МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
"БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Кафедра машиноведения

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по курсу

«Основы научных исследований, изобретательства и инновационной деятельности в машиностроении»
Специальность 6-05-0714-02 Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты
и
«Основы исследования, изобретательства и инновационной деятельности»
Специальность 6-05-0714-04 Технологические машины и оборудование

Брест 2024

УДК 621.002

Методические указания к лабораторным работам по дисциплинам "Основы научных исследований, изобретательства и инновационной деятельности в машиностроении" и "Основы исследования, изобретательства и инновационной деятельности" для студентов дневной и заочной форм обучения, содержат руководство для выполнения работ по обработке экспериментальных данных при исследовании технологических процессов, оборудования и планированию однофакторного и многофакторного эксперимента.

Составитель: О. В. Мартиновская, ст. преподаватель.

Рецензенты: Д. С.Ларченко; технический директор ООО "Машиностроительное предприятие "КОМПО"
В. П. Горбунов доцент кафедры машиноведения канд. технических наук

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время любое производство требует от специалиста принятия квалифицированных инженерных решений как при проектировании, изготовлении, так и при эксплуатации технологического оборудования. Проводимые в машиностроении эксперименты часто направлены на установление функциональных или статистических связей между несколькими величинами или на решение экстремальных задач. Обработка и анализ полученных опытным путём данных позволяет с определённой точностью делать выводы по поставленным задачам и описывать выявленные зависимости с помощью математических моделей. Важным этапом является планирование эксперимента: выбор факторов, влияющих на процесс; определение минимально необходимого количества параллельных опытов, установление последовательности проведения эксперимента и т. д.

В данных методических указаниях представлены восемь лабораторных работ, в которых рассматривается методика обработки экспериментально полученных величин, примеры использования в машиностроении дисперсионного, корреляционного и регрессионного анализов. Рассмотрено планирование эксперимента при двухфакторном и многофакторном анализе и составление математических моделей применительно к задачам машиностроения.

Важной задачей при анализе точности механической обработки является определение составляющих общей погрешности обработки, т. е. случайных и систематических (постоянных и переменных) погрешностей. Знание структуры общей погрешности открывает возможность для разработки более конкретных и, следовательно, эффективных мероприятий по её уменьшению.

Планирование эксперимента предполагает определение числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленных задач с требуемой точностью. Характерными особенностями планирования эксперимента являются стремление минимизировать число опытов и одновременное варьирование всех исследуемых факторов по специальным правилам, выбор стратегии, позволяющей делать обоснованный выбор после каждой серии опытов. Частным случаем планирования эксперимента является планирование экстремального эксперимента, т. е. нахождение числа и условий проведения опытов для нахождения экстремальных экспериментов с помощью метода Бокса-Уилсона, называемого методом крутого восхождения.

При выполнении лабораторных работ каждый студент получает индивидуальное задание, которое выполняется с помощью офисного приложения Microsoft Exel. Затем оформляется и распечатывается отчёт по каждой работе. Порядок и количество выполняемых работ определяется преподавателем.

В конце методических указаний приведено приложение, содержащее справочный материал и исходные данные для индивидуальных заданий студентов.

Лабораторная работа № 1 (4 часа)

Тема: Предпланирование эксперимента. Обработка результатов измерений. Проверка случайности и независимости результатов измерений в выборке. Определение погрешностей операций механической обработки.

Цель: Получение навыков предварительной обработки полученных экспериментальных данных. Изучение методики нахождения погрешностей операций механической обработки.

Основная задача обработки экспериментальных данных – получение обоснованной информации обо всех возможных значениях исследуемой величины. Для этого в качестве оценок определяют среднее арифметическое значение $X_{ср}$, исправленную выборочную дисперсию S^2, а в ряде случаев и доверительный интервал. Доверительный интервал – интервал, в который с доверительной вероятностью Р попадает истинное значение измеренной величины.

Для более объективной оценки исследуемых параметров необходимо убедится, что все величины получены в результате постоянных условий. Если в полученной группе измерений одно-два резко отличаются от остальных, то необходимо установить, являются ли они грубыми погрешностями, подлежащими исключению. Грубые погрешности возникают при случайном резком изменении условий обработки или измерения. В полученной выборке проверяются *max* и *min* значения на предмет их исключения из рассмотрения.

Для определения минимально необходимого, но достаточного числа параллельных измерений, обеспечивающих достижение требуемой точности измерений, используют предварительно проведенные испытания.

Для статистической обработки результатов измерения отклика необходима уверенность, что эти данные стохастически независимы. В качестве альтернативной гипотезы можно рассмотреть гипотезу о наличии смещения значения отклика (дрейфа), который может быть вызван некоторым неконтролируемым фактором. Смещение значения отклика имеет место при анализе размеров деталей, обрабатываемых на настроенном станке, когда вследствие изнашивания инструмента или нагрева станка центр группировки размеров постепенно смещается при неизменной стандартной погрешности S. Наиболее показательным критерием проверки гипотезы о наличии дрейфа считается критерий последовательных разностей.

Погрешность – отклонение действительного значения параметра детали от его номинального значения. Источниками погрешностей механической обработки является большое количество факторов, основными из которых являются элементы системы СПИД. Систематической погрешностью называется та часть общей погрешности, которая при неизменных условиях эксперимента остается постоянной или закономерно изменяется. Случайная погрешность – индивидуально непредсказуемая величина погрешности, результирующая погрешностей вызванных нестабильностью процесса резания, упругих деформаций системы, наличие зазоров и пр. Анализ точности механической обработки включает определение как общей погрешности, так и её составляющих: случайных и систематических погрешностей.

Задание

На токарном автомате обработана партия втулок. Для контроля точности обработки составлена выборка из 8 деталей, измерены внешние диаметры, значения приведены в таблице 1.1. Требуется определить характеристики выборки, минимальное количество необходимых значений для дальнейшего исследования. Проверить наличие или отсутствие дрейфа размеров. Сделать вывод о возможности дальнейшего изучения выборки. Проверить случайность и независимости результатов измерений в выборке. Определить погрешности операции точения на данном станке.

Расчёты проводим исходя из предварительной информации, что размеры подчиняются нормальному закону распределения.

ПРИМЕР РАСЧЁТА

Исходные данные: доверительная вероятность P = *0,95*;
номинальный размер d = *41* мм,
верхнее предельное отклонение размера - + 0,13 мм,
нижнее предельное отклонение размера - + 0,04 мм.

Таблица 1.1 – Результаты измерения деталей, мм

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
$d_{изм}$	41,07	41,06	41,11	41,07	41,05	41,10	41,12	41,08

Порядок выполнения работы:

1. Определяем среднее значение полученных диаметров $d_{изм}$:

$$X_{cp} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} X_i \,, \tag{1.1}$$

где m – число измерений;

X_i – значения измеренных параметров.

Для измеренных значений получаем $X_{сред}$=41,083 мм.

2. Определяем дисперсию S^2 (разброс значений относительно среднего значения) результатов измерений:

$$S^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - X_{cp}\right)^2 . \tag{1.2}$$

Получаем S^2 = *0,00062* мм^2.

3. Определим, существуют ли в выборке грубые погрешности.

Проверяем, являются ли грубыми погрешностями значения

X_{min} = *41,05* мм,

X_{max} = *41,12* мм.

Рассчитываем наблюдаемые значения критерия $V_н$ для минимального и максимального значений выборки:

$$V_н = \frac{1}{S} \cdot \left| X_{ср} - X_1 \right| , \tag{1.3}$$

где $X_1 = X_{min}$ или $X_1 = X_{max}$;

S – среднеквадратичное отклонение выборки.

Получаем величины $V_н^{min} = 1{,}304$,

$V_н^{max} = 1{,}504$.

Сравнив наблюдаемое значение критерия $V_н$ и критическое значение критерия $V_к$, сделаем заключение, следует ли исключать данные числа из рассмотрения.

В случае если $V_н > V_к$, то результат следует исключить из дальнейшего рассмотрения. Критическое значение $V_к$ определяем по приложению Б.

Для P = *0,95* и m = *8*, находим $V_к = 2{,}172$.

Вывод: размеры деталей 41,05 и 41,12 не нужно исключать из рассмотрения, т. к. они не являются грубыми погрешностями.

4. Находим доверительный интервал для заданной выборки.

Доверительный интервал для нормально распределённых величин определяется

$$X_{ср} - t(P,m)\frac{S}{\sqrt{m}} < X_{истин} < X_{ср} + t(P,m)\frac{S}{\sqrt{m}} , \tag{1.4}$$

где t – критическое значение критерия Стьюдента для заданного значения вероятности P и числа измерений m.

Определяем значение критерия Стьюдента (см. приложение В): для m = *8*, P = *0,95* t = *2,365*, тогда получаем интервал

$$41{,}062 \text{ мм} < X_{истин} < 41{,}103 \text{ мм}.$$

5. Определяем необходимое количество параллельных измерений m_1, для обеспечения требуемой точности измерений. Ошибку измерений принимаем

$\Delta_0 = 1{,}3 \cdot S$, тогда $\Delta_0 = 0{,}032$.

$$m_1 \geq t^2(P,m)\frac{S^2}{\Delta_0^2} . \tag{1.5}$$

Для заданных значений получаем $m_1 \geq 3{,}31$.

Вывод: для достижения точности необходимо выполнить не менее четырех параллельных измерений.

6. Проверяем наличие дрейфа представленных размеров. Наблюдаемое (расчётное) значение критерия последовательных разностей $\tau_н$ определяем по формуле

$$\tau_н = \frac{C^2}{S^2} , \tag{1.6}$$

C^2 – промежуточная величина, рассчитываем по формуле (1.7):

$$C^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m-1}(X_{i+1} - X_i)^2}{2(m-1)}. \tag{1.7}$$

Таблица 1.2 – Результаты промежуточных вычислений

	X_2-X_1	X_3-X_2	X_4-X_3	X_5-X_4	X_6-X_5	X_7-X_6	X_8-X_7
X_{i+1}–X_i, мм	-0,01	0,05	-0,04	-0,02	0,05	0,02	-0,04
$(X_{i+1}–X_i)^2$, мм^2	0,0001	0,0025	0,0016	0,0004	0,0025	0,0004	0,0016

На основании таблицы получаем $C^2 = 0{,}00065$ мм^2, тогда

$\tau_н = 1{,}046$.

Критическое значение критерия последовательных разностей ($\tau_к$) определяется по приложению Г.

Для m = *8,* P = *0,95,* находим $\tau_к = 0{,}491$. Можно говорить о наличии дрейфа размеров, если выполняется неравенство $\tau_н < \tau_к$.

Вывод: дрейф размеров представленного ряда отсутствует, следовательно значения независимы и для их дальнейшего исследования будем использовать методы теории вероятности и математической статистики.

7. Определяем суммарную погрешность Δ обработки деталей на изучаемом токарном автомате:

$$\Delta = \Delta_П + \Delta_С , \tag{1.8}$$

где $\Delta_П$ – постоянная погрешность обработки;

$\Delta_С$ – случайная погрешность обработки.

Случайная погрешность обработки равна полю рассеивания контролируемого параметра ω. Тогда для нормального закона распределения

$$\Delta_c = \omega = 6 \cdot \sigma. \tag{1.9}$$

Так как мы рассчитываем среднеквадратическое отклонение для выборки, а не для всех обработанных деталей (генеральной совокупности), то S и σ отличаются и для определения σ вносится поправка $\sigma = \Delta_0$, см. пункт 5.

Тогда для примера $\Delta_С = 0{,}194$ мм.

Фактическое значение постоянной погрешности, для нормального закона распределения при обработке наружных поверхностей определяется по следующей формуле:

$$\Delta_П = X_{ср.откл.} - 3 \cdot \sigma - E_i , \tag{1.10}$$

где $X_{ср.откл.}$ – среднее отклонение размеров от их номинального значения;

$$X_{ср.откл.} = X_{ср} - X_{ном} , \tag{1.11}$$

где $X_{ном}$ – номинальное значение обрабатываемого размера;

E_i – нижнее предельное отклонение размера от номинального значения.

Для рассмотренного примера $X_{ср.откл}$ = 0,082 мм,

E_i = – 0,04 мм, тогда $\Delta_{П}$ = – 0,0547 мм.

Тогда суммарная погрешность обработки составит Δ = 0,1397 мм.

Вывод: суммарная погрешность обработки составляет Δ = 0,14 мм, доля случайной погрешности значительно больше, чем постоянной.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что характеризует дисперсия случайной величины и как она определяется?
2. В каких случаях возникают и как определяются грубые погрешности в выборке измеренных значений?
3. Для чего определяется доверительный интервал?
4. Что характеризует доверительный интервал случайной величины?
5. От чего зависит и как определяется необходимое количество параллельных измерений?
6. Зачем устанавливают наличие или отсутствие дрейфа значений?
7. В каких случаях при механической обработке деталей возможен дрейф размеров?
8. Как определяется независимость измеренных значений?
9. Как определяется суммарная погрешность обработки?
10. Как определяется случайная погрешность обработки и что влияет на её величину?
11. Как определяется постоянная погрешность обработки, от чего она зависит?

Лабораторная работа № 2 (2часа)

Тема: Дисперсионный анализ.

Цель: Определить являются ли значения, полученные с помощью различного оборудования, частью генеральной совокупности. Определить влияние контролируемого фактора на технологический процесс.

В случаях, когда необходимо проводить сравнения величин, полученных на разном оборудовании или измеренных различными приборами, проверяют гипотезу о равенстве дисперсий нескольких выборок, составленных из данных, полученных разными способами. Для принятия или отклонения гипотезы о том, что все величины, независимо от способа получения, являются частью одной генеральной совокупности, используют критерий Кохрена или критерий Фишера. Критерий Фишера возможно применять, только если изучаются две выборки, имеющие одинаковый объём ($m_1 = m_2$).

Дисперсионный анализ предназначен для выявления степени влияния контролируемых факторов на отклик. Факторы могут быть количественными (скорость резания, размеры заготовки) или качественными (модель станка, материал режущего инструмента).

Если устанавливается влияние одного контролируемого фактора X на математическое ожидание отклика M(Y), то анализ называют однофакторным. Проводить дисперсионный анализ можно, если результаты измерений являются независимыми случайными величинами, подчиняющимися нормальному закону распределения.

Выявить степень влияния фактора X на отклик возможно, проверив однородность дисперсии воспроизводимости $S_в^2$ и дисперсии S^2 (X) с помощью критерия Фишера, а однородность дисперсий воспроизводимости – с помощью критерия Кохрена.

Задание

Деталь «втулка» обрабатывается на четырёх токарных автоматах. Необходимо определить, имеют ли автоматы одинаковую точность и влияет ли обработка на разных автоматах на точность полученных размеров.

Для этого составлено по одной выборке из деталей, обработанных на каждом из автоматов (таблица 2.1). Все выборки имеют одинаковый объём m.

Точность обработки можно оценить с помощью дисперсии размеров деталей обработанных на автомате. Проверяется гипотеза о равенстве дисперсий. Если дисперсии однородны, то точность автоматов одинакова.

ПРИМЕР РАСЧЁТА

Исходные данные: Номинальный размер деталей d = *38,5* мм.

Доверительная вероятность P = *0,95*.

Таблица 2.1 – Размеры обработанных деталей, мм

Номер автомата	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9
№ 1	38,44	38,79	38,32	38,71	38,48	38,43	38,82	38,89	38,44
№ 2	38,35	38,43	38,4	38,84	38,51	38,45	38,57	38,86	38,36
№ 3	38,78	38,35	38,64	38,28	38,53	38,61	38,39	38,45	38,90
№ 4	38,49	38,62	38,37	38,61	38,38	38,54	38,64	38,31	38,32

Порядок выполнения работы:

1. Определяем дисперсию размеров деталей S^2 выборки каждого автомата

$$S_{вi}^2 = \frac{1}{m_i - 1}\sum_{j=1}^{m_i}(Y_{ij} - Y_{ср})^2, \qquad (2.1)$$

где m_i – число дублирующих опытов в выборке;

y_{ij} – наблюдаемое значение размера;

$Y_{срi}$ – среднее значение размеров для i-й выборки.

Таблица 2.2 – Средние значения и дисперсии для четырёх выборок

Номер автомата	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
Y_{cpi} , мм	38,591	38,530	38,548	38,476
$S^2_{вi}$, мм^2	0,0441	0,0377	0,0420	0,0178

2. Определяем наблюдаемое значение критерия Кохрена ($G_н$), которое рассчитывается по формуле

$$G_н = \frac{S^2_{i\,max}}{\sum_{i=1}^{n} S_i^2} , \qquad (2.2)$$

где $S^2_{i\,max}$ – максимальная дисперсия из рассчитанных;

n – число выборок.

Для нашего случая максимальное значение у дисперсии размеров, полученных на втором автомате $S^2 = 0{,}0441$ мм^2, а общее число выборок $n = 4$.

Тогда получаем $G_н = 0{,}3116$.

3. Сравним критическое G_k и наблюдаемое $G_н$ значения критерия Кохрена, в случае если $G_н < G_k$ считаю, что дисперсии однородны и точность автоматов одинакова.
Значение G_k определяется по приложению Д. Для $P = 0{,}95$, $m = 9$ и $n = 4$ $G_k = 0{,}518$.

Вывод: точность автоматов одинакова, выборки могут рассматриваться как элементы одной генеральной совокупности.

4. Оценим влияние неконтролируемых факторов на значения отклика.

Влияние неконтролируемых факторов оценивается средней дисперсией воспроизводимости $S_в^2$, а общее рассеивание значений отклика оценивается общей дисперсией S_o^2.

Рассчитываем среднюю дисперсию воспроизводимости $S_в^2$ и общую дисперсию S_o^2 .

$$S_в^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_{вi}^2 . \qquad (2.3)$$

Для рассмотренного примера получаем $S_в^2 = 0{,}0354$ мм^2.

Общая дисперсия всех значений определяется по формуле

$$S_o^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i}(Y_{ij} - \mu)^2 , \qquad (2.4)$$

где N – число всех измерений (см. таблица 2.1);

μ – общая средняя для всех измеренных значений,

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_{cp_i} . \qquad (2.5)$$

Для значений таблицы 2.1 μ = 38,536 мм.

Рассчитав по формуле 2.4, получаем общую дисперсию $S_o^2 = 0{,}0253$ мм^2.

5. Оцениваем рассеивание значений отклика, вызванное контролируемым фактором.

Рассеивание значений отклика, вызванное контролируемым фактором, оценивается дисперсией $S^2(X)$:

$$S^2(X) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} m_i (Y_{cpi} - \mu)^2 . \tag{2.6}$$

Для рассмотренного примера $S^2(X) = 0{,}0169$ мм^2.

6. Проверим однородность дисперсий $S^2_{вi}$ с помощью критерия Кохрена

$$G_н = \frac{S^2_{вi\,max}}{\sum_{i=1}^{n} S^2_{вi}} . \tag{2.7}$$

Для рассмотренных выборок максимальной является дисперсия воспроизводимости первой выборки $S^2_{вi\,max} = S^2_{в1} = 0{,}0441$ мм^2.

Получаем наблюдаемое значение критерия Кохрена $G_н = 0{,}312$.

Критическое значение критерия G_k определили в пункте 3.

Если имеет место неравенство $G_н < G_k$, то дисперсии однородны и можно проводить дальнейшие расчеты.

Вывод: так как $G_н < G_k$, то дисперсии всех четырёх автоматов однородны.

7. Определяем влияние фактора X (станка) на точность обработки. Для этого проверим однородность дисперсий S_o^2 и $S^2(X)$ рассчитаем наблюдаемое значение критерия Фишера.

$$F_н = \frac{S^2(X)}{S_o^2} . \tag{2.8}$$

Расчётное значение $F_н = 0{,}632$.

Критическое значение критерия Фишера F_k определяем по таблице в приложении Е. Величины m_1 и m_2 определяются в зависимости от степеней свободы $f_в$ и f_x:

$f_x = n - 1$, тогда $f_x = 4 - 1 = 3$;
$f_в = N - n$, тогда $f_в = 36 - 4 = 32$.

Следовательно, $m_1 = f_x + 1 = 3 + 1 = 4$,
$m_2 = f_в + 1 = 32 + 1 = 33$,
тогда $m_1 = 4$, $m_2 = 33$. $F_k = 2{,}92$.

Если $F_н > F_k$, то дисперсии не однородны и оборудование влияет на изменение точности обработки детали.

Вывод: данные токарные автоматы не оказывают влияние на точность обработки деталей.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Для чего применяют дисперсионный анализ?
2. Для каких значений можно применять дисперсионный анализ?
3. Какие виды факторов могут использоваться при дисперсионном анализе?
4. Какой метод можно применить для сравнения точности обработки на одинаковых станках?
5. Для чего используется критерий Кохрена?
6. В каких случаях возможно использование критерия Фишера?

Лабораторная работа № 3 (2часа)

Тема: Корреляционный анализ.

Цель: Определить существует ли корреляционная зависимость между деформациями шпинделя под нагрузкой.

Задача корреляционного анализа – выявление значимости связи между значениями случайных величин. Зависимость между величинами, при которой каждому значению одной величины отвечает с соответствующей вероятностью множество возможных значений другой величины, называют вероятностной.

Если при наличии вероятностной зависимости между двумя величинами с изменением значения одной величины изменяется только математическое ожидания второй и наоборот, а дисперсия, области возможных значений и тип закона распределения остаются неизменными, то для таких величин характерна корреляционная зависимость.

Примеры корреляционной связи: зависимость между пределом прочности и пределом текучести стали, между твердостью и износостойкостью стали, температурой испытаний и ударной вязкостью стали, между погрешностями размеров и отклонением формы деталей.

Силу линейной статистической связи между случайным величинами X и Y можно оценить коэффициентом корреляции r, который принимает значения в интервале от –1 до +1 и не зависит от единиц величин X и Y. Чем больше по абсолютной величине коэффициент корреляции, тем сильнее зависимость между величинами X и Y. Однако обратное не всегда верно, т. к. на коэффициент корреляции оказывает влияние ещё и отклонение от линейности связи. Необходимо также для подтверждения достоверности полученного значения проверить значимость коэффициента корреляции.

Задание

Определить по экспериментальным данным, существует ли линейная корреляционная зависимость между прогибом переднего конца шпинделя и углом поворота шпинделя в передней опоре.

ПРИМЕР РАСЧЁТА

Исходные данные:

Вылет переднего конца шпинделя A = *50* мм
Межопорное расстояние L = *450* мм
Диаметры шпинделя:
вылета d_1 = *55* мм
межопорной части d_2 = *45* мм
отверстия d_0 = *30* мм
Жесткость опор:
передней j_a = *65000* Н/мм
задней j_b = *90000* Н/мм
Сила резания P = *5500* Н.

Шпиндель разгружен от приводного элемента.
Момент инерции сечений шпинделя:
на консоли $I_к$ = *409419,5* мм^4
между опорами $I_п$ = *161528,2* мм^4.

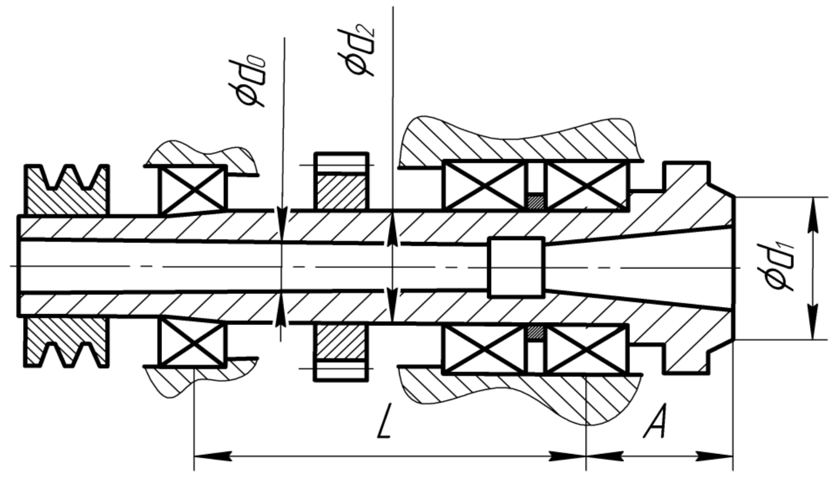

Рисунок 3.1 – Схема шпиндельного узла

После проведения эксперимента получили значения, которые занесли в таблицу 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты измерений

N п/п	L, мм	Прогиб переднего конца шпинделя (X), мм	Угол поворота шпинделя (Y), рад
1	450	0,1687	0,00122
2	430	0,1670	0,00116
3	420	0,1662	0,00113
4	410	0,1655	0,00111

Продолжение таблицы 3.1			
5	400	0,1648	0,00108
6	390	0,1641	0,00105
7	380	0,1634	0,00103
8	370	0,1628	0,00100
9	360	0,1622	0,00097
10	350	0,1617	0,00095

Доверительная вероятность Р = *0,95*.

Порядок выполнения работы:

1. Определяем коэффициент корреляции

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{m}(X_i - X_{ср})\cdot(Y_i - Y_{ср})}{(m-1)\cdot S(X)\cdot S(Y)}, \qquad (3.1)$$

где X_i .Y_i – значения случайных величин X и Y;

$X_{ср}$, $Y_{ср}$ – средние значения случайных величин;

S(X), S(Y) – среднеквадратические отклонения случайных величин;

m – количество измерений.

Полученная величина для заданных значений r = *0,997*.

2. Проверим значимость коэффициента корреляции. Для этого определяем наблюдаемое значение критерия Стьюдента и сравниваем его с критическим.

$$t_н = r\sqrt{\frac{m-2}{1-r^2}} \;. \qquad (3.2)$$

Полученное значение $t_н$ = *37,185*.

Критическое значение критерия определяем по таблице в приложении В, при Р = *0,95* и m_1 = 9 критическое значение критерия Стьюдента t_k = *2,752*. Значение m_1 принимают в зависимости от степени свободы:

$m_1 = f + 1$, где $f = m – 2$.

Рассчитываем параметры f = *10 – 2 = 8*, тогда m_1= *8 + 1 = 9*.

Если выполняется неравенство $|t_н| < t_k$, то принимают r = 0 и делают вывод, что связи между исследуемыми величинами нет.

Вывод: между прогибом переднего конца шпинделя и углом поворота шпинделя существует корреляционная зависимость, т. к. $t_н > t_k$.

3. Строим график отображающий связь прогиба шпинделя с углом его поворота. При зависимости близкой к линейной построим аппроксимирующую кривую.

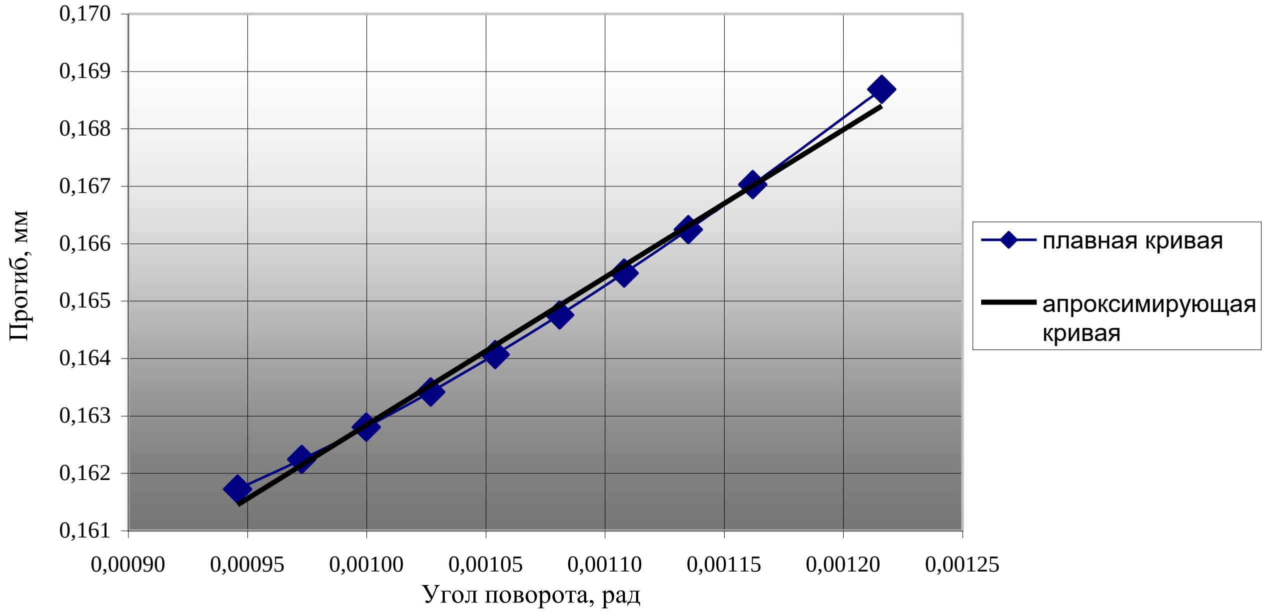

Рисунок 3.1 – Связь прогиба шпинделя с углом поворота.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каковы задачи корреляционного анализа?
2. Какая зависимость называется вероятностной?
3. Какая зависимость называется корреляционной?
4. Что характеризует коэффициент корреляции, какие значения он может принимать?

Лабораторная работа № 4 (2часа)

Тема: Регрессионный анализ.

Цель: Составить уравнение регрессии, описывающее зависимость прогиба шпинделя от величины межопорного расстояния. Оценить адекватность модели.

Задача регрессионного анализа – установление вида и параметров зависимости математического ожидания отклика M(Y) от уровней одного или нескольких факторов X, когда результаты эксперимента представлены в виде пар X_1–Y_1, X_2–Y_2, X_3–Y_3 и т. д. Искомая функция называется моделью регрессионного анализа (регрессионной моделью), а ее параметры – коэффициентами регрессии. Если нет предварительных сведений о виде регрессионной модели, то её представляют одной из базисных функций: полинома, тригонометрической функции. При этом начинают с простейших линейных функций. По известным измеренным значениям определяют величины коэффициентов выбранной функции.

Неизвестные коэффициенты находят методом наименьших квадратов либо любым другим методом. Полученную регрессионную модель проверяют на адекватность к функции отклика. Это необходимо для подтверждения правильности выбора вида модели. Если полученная модель не адекватна – выбирают более сложную функцию.

Задание

Определить вид и параметры регрессионной модели, описывающей зависимость прогиба (Y) переднего конца шпинделя под нагрузкой, от величины межопорного расстояния L (рисунок 3.1).

ПРИМЕР РАСЧЁТА

Исходные данные:

Вылет переднего конца шпинделя A = *50* мм
Межопорное расстояние L = *450* мм
Диаметры шпинделя:
вылета d_1 = *55* мм
межопорной части d_2 = *45* мм
отверстия d_0 = *30* мм
Жёсткость опор:
передней j_a = *65000* Н/мм
задней j_b = *90000* Н/мм
Сила резания P = *5500* Н.

Момент инерции сечений шпинделя:
на консоли $I_к = 409419{,}5$ мм^4
между опорами $I_п = 161528{,}2$ мм^4.
Доверительная вероятность P = *0,95*.

После проведения эксперимента получены измеренные значения $Y_{изм}$, занесём их в таблицу 4.1. Последний столбец таблицы заполним после составления модели и расчёта по ней $Y_{расч}$.

Таблица 4.1 – Результаты измерений и расчётов

№ п/п	Величина межопорного расстояния L, мм (X)	Прогиб переднего конца шпинделя измеренный, мм ($Y_{измер}$)	Прогиб переднего конца шпинделя рассчитанный, мм ($Y_{расч}$)
1	450	0,1687	*0,1691*
2	430	0,1670	*0,1673*
3	420	0,1662	*0,1665*
4	410	0,1655	*0,1657*
5	400	0,1648	*0,1650*
6	390	0,1641	*0,1643*
7	380	0,1634	*0,1636*
8	370	0,1628	*0,1630*
9	360	0,1622	*0,1624*
10	350	0,1617	*0,1619*

Число измерений n =*10*.

Порядок выполнения работы:

1. Для определения дисперсии воспроизводимости проводим *8* дублирующих опытов при максимальном межопорном расстоянии L = *450* мм. Полученные значения сводим в таблицу 4.2.

Таблица 4.2 – Значения прогиба шпинделя при L_{max}, мм

$Y_{изм i}$	*0,1687*	*0,1699*	*0,1697*	*0,1689*	*0,1691*	*0,1703*	*0,1691*	*0,1692*

Дисперсию воспроизводимости $S_в^2$ определяем по формуле

$$S_в^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(Y_{изм\ i} - \bar{Y}_{изм})^2, \qquad (4.1)$$

где m – число дублирующих опытов;

$\bar{Y}_{изм}$ – среднее значение измеренных величин.

Рассчитанное значение $S_в^2 = 3{,}8 \cdot 10^{-7}$ мм^2.

2. Предполагаем, глядя на кривую, построенную по экспериментальным данным (рисунок 4.1), что регрессионная модель имеет вид

$$Y_{расч} = b_0 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2, \qquad (4.2)$$

где b_0, b_1, b_2 – коэффициенты регрессии;

X – величина межопорного расстояния.

Для определения коэффициентов регрессии составляем систему уравнений

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum X_i + b_2 \sum X_i^2 = \sum Y_i \\ b_0 \sum X_i + b_1 \sum X_i^2 + b_2 \sum X_i^3 = \sum (YX)_i \\ b_0 \sum X_i^2 + b_1 \sum X_i^3 + b_2 \sum X_i^4 = \sum (YX^2)_i \end{cases} \qquad (4.3)$$

Используя результаты измерений (таблица 4.1), определяем значения при коэффициентах регрессии. Система 4.3 имеет вид:

$$\begin{cases} 10 \cdot b_0 + 3960 \cdot b_1 + 1577400 \cdot b_2 = 1{,}646 \\ 396 \cdot b_0 + 1577400 \cdot b_1 + 6{,}32 \cdot 10^8 \cdot b_2 = 652{,}64 \\ 1577400 \cdot b_0 + 6{,}32 \cdot 10^8 \cdot b_1 + 2{,}55 \cdot 10^{11} \cdot b_2 = 260224{,}4. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, определяем значения коэффициентов регрессии:

b_0 = *0,1652*,
b_1 = *-0,00007233*,
b_2 = *0,0000001779*.

3. Определяем дисперсию оценок коэффициентов регрессии. Для каждого коэффициента регрессии расчёт ведём по формуле

$$S^2(b_j) = S_в^2 \cdot C_{jj}\,, \qquad (4.4)$$

где $S_в{}^2$ – дисперсия воспроизводимости;

C_{jj} – элемент матрицы $Ф^{-1}$, обратной информационной.

Информационная матрица составляется из коэффициентов нормальных уравнений (4.3)

$$Ф = \begin{pmatrix} n & \sum X_i & \sum X_i^2 \\ \sum X_i & \sum X_i^2 & \sum X_i^3 \\ \sum X_i^2 & \sum X_i^3 & \sum X_i^4 \end{pmatrix}. \qquad (4.5)$$

Обратная матрица определяется по формуле

$$Ф^{-1} = \frac{1}{\det Ф}\begin{pmatrix} D_{00} & D_{10} & D_{20} \\ D_{01} & D_{11} & D_{21} \\ D_{02} & D_{12} & D_{22} \end{pmatrix}, \qquad (4.6)$$

где det $Ф$ – детерминант матрицы $Ф$;

D_{jk} – алгебраическое дополнение элемента матрицы в j-й строке и k-м столбце.

Рассчитываем элементы обратной матрицы:

$C_{00} = 3093,0$;
$C_{11} = 0,0785$;
$C_{22} = 0,0000001$.

Рассчитываем дисперсию оценок коэффициентов регрессии:

$S^2(b_0) = 0,00124$ мм^2;
$S^2(b_1) = 3,14 \cdot 10^{-8}$ мм^2;
$S^2(b_2) = 4,93 \cdot 10^{-14}$ мм^2.

4. Проверяем значимость полученных коэффициентов регрессии. Для этого определяем наблюдаемые значения критерия Стьюдента для каждого коэффициента b_j по формуле

$$t_{н\,j} = \frac{|b_j|}{S(b_j)}\,. \qquad (4.7)$$

Получаем критерии Стьюдента:

$t_{н\,0} = 133,58;$
$t_{н\,1} = 2304,66;$
$t_{н\,2} = 3606785,7.$

Критическое значение критерия Стьюдента определяем по приложению В. Для Р = *0,95*, n = *10* получаем $t_k = 2,262$.

Для выявления значимости коэффициентов b_j сравниваем расчётные и критическое значения критерия Стьюдента. Если $t_{н\,j} > t_k$, то b_j значим, в противном случае принимаем $b_j = 0$, т. к. он не значим. Для рассматриваемого эксперимента все коэффициенты значимые. Принятые значения b_j округляем до значимой точности:

$b_0 = 0,165,$
$b_1 = -\ 0,000072,$
$b_2 = 0,00000018.$

Число параметров модели (равно количеству значимых коэффициентов регрессии) $d = 3$.

Составляем уравнение регрессии на основании (4.2):

$$Y_{расч} = 0,165\ -\ 0,000072 \cdot X + 0,00000018 \cdot X^2.$$

Рассчитываем по составленной модели значения прогиба и заносим полученные значения в таблицу 4.1.

5. Проверяем адекватность полученной регрессионной модели к функции отклика. Для этого вычисляем остаточную дисперсию $S_о^2$ и сопоставляем ее с дисперсией воспроизводимости $S_в^2$.

$$S_о^2 = \frac{1}{n - (d\ + 1)} \sum_{g=1}^{n} (Y_{измер_g} - Y_{расч_g})^2, \tag{4.8}$$

где $Y_{измер\ g}$ – измеренное значение прогиба в g-м опыте;
$Y_{расч\ g}$ – расчётное значение отклика в g-м опыте;
d – число параметров модели;
n – число опытов.

Рассчитанная величина $S_о^2 = 1,24 \cdot 10^{-7}$ мм^2.

Рассчитаем наблюдаемое значение критерия Фишера

$$F_н = \frac{S_о^2}{S_в^2}, \tag{4.9}$$

получаем $F_н = 0,25$.

Критическое значение критерия Фишера находим по таблице приложения Е. Для $P = 0,95$ и степеней свободы f_1 и f_2 – $F_k = 3,79$.

Где степени свободы определяются по формулам $f_1 = n - d$, $f_2 = m - 1$,
где n – число опытов (таблица 4.1);

m – количество дублирующих опытов при определении $S_В^2$ (таблица 4.2).

$m_1 = f_1 + 1$, $m_2 = f_2 + 1$.

Получаем $f_1 = 7$ и $f_2 = 7$, тогда $m_1 = 8$ и $m_2 = 8$.

Сравниваем наблюдаемое (расчётное) и критическое значения критерия Фишера. Если $F_н < F_k$, то модель адекватна. В противном случае полученная модель неадекватна.

Вывод: полученная модель зависимости прогиба шпинделя от изменения межопорного расстояния адекватна экспериментальным данным.

6. Построим кривые прогиба шпинделя на основании экспериментальных и расчётных значений.

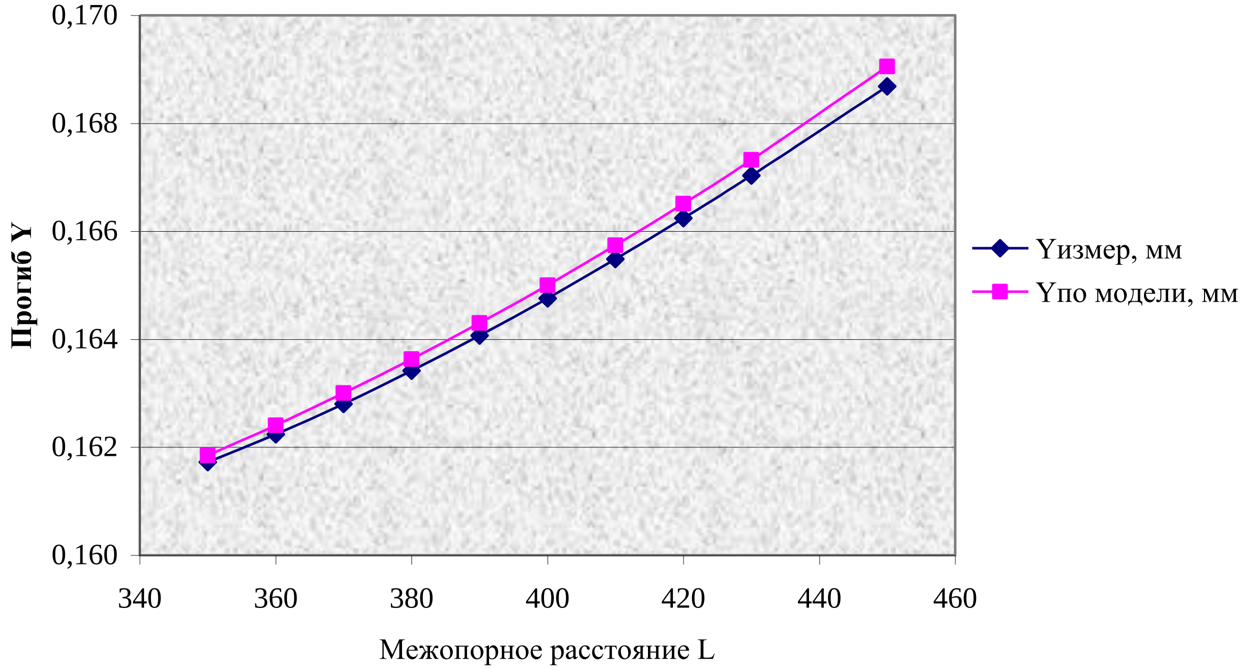

Рисунок 4.1 – Зависимость прогиба шпинделя от межопорного расстояния

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Укажите основные задачи регрессионного анализа?
2. Что представляет собой регрессионная модель?
3. Как рассчитываются коэффициенты регрессии?
4. Как и с какой целью проверяется значимость коэффициентов регрессии?
5. Для чего и как проверяют адекватность регрессионной модели?

Лабораторная работа № 5 (2часа)

Тема: Планирование эксперимента. Определение вида линейной модели по параметрам многофакторной модели (последовательное планирование).

Цель: Получение навыков составления плана двухфакторного эксперимента.

Основной принцип теории планирования эксперимента – получение максимум информации при минимальных затратах времени и средств на эксперимент. С этой целью составляют оптимальный план, достаточный для получения необходимых сведений.

При последовательном планировании порядок модели до опыта неизвестен. Поэтому, на первом этапе предполагается, что модель линейна, тогда для двухфакторного эксперимента

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2, \qquad (5.1)$$

где X_1 и X_2 – два контролируемых фактора

b_0, b_1, b_2 – коэффициенты (параметры) модели.

Для нахождения коэффициентов модели используют полученные при проведении эксперимента результаты. Затем проверяют адекватность модели функции отклика. Если модель адекватна, то заканчивают эксперимент, в противном случае модель усложняется, добавляется ещё одно слагаемое, учитывающее взаимодействии факторов. Для двухфакторного эксперимента модель предполагается в виде

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + b_{12} \cdot X_1 \cdot X_2 . \qquad (5.2)$$

Определяя коэффициенты, используют уже имеющиеся экспериментальные значения и проводят недостающие опыты. После вычисления параметров модели проверяют адекватность новой модели. Если модель вновь не адекватна, то она ещё более усложняется. Уравнение предполагается квадратичным. Проводятся недостающие опыты для определения новых параметров, проверяется адекватность квадратичной модели и т. д.

В большинстве случаев для определения параметров модели достаточно каждый фактор фиксировать на одном из двух уровней: верхнем и нижнем. Верхний уровень – большее значение фактора, нижний уровень – меньшее значение фактора. С целью облегчения процесса планирования и обработки результатов эксперимента факторы нормализуют. Верхний уровень нормализованного фактора обозначают «+1», нижний – «–1». Среднему значению фактора присваивают значение « 0 ».

Эксперимент, в котором используются все возможные сочетания уровней факторов, называется полным факторным экспериментом (ПФЭ). Когда число уровней каждого фактора равно двум, то число опытов полного эксперимента составляет $N = 2^k$, где $k = 2$ – число факторов.

План проведения эксперимента и его результаты записываются в виде таблицы, которая называется матрицей планирования. Если результаты эксперимента в таблицу не записываются, то такая таблица называется факторным планом.

Задание

Определить вид и параметры модели зависимости угла поворота шпинделя (отклик Y) от вылета переднего конца шпинделя A и межопорного расстояния L (рисунок 3.1).

ПРИМЕР РАСЧЁТА

Исходные данные:

Вылет переднего конца шпинделя A = *50* мм

Межопорное расстояние L = *650* мм

Диаметры шпинделя:

вылета d_1 = *65* мм

межопорной части d_2 = *45* мм

отверстия d_0 = *30* мм

Жёсткость опор:

передней j_a = *65000* Н/мм

задней j_b = *80000* Н/мм

Сила резания P = *5500* Н.

Шпиндель разгружен от приводного элемента.

Момент инерции сечений шпинделя:

на консоли $I_к$ = *836479,7* мм^4

между опорами $I_п$ = *161528,2* мм^4.

Доверительная вероятность Р=*0,95*.

Порядок выполнения работы:

На основании априорных данных предполагаем, что модель имеет вид (5.2).

1. Определяем область экспериментирования, т. е. границы изменения факторов. Для этого задаём максимальные и минимальные значения факторов. Максимальные значения заданы в исходных данных. Минимальное значение межопорного расстояния L_{min} принимаем равным 3,5·A (для обеспечения требуемой жесткости шпиндельного узла), а минимальное значение вылета переднего конца шпинделя A_{min} = 20мм, исходя из конструктивных соображений.

Таблица 5.1 – Область экспериментирования

№ фактора	**Обозначение**	**X_{max}**		**X_{min}**	
		натуральное значение, мм	**нормализованное значение**	**натуральное значение, мм**	**нормализованное значение**
1	A (фактор X_1)	*50*	1	*20*	-1
2	L (фактор X_2)	*650*	1	*125*	-1

№ фактора	**Обозначение**	**X_{max} - X_{min}**	$X_{сред}$	
		натуральное значение, мм	**натуральное значение, мм**	**нормализованное значение**
1	A (фактор X_1)	*30*	*35*	0
2	L (фактор X_2)	*525*	*387,5*	0

2. Составляем расширенную матрицу полного факторного эксперимента для предполагаемой модели (таблица 5.2).

Вносим в таблицу натуральные и нормализованные значения уровней факторов (см. таблицу 5.1), при этом обеспечиваем все возможные сочетания уровней факторов. В эту же таблицу заносим полученные в ходе реализации эксперимента значения угла поворота шпинделя $Y_{измер}$.

Таблица 5.2 – Матрица полного факторного эксперимента

№ опыта (u)	X_1 (A)		X_2 (L)		$X_1 \cdot X_2$	$Y_{измер}$, рад	$Y_{расч}$, рад
	натураль-ное значе-ние, мм	нормали-зованное значение	натураль-ное значе-ние, мм	нормали-зованное значение	нормали-зованное значение		
1	*50*	1	*650*	1	*1*	*0,001118*	*0,001118*
2	*50*	1	*125*	–1	*–1*	*0,000215*	*0,000214*
3	*20*	–1	*650*	1	*–1*	*0,000447*	*0,000446*
4	*20*	–1	*125*	–1	*1*	*0,000086*	*0,000086*

3. Определяем параметры нормализованной модели (5.2).

$$b_o = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} Y_u,$$

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} (x_i \cdot Y_u),$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} (x_i \cdot x_j \cdot Y_u), \qquad (5.3)$$

где N – число опытов (N = 4);

i, j – номера факторов;

x_i, x_j – нормализованные значения факторов;

Y_u – измеренное значение отклика в u-м опыте.

Используя уравнения (5.3) получаем значения коэффициентов:

b_0 = *0,00046646*,
b_1 = *0,00019991*,
b_2 = *0,00031599*,
b_{12} = *0,00013543*.

4. Для определения дисперсии воспроизводимости $S_в^2$ в центре плана нормализованные координаты $X_1 = 0$ и $X_2 = 0$ проводим 10 дублирующих опытов.

Таблица 5.3 – Дублирующие опыты в центре плана, рад

Y_o	*0,0004665*	*0,0005094*	*0,0004734*	*0,0004698*	*0,0004853*
	0,0005000	*0,0005088*	*0,0004680*	*0,0005040*	*0,0005013*

Дисперсию воспроизводимости рассчитываем по формуле

$$S_B^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m} (Y_{oj} - \overline{Y_o})^2}{m - 1}, \qquad (5.4)$$

где m – количество дублирующих опытов в центре плана, m = 10;

Y_{oj} – значения опытов, проведённых в центре плана;

$\overline{Y}_o$ – среднее значение отклика в центре плана.

Получаем $S_в^2 = 3,\ 2\cdot 10^{-10}$ рад^2.

5. Проверяем значимость параметров модели. С этой целью для каждого параметра b_i определяем доверительный интервал Δb_i. Затем сравниваем этот интервал с самим параметром. Если $|\ \Delta b_i\ | < |\ b_i\ |$, то параметр значим, иначе параметр не значим и принимаем его $b_i = 0$.

Доверительные интервалы определяем как равенство

$$\Delta b_i = \pm\, t\,(P,\, m\cdot N)\frac{S_b}{\sqrt{m\cdot N}}, \qquad (5.5)$$

где m – количество дублирующих опытов в каждой серии , m =10;

N – число серий опытов в плане;

t(P,m·N) – значение критерия Стьюдента для заданной вероятности и числа опытов во всех сериях (приложение В).

При заданной доверительной вероятности P = 0,95 критерий Стьюдента t(P,m·N) = 2*,021*.

Значения доверительных интервалов для всех параметров модели

$$\boldsymbol{\Delta b_0 = \Delta b_1 = \Delta b_2 = \Delta b_{12} = \pm\, 7{,}63\cdot 10^{-11}}.$$

Делаем вывод, что все коэффициенты значимы, поэтому записываем коэффициенты, округлив их до значимой точности:

$b_0 = 0{,}000467$,

$b_1 = 0{,}0001999$,

$b_2 = 0{,}000316$,

$b_{12} = 0{,}000135$.

Затем необходимо вычислить остаточную дисперсию S_o^2 и проверить адекватность модели с помощью критерия Фишера. В лабораторной работе из-за совпадения $Y_{расч}$ и $Y_{измер}$ адекватность модели не рассчитываем.

Полученная нами нормализованная модель имеет вид:

$$Y = 0{,}000467 + 0{,}0001999\cdot x_1 + 0{,}000316\cdot x_2 + 0{,}000135\cdot x_1\cdot x_2\,.$$

6. Для того чтобы перейти от нормализованной модели к натуральной, подставляем вместо x_i формулу

$$x_i = \frac{2\cdot(X_i - X_{ср})}{X_{max} - X_{min}}.$$

Получаем выражение

$$Y = 0{,}000467 + 0{,}0001999\frac{2\cdot(X_1 - 35)}{30} + 0{,}000316\frac{2\cdot(X_2 - 387{,}5)}{525} +$$

$$+ 0{,}000135\frac{2\cdot(X_1 - 35)}{30}\cdot\frac{2\cdot(X_2 - 387{,}5)}{525}.$$

Преобразованная модель имеет вид:

$$Y = 0{,}000467 + 0{,}0000133 \cdot (X_1 - 35) + 0{,}0000012 \cdot (X_2 - 387{,}5) +$$
$$+ 3{,}4 \cdot 10^{-8} \cdot (X_1 - 35) \cdot (X_2 - 387{,}5).$$

При использовании полученной натуральной модели в неё подставляем вместо X_1 и X_2 натуральные значения, которые принимают факторы A и L. Значения прогиба, рассчитанные по модели $Y_{расч}$, заносим в матрицу планирования (таблица 5.1).

7. Построим диаграмму зависимости угла поворота шпинделя от двух факторов.

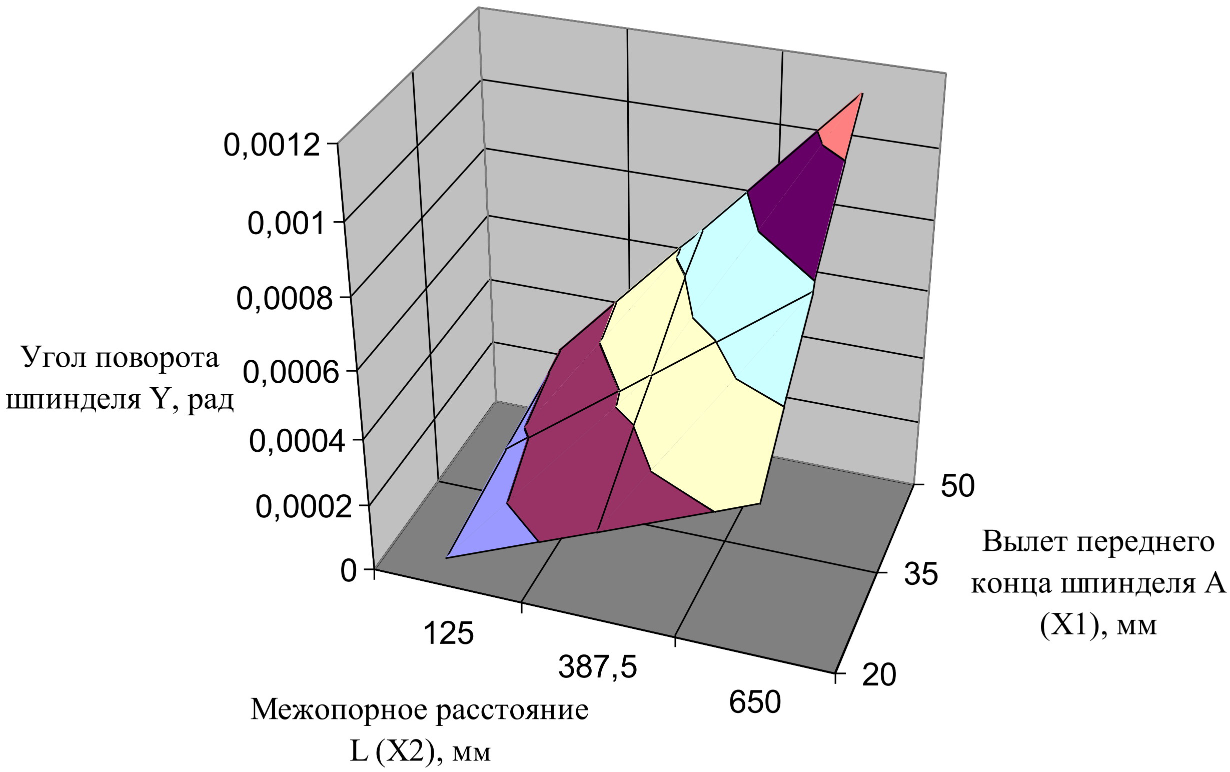

Рисунок 5.1 – Зависимость угла поворота шпинделя от вылета переднего конца шпинделя и межопорного расстояния.

Вывод: нами был составлен план двухфакторного эксперимента, позволивший описать изучаемую зависимость с помощью математической модели.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какого основного принципа необходимо придерживаться при планировании эксперимента?
2. В чем заключается последовательное планирование?
3. Сколько и какие уровни факторов используются для определения параметров модели?
4. Зачем вводится нормализация уровней факторов?
5. Что называется полным факторным экспериментом?
6. Что представляет собой матрица планирования и факторный план, в чём их отличие?

Лабораторная работа № 6 (2часа)

Тема: Определение закона распределения размеров обработанных деталей.

Цель: Проверить предположение о подчинении размеров детали нормальному закону распределения.

Закону нормального распределения подчиняется распределение рассеяния размеров при механической обработке деталей с точностью 8, 9, 10 квалитетов и грубее.

Измеренный размер детали является случайной величиной, причем вероятность $P(x_1<X<x_2)$ попадания размера детали в интервал $]x_1,x_2[$ определяется законом распределения вероятности данной случайной величины. Вероятность того, что размер детали будет меньше x, определяется интегральной функцией распределения вероятности $P(X<x)=F(x)$

Интегральная функция нормального распределения имеет вид:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx, \tag{6.1}$$

где $f(x)$ – плотность распределения вероятности:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-x_{cp})^2}{2\sigma^2}}, \tag{6.2}$$

где x_{cp} – среднее арифметическое значение результатов измерений,

σ – среднеквадратическое отклонение.

Величины x_{cp}, σ – являются параметрами нормального распределения. Используется также нормированное нормальное распределение:

$z=\frac{x-x_{cp}}{\sigma}$ – параметр нормированного нормального распределения.

Плотность распределения вероятности:

$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}. \tag{6.3}$$

Интегральная функция нормированного нормального распределения:

$$F(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{z^2}{2}}dz. \tag{6.4}$$

Задание

Подтвердить или опровергнуть предположение, что распределение толщины колец подчиняется закону Гаусса.

На токарном автомате методом обрезки из трубы получена партия деталей типа колец. Толщина колец измерялась с помощью специального микрометра.

Для проверки гипотезы о том, что распределение размеров подчиняется закону Гаусса, необходимо сопоставить эмпирическое и теоретическое распределение, построить эмпирический полигон и кривую нормального распределения в одних и тех же координатах. Для этого необходимо все результаты измерений сгруппировать по интервалам и определить частоту попадания размера детали в каждый интервал.

ПРИМЕР РАСЧЁТА

Исходные данные:

Номинальный размер внутреннего диаметра $D_{ном}$= 22 мм.

Таблица 6.1 – Результаты измерения внутреннего диаметра колец, мм

№ п/п	Размер	№ п/п	Размер	№ п/п	Размер	№ п/п	Размер	№ п/п	Размер
1	*22,66*	11	*22,74*	21	*22,25*	31	*21,38*	41	*21,63*
2	*22,36*	12	*22,87*	22	*22,31*	32	*21,33*	42	*21,79*
3	*22,26*	13	*22,72*	23	*22,83*	33	*21,96*	43	*21,61*
4	*22,40*	14	*22,83*	24	*22,22*	34	*21,21*	44	*21,91*
5	*22,35*	15	*22,40*	25	*22,08*	35	*21,92*	45	*21,40*
6	*22,47*	16	*22,40*	26	*22,54*	36	*21,42*	46	*21,70*
7	*22,21*	17	*22,59*	27	*22,20*	37	*21,24*	47	*21,99*
8	*22,37*	18	*22,64*	28	*21,47*	38	*21,74*	48	*21,12*
9	*22,24*	19	*22,89*	29	*21,70*	39	*21,82*	49	*21,11*
10	*22,40*	20	*22,54*	30	*21,58*	40	*21,28*	50	*21,69*

Порядок выполнения работы:

1. Определим частоты распределения размеров по интервалам. Для этого разбиваем выборку на 7 равных интервалов z =7.

Минимальное значение размера x_{min} = 21,11 мм.

Максимальное значение размера x_{max} = 22,89 мм.

Величина интервала: $\Delta = (x_{max} - x_{min}) / z$

Δ = 0,254 мм.

Рассчитываем параметры:

Среднее арифметическое значение измеренных параметров:

$$x_{cp} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i \quad . \tag{6.5}$$

Получаем x_{cp} = 22,055 мм.

Среднеквадратичное отклонение:

$$S = \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(x_i - x_{cp}\right)^2} \quad . \tag{6.6}$$

Получаем S = 0,516 мм.

Значение параметра нормированного нормального распределения t:

$$t = \frac{x_{наиб} - x_{ср}}{S} \quad , \tag{6.7}$$

где $x_{наиб}$ – верхнее значение интервала, для которого вычисляется t.

Интегральная функция нормированного нормального распределения определяется по формулам (6.1) – (6.2).

Заполним таблицу 6.2.

Таблица 6.2 – Расчёт экспериментальных и теоретических частот распределения размеров по интервалам

№ интервала	Границы интервала, мм		Середина интервала Y_i, мм	Частота попадания размера в интервал, m	Параметр нормированного нормального распределения, t	Интегральная функция нормального распределения, F(x)	Теоретическая частота, m′
	от	до					
1	21,109	21,363	21,236	6	–1,3426	0,0897	4
2	21,363	21,618	21,490	6	–0,8493	0,1979	5
3	21,618	21,872	21,745	7	–0,3560	0,3609	8
4	21,872	22,126	21,999	5	0,1372	0,5546	9
5	22,126	22,380	22,253	10	0,6305	0,7358	9
6	22,380	22,635	22,508	8	1,1238	0,8694	6
7	22,635	22,890	22,762	8	1,6283	0,9473	3
ВСЕГО:				50	ВСЕГО:		44

2. Строим в координатах Y_i – m эмпирический полигон и теоретическую кривую нормального распределения. Для этого на основании таблицы 6.2, заполняем таблицу 6.3.

Таблица 6.3 – Данные для построения графика

№ интервала	Середина интервала, Y_i, мм	Частота попадания размера в интервал, m	Теоретическая частота, m′
1	21,236	6	4
2	21,490	6	5
3	21,745	7	8
4	21,999	5	9
5	22,253	10	9
6	22,508	8	6
7	22,762	8	3

Затем, используя мастер диаграмм, на основании полученной таблицы 6.3 строим график. Значения Y_i будут подписями для оси X.

Если вид эмпирического полигона и теоретической кривой распределения близки между собой, то распределение размеров подчиняется закону Гаусса.

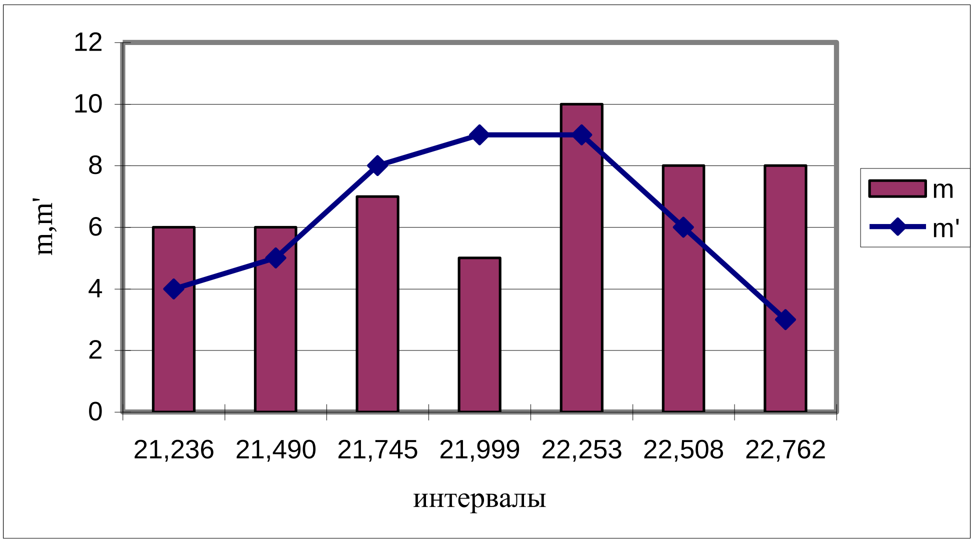

Рисунок 6.1 – Диаграмма распределения частот

Вывод: сравнивая гистограмму и кривую теоретического распределения частот, предполагаем, что распределение толщин колец не подчиняется нормальному закону распределения размера.

3. Проведём количественное сопоставление теоретического и эмпирического распределений с помощью критерия Пирсона. Наблюдаемое значение критерия Пирсона определяется по формуле

$$\chi^2_{наб} = \sum_{i=1}^{z} \frac{(m_i - m'_i)^2}{m'_i}, \qquad (6.8)$$

где z – количество интервалов.

Для расчёта составим таблицу с промежуточными значениями.

Таблица 6.4- Определение $\chi^2_{наб}$

№ интервала	$(m-m')^2$	$(m-m')^2/m'$
1	2	3
1	4	1,000
2	1	0,200
3	1	0,125
4	16	1,778
5	1	0,111
6	4	0,667
7	25	8,333
Сумма:		12,214

Следовательно $\chi^2_{наб}$ = 12,21.

Для принятия гипотезы о равномерном распределении размеров необходимо, чтобы наблюдаемое значение критерия Пирсона было меньше или равно критическому значению ($\chi^2_к$) для уровня значимости 0,05 (доверительная вероятность P = 0,95) и числа степеней свободы k = 4 для всех вариантов принимается равным 9,5.

Вывод: так как $\chi^2_{наб} > \chi^2_{к}$, *то принимаем ранее выдвинутую нами гипотезу о том, что данные размеры не подчиняются нормальному закону распределения.*

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Для каких параметров характерен нормальный закон распределения?
2. Чему равна вероятность того, что размер детали будет меньше заданного значения *x*?
3. Сколько параметров у нормированного нормального распределения и как они определяются?

Лабораторная работа № 7 (2часа)

Тема: Определение возможного процента брака при механической обработке.

Цель: Изучить методику и определить возможный процент брака для технологической операции.

Оценку точности технологического процесса производят по ряду расчётных показателей: коэффициенту точности, коэффициенту мгновенного рассеивания, коэффициенту смещения и коэффициенту запаса точности, суммарной вероятной доле брака. Для различных законов распределения случайной величины используются свои расчётные коэффициенты и контрольные таблицы.

Задание

На токарном полуавтомате производится обточка шеек вала номинальным диаметром d.

Для выполнения анализа стабильности технологической операции отобраны 100 деталей, обработанных за межнастроечный период. Объем мгновенной выборки n составлял 5 деталей, отбор производился через 20 мин работы, через каждые 10 обработанных деталей. Результаты измерений представлены в таблице 7.1 и на диаграмме (рисунок 7.1)

Распределение размеров подчиняется нормальному закону распределения.

Необходимо определить возможный процент брака и его составляющие для данной операции.

ПРИМЕР РАСЧЁТА

Исходные данные:

Номинальный размер d = 49 мм.

Предельные отклонения верхнее – - 0,035 мм,

нижнее – - 0,060 мм.

Таблица 7.1– Результаты измерений

№ выборки	Размеры деталей, мм				
1	48,948	48,947	48,958	48,950	48,953
2	48,961	48,953	48,948	48,952	48,957
3	48,949	48,951	48,961	48,947	48,960
4	48,948	48,958	48,956	48,959	48,956
5	48,959	48,955	48,950	48,950	48,947
6	48,948	48,963	48,961	48,958	48,947
7	48,950	48,955	48,949	48,963	48,952
8	48,948	48,954	48,964	48,955	48,948
9	48,961	48,952	48,955	48,960	48,962
10	48,954	48,964	48,949	48,963	48,963
11	48,953	48,956	48,951	48,957	48,960
12	48,956	48,958	48,950	48,958	48,957
13	48,952	48,953	48,965	48,964	48,952
14	48,962	48,958	48,955	48,962	48,961
15	48,958	48,954	48,964	48,953	48,958
16	48,957	48,952	48,952	48,964	48,961
17	48,952	48,956	48,954	48,966	48,962
18	48,952	48,961	48,955	48,956	48,965
19	48,966	48,955	48,964	48,956	48,958
20	48,962	48,965	48,965	48,959	48,952

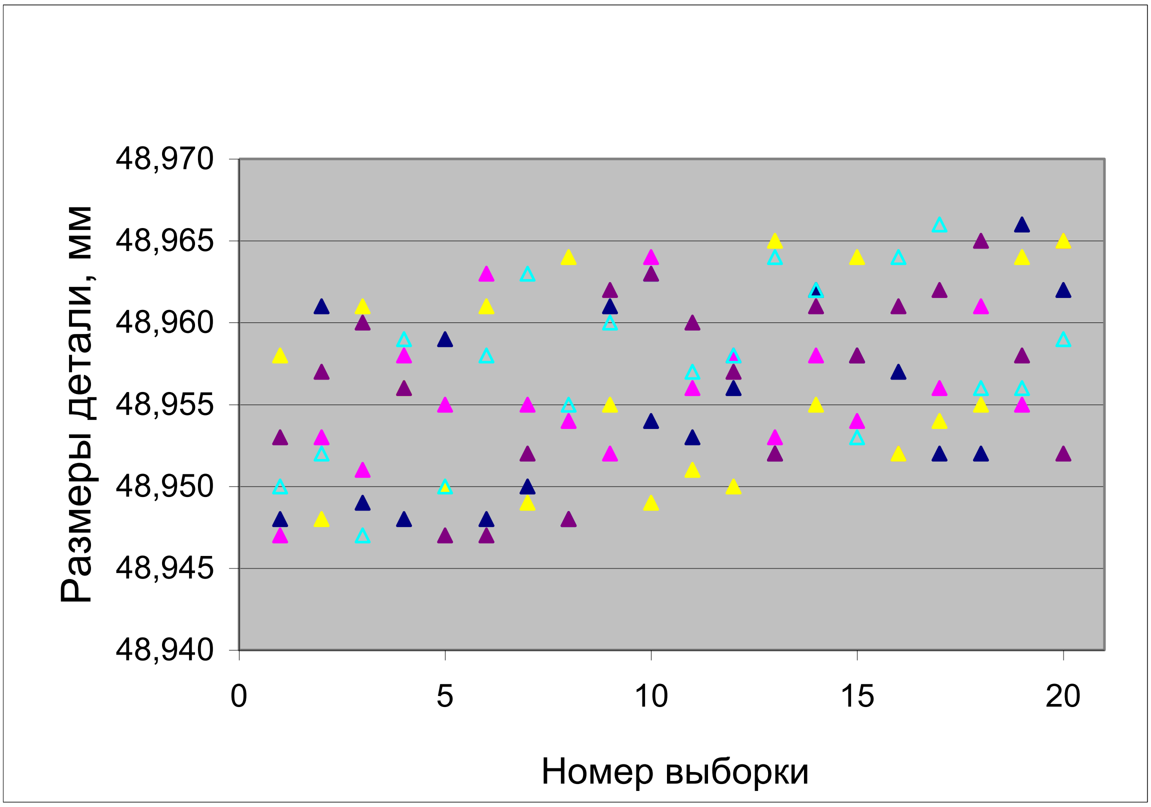

Рисунок 7.1 – Точечная диаграмма распределения размеров

Порядок выполнения работы:

1. Определяем коэффициент точности

$$K_T = \frac{\omega}{\delta} \quad , \qquad (7.1)$$

где ω – поле рассеивания размеров, для нормального распределения в технических расчётах определяется как $\omega = 6 \cdot S$;

δ – поле допуска размера.

Для определения поля рассеивания размеров находим среднеквадратичное отклонение S размеров детали по результатам выборки из 100 деталей.

Среднее квадратичное отклонение S рассчитывает по формуле

$$S = \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(x_i - x_{cp}\right)^2} \quad , \qquad (7.2)$$

где x_{cp} – среднее арифметическое измеренных значений для данной выборки объёмом m.

$$x_{cp} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i \ . \qquad (7.3)$$

Для приведённого примера x_{cp} = 48,956 мм,

S = 0,0053 мм,

ω = ,0319 мм.

Тогда коэффициент точности K_T = 1,278.

2. Определим показатель точности, характеризующий точность обработки. Это коэффициент, обратный коэффициенту точности $T_n = 1/K_T$.

Для предоставленных результатов измерения T_n = 0,783.

3. Определяем коэффициент смещения

$$\text{К}_\text{С} = \frac{\Delta(t)}{\delta} \ , \qquad (7.4)$$

где Δ(t) – среднее значение отклонения контролируемого параметра относительно середины поля допуска в момент времени t:

$$\Delta(t) = \left| x_{cp(t)} - x_0 \right| \ , \qquad (7.5)$$

где $x_{cp(t)}$ – среднее значение контролируемого параметра в момент времени t, равно среднему арифметическому значению измеренных размеров x_{cp};

x_0 – середина поля допуска.

Середина поля допуска определяется по формуле

$$x_0 = \frac{d_{\max} + d_{\min}}{2} \ , \qquad (7.6)$$

где d_{max} и d_{min} – предельно допустимые размеры детали.

Для примера: d_{max}= 48,965 мм,
d_{min} = 48,940 мм,
x_0 = 48,9525 мм,
$\Delta(t)$ = 0,004 мм.

Тогда коэффициент смещения K_C = 0,146.

4. Определяем долю брака. Суммарная, вероятная доля брака q (%) определяется по таблице 7.2, используя полученные значения T_n и K_C.

Таблица 7.2 – Вероятная доля брака, %

Тп	*Кс*						
	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,3	35,8	37	37,6	39,8	43,4	48,1	53,6
0,4	23	23,4	24,3	28,2	34,3	42,1	50,8
0,5	13,4	13,8	15,1	20,2	28,2	38,5	50,1
0,6	7,19	7,65	9,03	14,6	23,9	36	50,1
0,7	3,57	3,98	5,24	10,5	20,1	33,7	50
0,8	1,64	1,95	2,94	7,53	16,8	31,6	50
0,9	0,69	0,9	1,6	5,27	14,1	29,5	50
1	0,27	0,4	0,84	3,59	11,5	27,4	50
1,1	0,1	0,16	0,41	2,39	9,34	25,5	50
1,2	0,03	0,06	0,2	1,54	7,49	23,6	50
1,3	0,01	0,02	0,1	0,96	5,94	21,7	50

Вероятная доля брака из-за случайной погрешности $q_{сл}$ определяется по значению T_n при K_C = 0.

Вероятная доля брака из-за систематической погрешности обработки

$$q_{сист} = q - q_{сл} .$$

Для рассмотренного примера: q=2,94 %,
$q_{сл}$=1,64 %,
$q_{сист}$=1,3 %.

Вывод: возможный брак для данной операции составляет 2,94 %. Вероятная доля брака, возникающего в результате случайных погрешностей, больше, чем вероятная доля брака, возникающего из-за систематических погрешностей обработки.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Какие показатели характеризуют точности технологического процесса?
2. Что называется полем рассеивания размеров?
3. Как определяется коэффициент точности обработки?
4. Как определяется коэффициент смещения?
5. Что понимают под предельно допустимыми размерами детали?

Лабораторная работа № 8 (4часа)

Тема: Применение метода Бокса-Уилсона для нахождения оптимальных геометрических параметров режущего инструмента.

Цель: Определить оптимальную геометрию токарного резца, обеспечивающую максимальную его стойкость.

При поиске оптимальных условий протекания различных процессов с успехом используют метод крутого восхождения. Этот метод позволяет резко сократить число опытов, получить количественные оценки влияния отдельных факторов и их взаимодействия на изучаемый параметр, определить оптимальные значения параметров процесса.

При большом числе факторов (k > 3) проведение полного факторного эксперимента связано с большим числом опытов. Однако часто нет необходимости проводить полный факторный эксперимент, т. к. это связано с большими затратами времени и материальными затратами, а полученные результаты не дают дополнительной информации. Для сокращения числа опытов используют реплику полного плана. Реплика называется дробным факторным планом и может составлять ½, ¼ и т. д. от полного факторного плана. Количество опытов в реплике не должно быть меньше числа коэффициентов линейной модели, описывающей изучаемый процесс. Расчёт коэффициентов и определение адекватности модели проводится аналогично рассмотренным ранее заданиям.

После определения условий наилучшего опыта можно закончить исследование, если полученное значение параметра оптимизации устраивает исследователя. Если есть основания считать, что область оптимума не достигнута, то необходимо, приняв условия наилучшего опыта за центр плана, провести новую серию опытов, вычислить коэффициенты линейной модели и вновь произвести крутое восхождение.

Задание

Установить влияние заднего угла (α), переднего угла (γ), главного угла в плане (φ), вспомогательного угла в плане (φ_1), радиуса при вершине (r) на стойкость (T) токарного резца. Определить значения этих геометрических параметров, которые обеспечивают максимальную стойкость резца при обработке аустенитной стали с заданными режимами.

На основании априорной информации были выбраны основные уровни и интервалы варьирования факторов. Приняв в качестве параметра оптимизации стойкость резца, обозначаем её через y. Для крутого восхождения использовали линейную модель:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 \ . \qquad (8.1)$$

ПРИМЕР РАСЧЁТА

Исходные данные:

Доверительная вероятность P = 0,95.

Таблица 8.1 – Уровни и интервалы варьирования факторов

Факторы	Кодовое обозначение фактора	Интервалы варьирования	Уровни факторов		
			верхний +1	основной 0	нижний -1
γ, град	x_1	2	-3	-5	-7
α, град	x_2	2	14	12	10
φ1, град	x_3	4	20	16	12
φ, град	x_4	10	45	35	25
r, мм	x_5	0,5	1,5	1	0,5

Порядок выполнения работы:

1. В качестве плана эксперимента принимаем реплику 1/4 от полного факторного плана, т. к. она будет содержать 8 опытов: число опытов полного эксперимента составляет $N = 2^k = 2^5 = 32$, где $k = 5$ – число факторов. 8 опытов достаточно для определения 6 коэффициентов выбранной модели (8.1). Вводим столбец с фиктивной переменной x_0. Он необходим для оценки свободного члена линейной модели b_0. Чередование знаков в столбцах матрицы проводим по правилу: в столбце x_1 знаки чередуются поочерёдно, в столбце x_2 – через 2, в столбце x_3 – через 4. Знаки уровней факторов для столбцов x_4 и x_5 принимаем согласно выбранным условиям $x_4 = x_1 \cdot x_2$, а $x_5 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$. Составляем матрицу планирования: записываем уровни факторов для каждого опыта.

Таблица 8.2 – Матрица планирования и результаты опытов

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y
1	1	1	1	1	1	1	34,7
2	1	–1	1	1	–1	–1	29,8
3	1	1	–1	1	–1	–1	42,5
4	1	–1	–1	1	1	1	39,2
5	1	1	1	–1	1	–1	35,5
6	1	–1	1	–1	–1	1	16,7
7	1	1	–1	–1	–1	1	31,0
8	1	–1	–1	–1	1	–1	39,6

Значение коэффициентов находятся по формуле

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^{N} x_{ij} y_j}{N} , \qquad (8.2)$$

где x_{ij} – кодированное значение (±1) i-го фактора в j-м опыте;

y_i – значение параметра оптимизации в j-м опыте;

N – число опытов в матрице планирования.

Для упрощения расчётов сведём промежуточные значения в таблицу 8.3.

Таблица 8.3 – Вспомогательная, для расчёта коэффициентов b_i

№ опыта	$x_{0j}\cdot y_j$	$x_{1j}\cdot y_j$	$x_{2j}\cdot y_j$	$x_{3j}\cdot y_j$	$x_{4j}\cdot y_j$	$x_{5j}\cdot y_j$
1	34,7	34,7	34,7	34,7	34,7	34,7
2	29,8	–29,8	29,8	29,8	–29,8	–29,8
3	42,5	42,5	–42,5	42,5	–42,5	–42,5
4	39,2	–39,2	–39,2	39,2	39,2	39,2
5	35,5	35,5	35,5	–35,5	35,5	–35,5
6	16,7	–16,7	16,7	–16,7	–16,7	16,7
7	31,0	31,0	-31,0	–31,0	–31,0	31,0
8	39,6	–39,6	–39,6	–39,6	39,6	–39,6
Сумма:	*269*	*18,4*	*–35,6*	*23,4*	*29*	*–25,8*

Тогда получаем $b_0 = 33{,}625$;
$b_1 = 2{,}300$;
$b_2 = -4{,}450$;
$b_3 = 2{,}925$;
$b_4 = 3{,}625$;
$b_5 = -3{,}225$.

2. Определим значимость найденных коэффициентов регрессии. Для определения дисперсии параметра оптимизации S_y^2 проводим четыре опыта ($n_0 = 4$) в центре плана, т. е. при значениях факторов $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$. Полученные значения стойкости резца (y_u) заносим в таблицу 8.4. Дисперсию S_y^2 вычисляем по результатам четырёх опытов в центре плана.

$$S_y^2 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0}(y_u - \bar{y})}{n_0 - 1} \ . \qquad (8.3)$$

Расчёт приведён в таблице 8.4.

Таблица 8.4 – Вспомогательная для расчёта S_y^2

№ опыта	y_u	$y_{ср}$	y_u-$y_{ср}$	$(y_u$-$y_{ср})^2$	S_y^2
1	33,1	33,6	-0,5	0,25	0,153
2	33,5		-0,1	0,01	
3	34,0		0,4	0,16	
4	33,8		0,2	0,04	

Дисперсии коэффициентов регрессии определяется по формуле

$$S^2(b_i) = \frac{S_y^2}{N} \ . \qquad (8.4)$$

Получаем S^2 (b_i) = 0,0191.

Доверительный интервал коэффициентов находим из условия:

$$\Delta b_i = \pm t_k S(b_i) \ , \qquad (8.5)$$

где $t_к$ – табличное значение критерия Стьюдента при заданной вероятности и числе степеней свободы f (Приложение В).

$f = N – (k + 1) = 8 – (5 + 1) = 2$, $m = f + 2 = 4$.

Для примера $t_к = 3{,}183$.

Тогда для рассмотренного примера: $\Delta b_i = \pm 0{,}441$.

Коэффициенты регрессии являются статистически значимыми, если их абсолютные величины больше доверительного интервала.

Вывод: все коэффициенты являются значимыми. Уравнение регрессии с кодированными переменными имеет вид:

$y = 33{,}625 + 2{,}3x_1 – 4{,}45x_2 + 2{,}925x_3 + 3{,}625x_4 – 3{,}225x_5$.

3. Для проверки адекватности модели, представленной данным уравнением, находим дисперсию адекватности:

$$S^2_{ад} = \frac{\sum_{j=1}^{N}(y_j - \breve{y}_j)^2}{f}, \quad (8.6)$$

где y_j – экспериментальное значение параметра оптимизации в j-м опыте;

f – число степеней свободы;

$\breve{y}_j$ – значение параметра оптимизации в j-м опыте, вычисленное по уравнению регрессии с кодированными переменными x_i.

При вычислении значений $\breve{y}_j$ в уравнение регрессии необходимо подставлять кодированные значения факторов (см. таблицу 8.2).

Таблица 8.5 – Вспомогательная для расчёта дисперсии адекватности

№ опыта	$y_j = y(T)$	$\breve{y}_j$	$(y_j - \breve{y}_j)^2$
1	34,7	34,8	0,01
2	29,8	29,4	0,16
3	42,5	42,9	0,16
4	39,2	39,1	0,01
5	35,5	35,4	0,01
6	16,7	17,1	0,16
7	31,0	30,6	0,16
8	39,6	39,7	0,01
Сумма:			0,68

Следовательно, значение $S_{ад}^2 = 0{,}34$.

Проверку гипотезы адекватности полученной модели проводим по критерию Фишера

$$F_p = \frac{S^2_{ад}}{S^2_y}. \quad (8.7)$$

Для рассмотренного примера $F_р = 2{,}22$.

Если получают $F_р < F_т$, то говорят, что модель представленная уравнением адекватна. При 5 %-м уровне значимости и числах степеней свободы для числителя $f_1 = 2$ и для знаменателя $f_2 = 2$ табличное значение критерия $F_т = 9{,}55$.

4. Убедившись в адекватности модели, переходим к крутому восхождению. Крутое восхождение начинают с центра плана, т. е. из точки с координатами $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$, что соответствует (см. таблицу 8.1): $\gamma = -5°$; $\alpha = 12°$; $\varphi_1 = 16°$; $\varphi = 35°$; $r = 1{,}0$ мм. Шаг движения по градиенту выбирают таким, чтобы его минимальная величина была больше ошибки, с которой фиксируют (измеряют) фактор. Выбирают шаг движения для одного фактора, а для остальных вычисляют.

Шаг движения по градиенту для радиуса r выбираем равным $\Delta_5 = 0{,}3$ мм. Для остальных факторов шаг движения Δ_i вычисляем по формуле

$$\Delta_i = \Delta_5 \frac{b_i \varepsilon_i}{b_5 \varepsilon_5}\ , \tag{8.8}$$

где Δ_5 – принятый шаг движения по градиенту для 5-го фактора;

ε_i и ε_5 – варьирования i-го и 5-го факторов (см. таблицу 8.1).

Вычислив шаг движения по градиенту для каждого фактора, приступаем к расчёту опытов в направлении градиента. Для расчёта условий первого опыта (в таблице 8.6 опыт 9) к основному уровню каждого из факторов необходимо прибавить соответствующее значение шага движения по градиенту.

Для определения условий последующего опыта к значению каждого из факторов в предыдущем опыте необходимо прибавить соответствующее значение шага.

Таблица 13.6 – Расчёт крутого восхождения

Наименование	**γ, град**	**α, град**	**φ_1, град**	**φ, град**	**r, мм**	**Т, мин**
Основной уровень	-5	12	16	35	1,0	—
Коэффициент b_i	2,3	-4,45	2,925	3,625	-3,225	—
Интервал варьирования ε_i	2	2	4	10	0,5	—
$b_i \cdot \varepsilon_i$	4,6	-8,9	11,7	36,25	-1,6125	—
Шаг движения по градиенту	-0,86	1,66	-2,18	-6,74	0,3	—
Округлённый шаг (до целых)	-1	2	-2	-7	0,3	—
Опыт 9, мысленный	-6	14	14	28	1,3	—
Опыт 10, реализованный	-7	16	12	21	1,6	48,1
Опыт 11, реализованный	-8	18	10	14	1,9	52,9
Опыт 12, реализованный	-9	20	8	7	2,2	50,3

Опыты 10, 11 и 12 реализованы, полученные значения стойкости резцов заносим в таблицу13.6.

Вывод: *в опыте 11 получена максимальная стойкость резца Т = 52,9 мин. Тогда оптимальная геометрия токарного резца* $\gamma = -8^o$, $\alpha = 18^o$, $\varphi_1 = 10^o$, $\varphi = 14^o$, $r = 1,9$ *мм.*

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какая реплика полного факторного плана использовалась для эксперимента в данной лабораторной работе? Как она обозначается?
2. Как обозначается полный факторный план для данного эксперимента?
3. Сколько опытов необходимо выполнить для проведения полного факторного эксперимента?
4. Сколько опытов необходимо провести для составления линейной модели данного процесса?

ЛИТЕРАТУРА

1. Кане, М. М. Основы исследований, изобретательства и инновационной деятельности в машиностроении: учебник / М. М. Кане. – Минск . : Выш. шк., 2018. – 366 с.

2. Ящерицын, П. И. Планирование эксперимента в машиностроении / П. И. Ящерицын., Е. И. Махаринский – Минск . : Выш. шк., 1985. – 286 с.

3. Филонов И. П., Вероятностно-статистические методы оценки качества в машиностроении: учебное пособие / И. П. Филонов, А. И. Медведев – Минск . Тесей, 2000. – 128 с.

4. Спиридонов, А. А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов / А. А. Спиридонов. – М. : Машиностроение, 1981. – 184 с.

5. Кане, М. М. Основы научных исследований в технологии машиностроения: учебное пособие для вузов / М. М. Кане, – Минск. : Выш. шк., 1987. – 231 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Исходные данные для лабораторной работы № 1, мм

Вариант	$d_{ном}$	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
1	15	15,81	15,51	15,74	15,66	15,07	15,86	15,13	15,10	15,72	15,06
2	25	25,34	25,94	25,84	25,86	25,19	25,77	25,99	25,01	25,35	25,53
3	35	35,51	35,06	35,37	35,27	35,10	35,84	35,25	35,56	35,24	35,97
4	45	45,42	45,48	45,39	45,90	45,14	45,37	45,74	45,49	45,78	45,32
5	55	55,35	55,11	55,09	55,71	55,59	55,51	55,05	55,58	55,94	55,44
6	65	65,96	65,90	65,53	65,00	65,47	65,49	65,52	65,13	65,87	65,27
7	75	75,84	75,34	75,23	75,66	75,49	75,80	75,57	75,85	75,98	75,47
8	85	85,88	85,00	85,46	85,13	85,39	85,03	85,36	85,95	85,30	85,24
9	95	95,09	95,51	95,97	95,09	95,10	95,65	95,49	95,07	95,43	95,82
10	105	105,58	105,31	105,98	105,58	105,79	105,90	105,07	105,34	105,60	105,08
11	115	115,89	115,38	115,24	115,55	115,02	115,24	115,99	115,29	115,64	115,08
12	125	125,80	125,59	125,81	125,66	125,97	125,59	125,01	125,53	125,96	125,55
13	135	135,82	135,22	135,71	135,71	135,91	135,62	135,01	135,82	135,99	135,82
14	145	145,62	145,12	145,42	145,70	145,01	145,52	145,58	145,71	145,87	145,84
15	155	155,74	155,87	155,45	155,13	155,53	155,01	155,24	155,44	155,06	155,22
16	165	165,54	165,42	165,73	165,15	165,91	165,47	165,69	165,93	165,25	165,79
17	177	177,42	177,98	177,19	177,50	177,07	177,94	177,46	177,42	177,13	177,38
18	21	21,34	21,62	21,39	21,56	21,40	21,06	21,47	21,12	21,38	21,53
19	42	42,84	42,69	42,79	42,61	42,55	42,90	42,34	42,47	42,71	42,63
20	53	53,47	53,68	53,44	53,64	53,32	53,92	53,26	53,69	53,98	53,49
21	60	60,34	60,42	60,39	60,45	60,43	60,48	60,49	60,72	60,75	60,70
22	73	73,65	73,58	73,63	73,42	73,49	73,77	73,51	73,20	73,38	73,83
23	82	82,44	82,66	82,28	82,61	82,69	82,37	82,92	82,51	82,47	82,58
24	91	91,21	91,12	91,17	91,64	91,25	91,67	91,38	91,52	91,43	91,70
25	100	100,20	100,61	100,46	100,71	100,38	100,62	100,70	100,67	100,83	100,57

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Критические значения критерия v(P,m)

m	**Доверительная вероятность P**			
	0,90	***0,95***	***0,975***	***0,99***
3	1,406	1,412	1,414	1,414
4	1,645	1,689	1,710	1,723
5	1,791	1,869	1,917	1,955
6	1,894	1,996	2,067	2,130
7	1,947	2,093	2,182	2,265
8	2,041	2,172	2,273	2,374
9	2,097	2,238	2,349	2,464
10	2,146	2,294	2,414	2,540
11	2,190	2,343	2,470	2,606
12	2,229	2,387	2,519	2,663
13	2,264	2,426	2,563	2,713
14	2,297	2,461	2,602	2,759
16	2,354	2,523	2,670	2,837
18	2,404	2,577	2,728	2,903
20	2,447	2,623	2,779	2,959
22	2,486	2,664	2,823	3,008
24	2,521	2,701	2,862	3,051
26	2,553	2,734	2,897	3,089
28	2,582	2,764	2,929	3,124
30	2,609	2,792	2,958	3,156
35	2,668	2,853	3,022	3,224
40	2,718	2,904	3,075	3,281
45	2,762	2,948	3,120	3,329
50	2,800	2,987	3,160	3,370

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Критические значения критерия Стьюдента t(P,m)

m	**Доверительная вероятность P**			
	0,90	***0,95***	***0,975***	***0,99***
3	2,920	4,303	6,205	9,925
4	2,353	3,183	4,177	5,841
5	2,132	2,776	3,495	4,604
6	2,015	2,571	3,163	4,032
7	1,943	2,447	2,969	3,707
8	1,895	2,365	2,841	3,500
9	1,859	2,306	2,752	3,355
10	1,833	2,262	2,685	3,250
11	1,813	2,228	2,634	3,169
12	1,796	2,201	2,593	3,106
13	1,782	2,179	2,560	3,055
14	1,771	2,160	2,533	3,012
15	1,761	2,145	2,510	2,977
16	1,753	2,132	2,490	2,947
18	1,739	2,110	2,458	2,898
20	1,729	2,093	2,433	2,861
22	1,721	2,080	2,414	2,831
24	1,714	2,069	2,398	2,807
25	1,711	2,064	2,391	2,797
30	1,699	2,045	2,364	2,756
40	1,684	2,021	2,329	2,705
60	1,671	2,000	2,299	2,660
120	1,658	1,980	2,270	2,617
∞	1,645	1,960	2,241	2,576

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Значения критерия $\tau_к$

m	P	
	0,95	***0,99***
4	0,390	0,256
5	0,410	0,269
6	0,445	0,281
7	0,468	0,307
8	0,491	0,331
9	0,514	0,354
10	0,531	0,376
11	0,548	0,397
12	0,564	0,414
13	0,578	0,431
14	0,591	0,447
15	0,603	0,461
16	0,614	0,475
17	0,624	0,487

m	P	
	0,95	***0,99***
18	0,633	0,499
19	0,642	0,510
20	0,650	0,520
25	0,676	0,542
30	0,704	0,508
35	0,725	0,611
40	0,742	0,636
45	0,757	0,658
50	0,769	0,674
60	0,789	0,702
70	0,804	0,724
80	0,817	0,741
90	0,827	0,756
100	0,836	0,767

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Критическое значение критерия Кохрена $G_к$

n	m							
	4	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***	***17***
P = 0,95								
3	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633	0,617	0,547
4	0,684	0,629	0,589	0,560	0,537	0,518	0,502	0,437
5	0,589	0,544	0,507	0,478	0,456	0,439	0,424	0,365
6	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382	0,368	0,312
7	0,480	0,431	0,397	0,373	0,354	0,338	0,326	0,276
8	0,438	0,391	0,359	0,336	0,319	0,304	0,293	0,246
10	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254	0,244	0,203
12	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219	0,210	0,174
15	0,276	0,242	0,219	0,203	0,191	0,182	0144	0,143
20	0,220	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142	5,136	0,111
P = 0,99								
3	0,883	0,834	0,793	0,761	0,734	0,711	0,691	0,606
4	0,781	0,721	0,676	0,641	0,613	0,590	0,570	0,488
5	0,696	0,633	0,588	0,553	0,526	0,504	0,485	0,409
6	0,626	0,564	0,520	0,487	0,461	0,440	0,423	0,353
7	0,569	0,508	0,466	0,435	0,411	0,391	0,375	0,310
8	0,521	0,463	0,423	0,393	0,370	0,352	0,337	0,278
10	0,447	0,393	0,357	0,331	0,311	0,295	0,281	0,230
12	0,392	0,343	0,310	0,286	0,268	0,254	0,242	0,196
15	0,332	0,288	0,259	0,239	0,223	0,210	0,200	0,161
20	0,265	0,229	0,205	0,188	0,175	0,165	0,157	0,125

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Критические значения критерия Фишера F

P	m_2	m_1								
		4	**6**	**8**	**10**	**15**	**20**	**30**	**40**	**60**
0,90	***4***	5,39	5,31	5,27	5,24	5,20	5,18	5,17	5,14	5,15
0,95		9,28	9,10	8,89	8,81	8,70	8,66	8,62	8,59	8,57
0,99		29,5	28,2	27,7	27,3	26,9	26,7	26,5	26,4	26,3
0,90	***6***	3,62	3,45	3,37	3,32	3,24	3,21	3,17	3,16	3,14
0,95		5,41	5,05	4,88	4,77	4,62	4,56	4,50	4,46	4,43
0,99		12,1	11,0	10,5	10,2	9,72	9,55	9,38	9,29	9,20
0,90	***8***	3,07	2,83	2,78	2,70	2,63	2,59	2,56	2,54	2,52
0,95		4,35	3,87	3,79	3,64	3,51	3,44	3,38	3,34	3,32
0,99		8,45	7,19	6,99	6,62	6,31	6,16	5,99	5,91	5,86
0,90	***10***	2,81	2,61	2,51	2,44	2,34	2,30	2,25	2,23	2,21
0,95		3,86	3,48	3,29	2,18	3,01	2,94	2,86	2,83	2,79
0,99		6,99	6,06	5,61	5,35	4,96	4,81	4,65	4,57	4,48
0,90	***15***	2,52	2,24	2,19	2,12	2,01	1,96	1,91	1,89	1,86
0,95		3,34	2,85	2,76	2,65	2,46	2,39	2,31	2,27	2,22
0,99		5,56	4,46	4,28	4,03	3,66	3,51	3,35	3,27	3,18
0,90	***20***	2,40	2,18	2,06	1,98	1,86	1,81	1,76	1,73	1,70
0,95		3,13	2,74	2,54	2,42	2,23	2,16	2,07	2,03	1,98
0,99		5,01	4,17	3,77	3,52	3,15	3,00	2,84	2,76	2,67
0,90	***30***	2,28	2,05	1,93	1,85	1,72	1,67	1,61	1,57	1,54
0,95		2,92	2,53	2,33	2,21	2,01	1,93	1,84	1,79	1,74
0,99		4,51	3,70	3,30	3,07	2,70	2,55	2,39	2,30	2,21
0,90	***40***	2,23	2,00	1,87	1,79	1,66	1,61	1,54	1,51	1,47
0,95		2,84	2,45	2,25	2,12	1,92	1,84	1,74	1,69	1,64
0,99		4,31	3,51	3,12	2,82	2,52	2,37	2,20	2,11	2,02
0,90	***60***	2,18	1,95	1,82	1,74	1,60	1,54	1,48	1,44	1,40
0,95		2,76	2,37	2,17	2,04	1,84	1,75	1,65	1,59	1,53
0,99		4,13	3,34	2,95	2,72	2,35	2,20	2,03	1,94	1,84
0,90	***120***	2,13	1,90	1,77	1,68	1,55	1,48	1,41	1,37	1,32
0,95		2,68	2,29	2,09	1,96	1,75	1,66	1,55	1,50	1,43
0,99		3,95	3,17	2,79	2,56	2,19	2,03	1,86	1,76	1,66

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Варианты заданий для лабораторных работ № 3,4,5

Вариант	**L, мм**	**A, мм**	**d_1, мм**	**d_2, мм**	**d_o, мм**	**P, кН**	**j_b, Н/мкм**	**j_a, Н/мкм**
01	500	60	70	75	30	8,0	200	150
02	600	70	75	85	35	4,5	250	200
03	700	80	75	90	40	8,0	200	200
04	600	80	80	100	45	10,0	200	200
05	500	40	60	80	30	9,0	150	200
06	600	50	80	90	35	7,0	150	250
07	500	60	70	80	30	10,0	250	150
08	700	70	80	95	40	5,0	150	100
09	600	60	70	90	35	7,0	150	150
10	500	50	65	45	30	6,0	100	200
11	550	50	65	85	35	7,0	100	200
12	650	60	75	90	40	6,0	260	300
13	750	65	80	100	40	12,5	250	150
14	800	70	90	110	45	7,5	200	200
15	650	75	100	120	50	15,0	300	150
16	600	65	65	80	35	9,5	250	150
17	400	50	65	75	30	4,0	200	100
18	450	45	50	70	25	5,0	150	200
19	350	45	60	70	30	4,5	150	100
20	700	60	95	110	45	10	200	300
21	650	70	80	90	45	5,5	260	250
22	550	60	60	75	35	8,5	250	200
23	400	45	75	80	40	6,5	150	250
24	750	70	85	100	45	8,0	300	250
25	800	75	95	110	50	12,0	250	300

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Уровни факторов для первого опыта лабораторной работы № 8

Вариант	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
01	**+1**	**–1**	**–1**	**–1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
02	**+1**	**–1**	**–1**	**+1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
03	**+1**	**–1**	**+1**	**+1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
04	**+1**	**–1**	**+1**	**–1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
05	**+1**	**+1**	**–1**	**+1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
06	**+1**	**+1**	**–1**	**–1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
07	**+1**	**+1**	**+1**	**–1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
08	**+1**	**+1**	**+1**	**+1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
09	**+1**	**–1**	**–1**	**–1**	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
10	**+1**	**–1**	**–1**	**+1**	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
11	**+1**	**–1**	**+1**	**+1**	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
12	**+1**	**–1**	**+1**	**–1**	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
13	**+1**	**+1**	**–1**	**+1**	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
14	**+1**	**+1**	**–1**	**–1**	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
15	**+1**	**+1**	**+1**	**–1**	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
16	**+1**	**+1**	**+1**	**+1**	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
17	**+1**	**–1**	**–1**	**–1**	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
18	**+1**	**–1**	**–1**	**+1**	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
19	**+1**	**–1**	**+1**	**+1**	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
20	**+1**	**–1**	**+1**	**–1**	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
21	**+1**	**+1**	**–1**	**+1**	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
22	**+1**	**+1**	**–1**	**–1**	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
23	**+1**	**+1**	**+1**	**–1**	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
24	**+1**	**+1**	**+1**	**+1**	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
25	**+1**	**+1**	**–1**	**+1**	$x_1 \cdot x_2$	$x_2 \cdot x_3$

Учебное издание

Составитель:
Мартиновская Оксана Владимировна

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по курсу
«Основы научных исследований, изобретательства и инновационной деятельности в машиностроении»
Специальность 6-05-0714-02 Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты
и
«Основы исследования, изобретательства и инновационной деятельности»
Специальность 6-05-0714-04 Технологические машины и оборудование

Ответственный за выпуск: Мартиновская О. В.
Редактор: Винник Н. С.
Компьютерная вёрстка: Горбач А. А.
Корректор: Дударук С. А.

Подписано в печать 30.07.2024 г. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Бумага «Performer».
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 2,79. Уч. изд. л. 3. Заказ № 751. Тираж 30 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/235 от 24.03.2014 г.