 46 приведены чертежи плоскостей уровня: плоскости горизонтального, фронтального и профильного уровня. Особенность плоскостей уровня: фигура, лежащая в плоскости уровня,

проецируется в натуральную величину на ту плоскость проекций, которой параллельна данная плоскость. Очевидно, что плоскости уровня являются в то же время проецирующими плоскостями и также используются в качестве вспомогательных плоскостей- посредников.

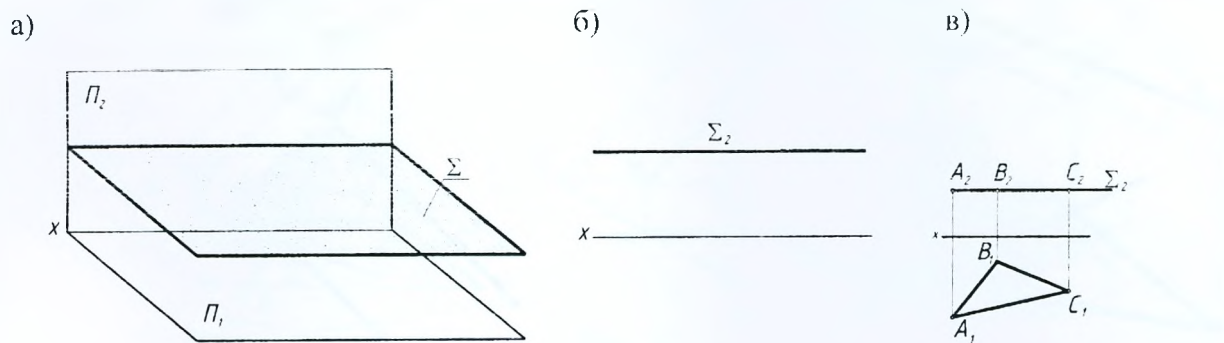


Рис. 44

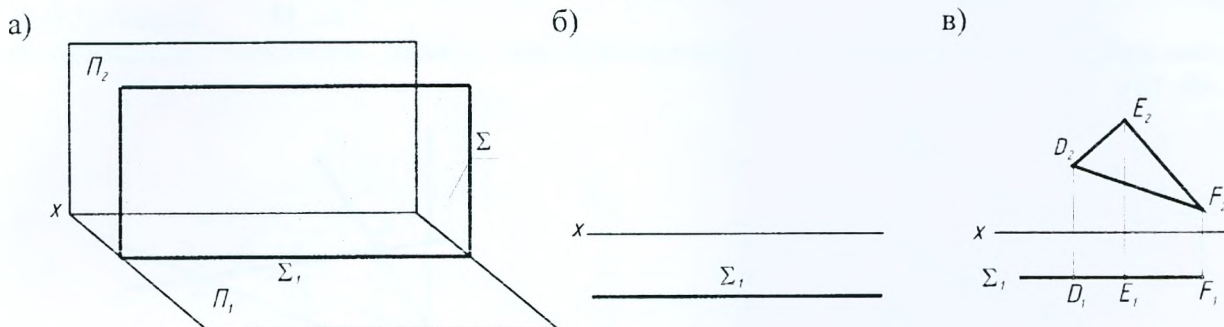


Рис. 45

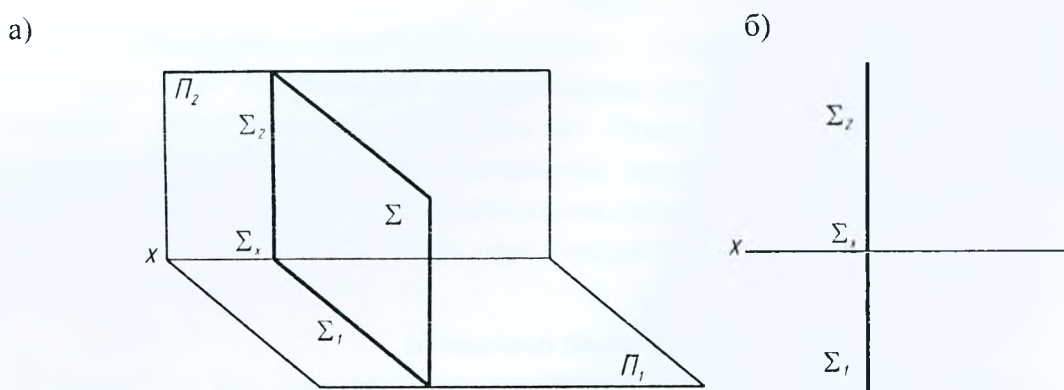


Рис. 46

4.2. Взаимное положение точки, прямой, плоскости и плоскостей

Принадлежность точки, прямой плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки этой плоскости (рис. 47) или когда прямая проходит через одну точку, принадлежащую плоскости, и известно ее направление (рис. 48).

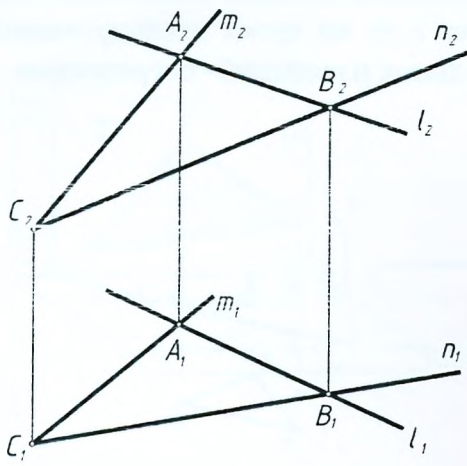


Рис. 47

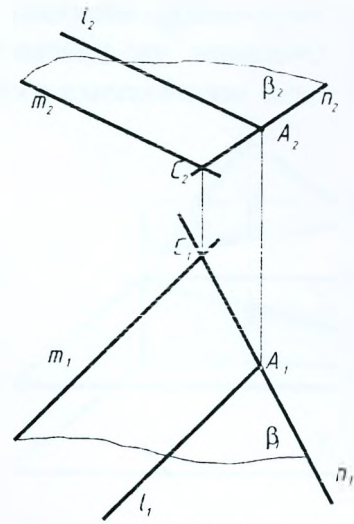


Рис. 48

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости (рис. 49, 50).

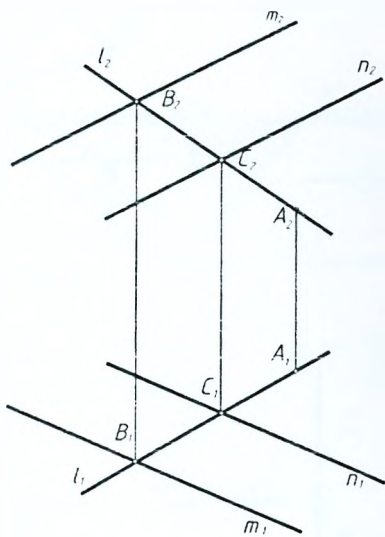


Рис. 49

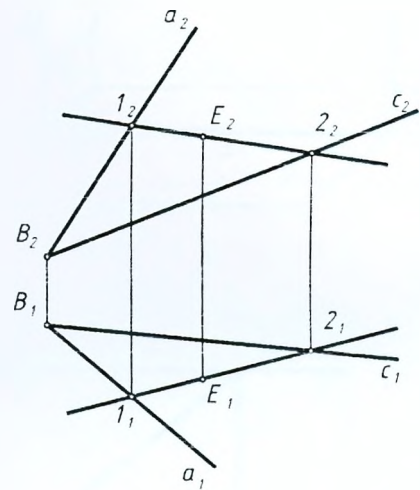
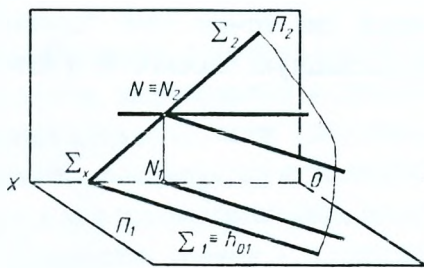


Рис. 50

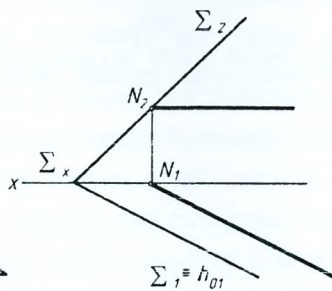
4.3. Главные линии плоскости

Горизонталь – прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций (рис 51). Фронтальная проекция горизонтали параллельна оси X. Если плоскость задана следами (рис. 51б), то горизонтальный след плоскости является нулевой горизонталью и горизонтальная проекция любой горизонтали плоскости параллельна ее горизонтальному следу.

а)



б)



в)

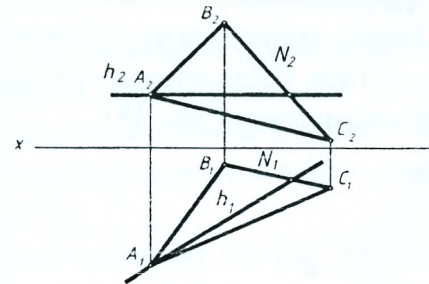


Рис. 51

Фронталь – прямая, лежащая в плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций (рис. 52).

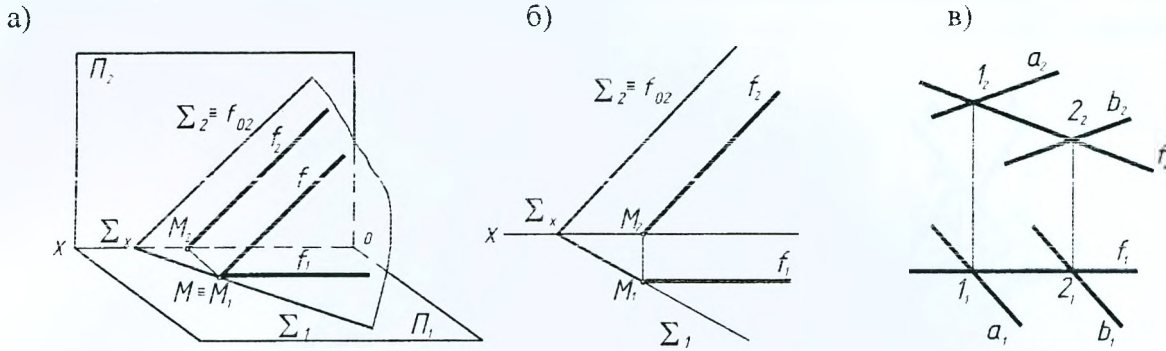


Рис. 52

Профильная прямая – прямая, лежащая в плоскости и параллельная профильной плоскости проекций.

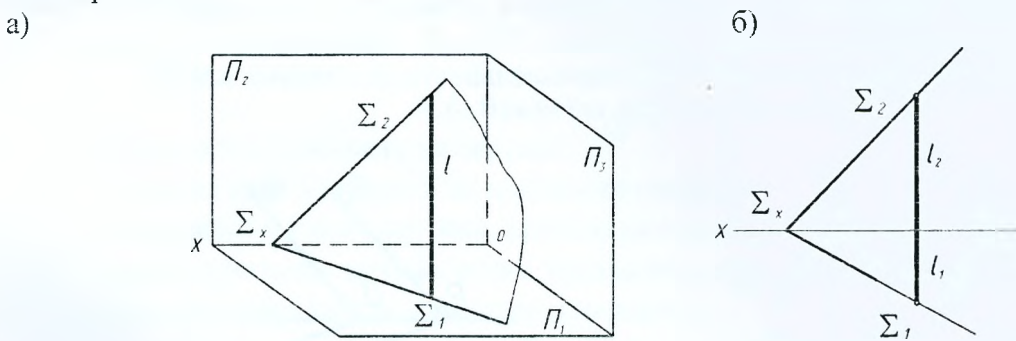


Рис. 53

Линии наибольшего наклона плоскости – это прямые, лежащие в плоскости и перпендикулярные к ее горизонталям или фронталям. Они служат для определения углов наклона плоскости к плоскостям проекций (рис. 54). Линия наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций называется линией ската плоскости. Согласно правилам проецирования прямого угла горизонтальная проекция линии ската плоскости перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали этой плоскости или к ее горизонтальному следу (рис. 54).

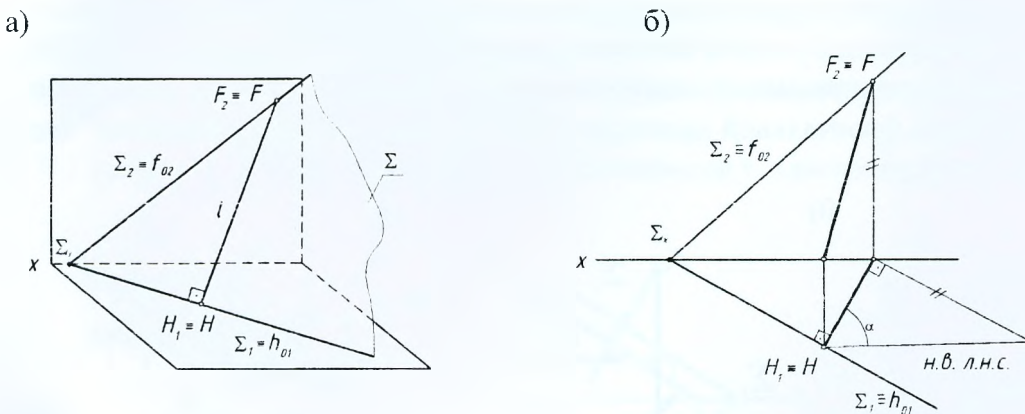


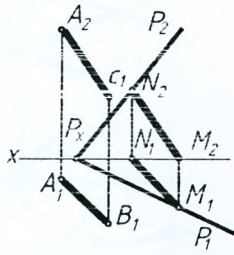
Рис. 54

Угол между натуральной величиной линии наибольшего ската и ее горизонтальной проекцией является углом наклона плоскости Σ к Π_1 . Аналогично определяется угол наклона плоскости Σ к Π_2 . Построение начинается с проведения фронтальной проекции линии наибольшего наклона.

4.4. Параллельность прямой и плоскости, параллельность двух плоскостей

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости (рис. 55).

а)



б)

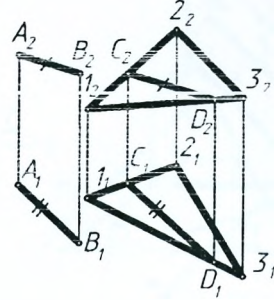
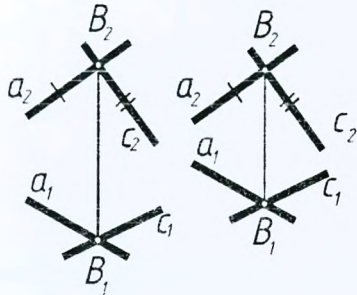


Рис. 55

Две плоскости параллельны друг другу, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. Если плоскости заданы следами, то параллельны их одноименные следы (рис. 56 а, б). Примечание: для плоскостей частного положения необходимо рассматривать параллельность их главных следов.

а)



б)

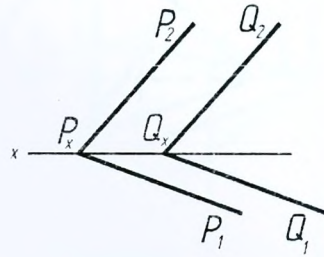


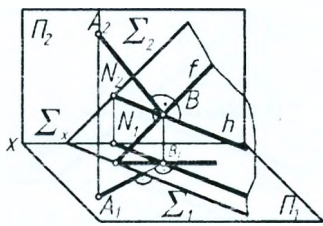
Рис. 56

4.5. Перпендикулярность прямой и плоскости.

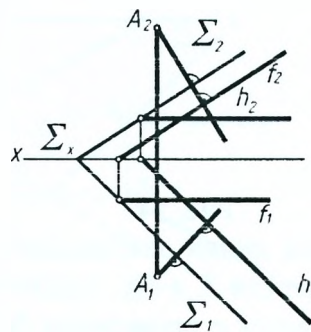
Взаимно-перпендикулярные плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости. На основании теоремы о проецировании прямого угла такими прямыми в плоскости будут являться фронталь и горизонталь (или следы плоскости). Тогда горизонтальная проекция перпендикуляра к плоскости перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали или горизонтальному следу плоскости, а фронтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна фронтальной проекции фронтали или фронтальному следу плоскости (рис. 57).

а)



б)



в)

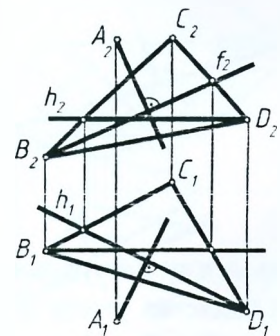
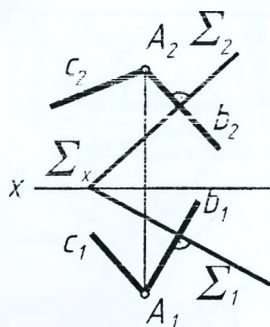


Рис. 57

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости (рис. 58).

а)



б)

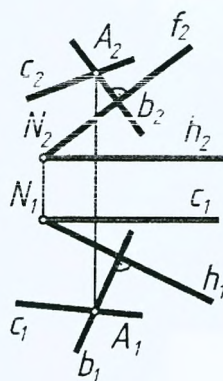


Рис. 58

4.6. Вопросы для самопроверки:

- 1) Как задается плоскость на чертеже?
- 2) Что такое след плоскости на плоскости проекций?
- 3) Как определяется на чертеже, принадлежит ли прямая данной плоскости?
- 4) Как построить на чертеже точку, принадлежащую данной плоскости?
- 5) Что такое горизонталь, фронталь плоскости?
- 6) Для чего применяют линии наибольшего наклона плоскости при решении задач?
- 7) Как располагаются в системе трех взаимно-перпендикулярных плоскостей проекций плоскость общего положения и плоскости частного положения?
- 8) Что такое фронтально-проецирующая плоскость, горизонтально-проецирующая плоскость, профильно-проецирующая?
- 9) Где располагается фронтальная проекция точки, расположенной во фронтально-проецирующей плоскости?
- 10) Какие плоскости называются плоскостями уровня?
- 11) Как изображается на чертеже фронтально-проецирующая плоскость, проведенная через прямую общего положения?
- 12) Каков признак параллельности двух плоскостей?
- 13) Как взаимно располагаются одноименные следы двух параллельных между собой плоскостей?
- 14) Назовите признак перпендикулярности прямой и плоскости, двух плоскостей.

4.7. Задачи для решения

1. Перечертить заданные наглядные изображения и построить соответствующие им комплексные чертежи.

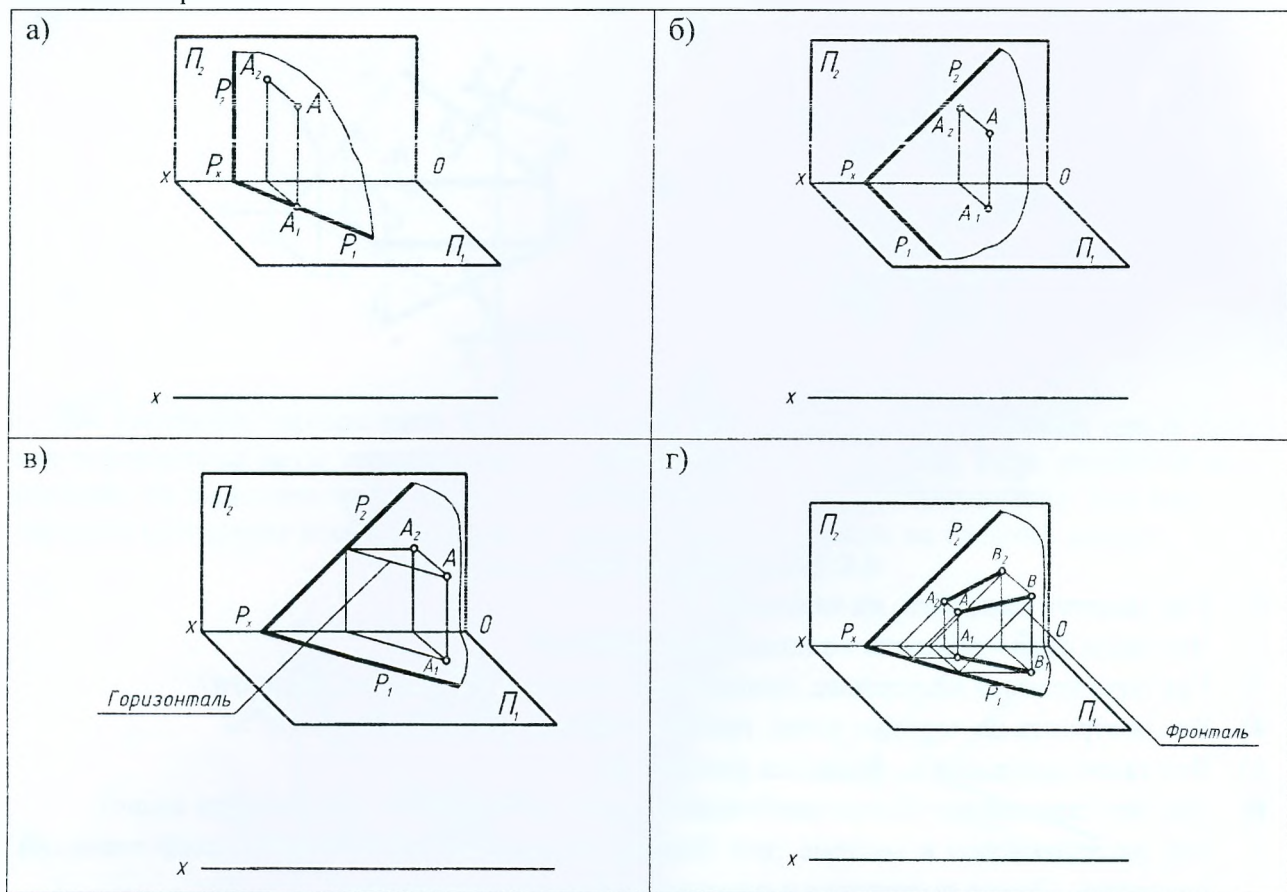


Рис. 59

3. По координатам вершин А, В и С построить комплексный чертеж треугольника и определить его положение относительно плоскостей проекций.

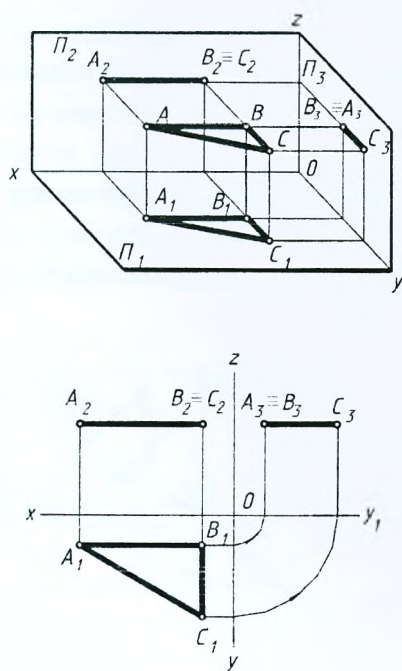


Рис. 60

№ варианта	Координаты								
	А			В			С		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	40	10	20	10	10	20	10	25	20
2	25	10	45	25	10	15	25	40	15
3	40	20	45	40	20	10	10	20	10
4	40	10	20	10	10	20	10	25	20
5	25	10	45	25	10	15	25	40	15
6	40	20	45	40	20	10	10	20	10
7	40	10	20	10	10	20	10	25	20
8	25	10	45	25	10	15	25	40	15
9	40	20	45	40	20	10	10	20	10
10	40	10	20	10	10	20	10	25	20
11	25	10	45	25	10	15	25	40	15
12	40	20	45	40	20	10	10	20	10
13	40	10	20	10	10	20	10	25	30
14	25	10	45	25	10	15	25	40	15
15	40	20	45	40	20	10	10	20	10

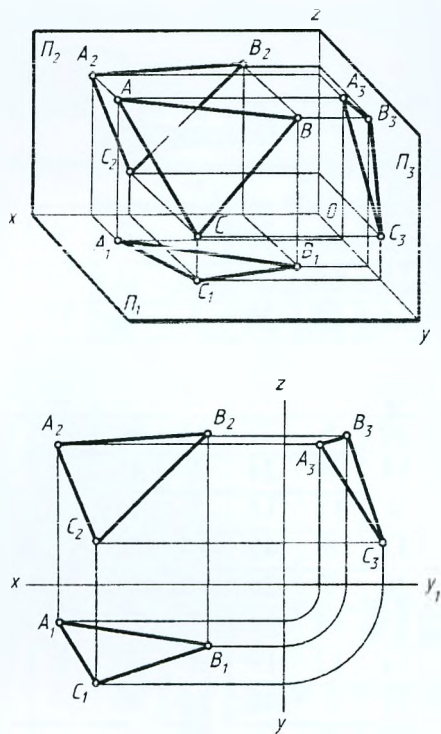


Рис. 61

№ варианта	Координаты								
	А			В			С		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	47	35	15	15	8	35	5	18	6
2	35	20	6	55	8	35	5	26	18
3	53	16	17	10	8	40	28	50	10
4	45	20	40	32	35	11	5	5	7
5	47	35	15	15	9	36	6	18	6
6	35	21	7	55	9	36	6	26	17
7	52	15	16	10	8	40	27	48	9
8	46	20	42	30	33	10	6	6	8
9	46	35	16	15	8	36	7	19	5
10	36	22	8	56	7	37	6	27	16
11	52	15	18	10	9	42	25	46	9
12	44	19	39	30	34	10	7	7	7
13	45	36	16	16	8	36	7	19	5
14	36	20	8	56	7	37	6	26	15
15	54	16	16	10	9	40	26	48	9

4. По заданным размерам построить горизонтальную проекцию круга, расположенного во фронтально проецирующей плоскости.

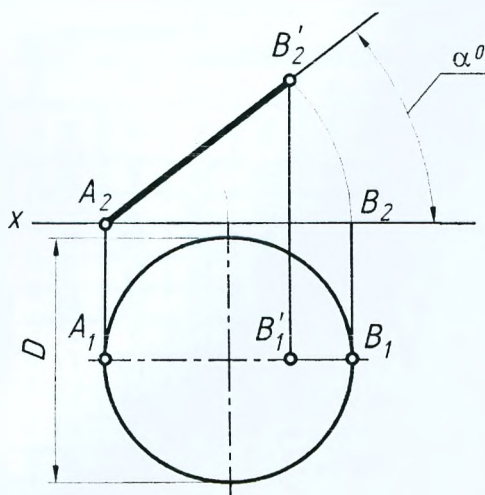


Рис. 62

№ варианта	Размеры	
	d	α^0
1	40	30
2	45	45
3	42	60
4	46	45
5	48	60
6	50	60
7	38	45
8	45	60
9	48	45
10	50	60
11	46	45
12	52	60
13	50	30
14	48	60
15	46	45

5. По координатам вершин А, В и С построить комплексный чертеж треугольника и произвольной точки N, расположенной в его плоскости.

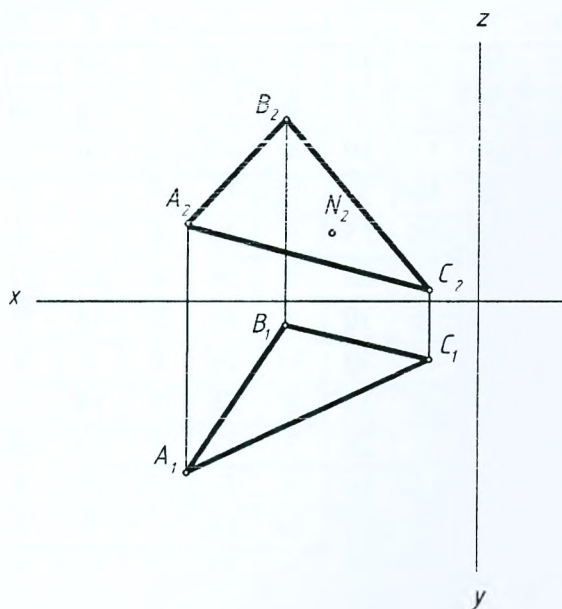


Рис. 63

№ варианта	Координаты								
	А			В			С		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	65	15	18	25	7	45	30	42	13
2	66	14	19	20	6	46	32	40	12
3	57	10	12	20	5	35	5	40	8
4	68	45	5	47	15	40	10	5	28
5	45	30	6	27	12	60	8	47	12
6	65	14	19	24	6	45	30	40	14
7	56	9	11	18	5	35	6	42	7
8	67	43	6	45	14	42	10	6	28
9	44	28	7	26	12	58	9	46	11
10	64	15	18	24	7	44	30	40	15
11	58	14	12	19	4	34	6	42	7
12	68	44	6	46	14	40	10	6	27
13	46	29	7	26	12	59	8	46	12
14	55	20	15	40	5	65	10	45	35
15	65	16	17	23	6	43	33	43	13

6. По координатам вершин А, В и С построить комплексный чертеж треугольника и произвольного отрезка прямой, расположенного в плоскости.

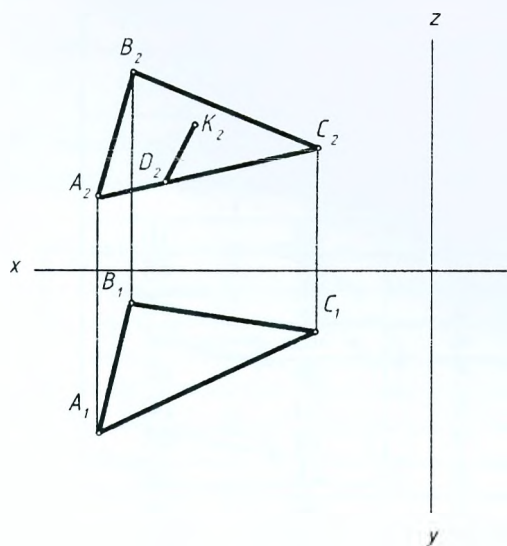


Рис. 64

№ варианта	Координаты								
	А			В			С		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	46	26	59	36	8	8	10	30	25
2	50	25	10	30	5	45	12	40	15
3	47	10	9	30	48	44	10	18	5
4	41	26	49	36	11	10	9	30	20
5	46	9	9	32	50	46	10	18	5
6	50	24	10	32	5	45	10	40	16
7	42	27	48	36	10	11	12	29	25
8	47	10	8	30	48	45	10	20	4
9	50	24	9	28	5	44	12	40	14
10	43	25	49	35	9	9	9	30	25
11	46	10	11	32	48	46	10	20	5
12	52	25	8	30	5	45	13	40	14
13	42	26	50	35	10	10	10	32	24
14	47	10	9	32	48	45	10	20	4
15	50	24	10	30	5	48	12	42	15

Литература

1. Уласевич З.Н. и др. Методические указания по начертательной геометрии для студентов специальности Т.19.02 – производство строительных изделий и конструкций (ПСиК); С.04.02 – мелиорация и водное хозяйство (МиВХ); Т. 19.06 – водоснабжение, водоотведение, очистка природных и сточных вод (ВВОПиСВ). – Брест: БГТУ, 2001, 39 с.
2. Боголюбов С.Н. Задания по курсу черчения. – М.: Высшая школа, 1984, 278 с.
3. Н.С. Брилинг, Ю.П. Евсеев. Задания по черчению. М.: Стройиздат, 1984, 256 с.

Учебное издание

Составители: Уласевич Зинаида Николаевна
Яромич Алла Ивановна
Шумская Людмила Павловна
Яромич Наталья Ивановна
Чипурных Татьяна Вячеславовна

Практикум по начертательной геометрии

к разделу «Точка, прямая, плоскость»

для студентов специальностей

53 01 01 – автоматизация технологических процессов и производств;

69 01 01 – архитектура;

70 03 04 – водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов;

74 05 01 – мелиорация и водное хозяйство;

70 01 01 – производство строительных изделий и конструкций

Ответственный за выпуск: Чипурных Т.В.

Редактор: Строкач Т.В.

Компьютерная вёрстка: Боровикова Е.А.

Корректор: Никитчик Е.В.

Техн. редактор: Никитчик А.Д.

Подписано к печати 29.12.2004 г. Формат 60x84 ¹/₈. Бумага писчая. Усл. п.л. 4,0. Уч.-изд. л. 4,5. Заказ № 30 . Тираж 200 экз. Отпечатано на ризографе Брестского государственного технического университета. 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.