

А. Ф. Кокошко, С. А. Матюх

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

*Допущено Министерством образования
Республики Беларусь в качестве учебного пособия
для студентов учреждений высшего образования
по техническим специальностям*



Минск
«ИВЦ Минфина»
2013

УДК 514.18(075.8)
ББК 22.151:3я73
К59

Рецензенты:

кафедра инженерной графики машиностроительного профиля Белорусского национального технического университета (зав. кафедрой кандидат технических наук, доцент *П. В. Зеленый*);

кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной графики Белорусского государственного технологического университета *Н. И. Жарков*

Кокошко, А. Ф.

К59 Начертательная геометрия : учеб. пособие / А. Ф. Кокошко, С. А. Матюх. – Минск : ИВЦ Минфина, 2013. – 392 с.

ISBN 978-985-7060-25-2.

Учебное пособие состоит из двух разделов: 1. «Алгоритмы и примеры решения задач» и 2. «Задачи для самостоятельного решения». В нем приведены основные правила образования проекций геометрических форм – точки, прямой линии, проекций плоскости, поверхности. Рассмотрены основные подходы к решению конструктивных задач. Приведены правила и примеры построения стандартных видов, аксонометрии геометрических форм и деталей.

Для студентов учреждений высшего образования инженерно-технических специальностей.

УДК 514.18(075.8)
ББК 22.151:3я73

ISBN 978-985-7060-25-2

© Кокошко А. Ф., Матюх С. А., 2013
© Оформление. УД ИВЦ Минфина, 2013

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Точки, расположенные в пространстве, обозначают прописными буквами латинского алфавита: $A, B, C, D \dots$ или цифрами $1, 2, 3, 4 \dots$.

Прямые и кривые линии в пространстве – строчные буквы латинского алфавита: $a, b, c, d \dots$.

Плоскости – строчные буквы греческого алфавита: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$; точки схода следов строчными буквами греческого алфавита с индексами: $\alpha_X, \beta_X, \gamma_X, \delta_X \dots$.

Поверхности – прописные буквы греческого алфавита: $\Phi, \Delta, \Theta, \Sigma \dots$.

Способ задания указывается в скобках рядом с буквенным обозначением геометрической фигуры. Например:

$a(A, B)$ – прямая задана двумя точками A и B ;

$\alpha(A, B, C)$ – плоскость задана тремя точками A, B и C ;

$\beta(a, A)$ – плоскость задана прямой a и точкой A ;

$\gamma(a \cap b)$ – плоскость задана пересекающимися прямыми a и b ;

$\delta(l \parallel m)$ – плоскость задана параллельными прямыми l и m .

Углы обозначаются строчными буквами греческого алфавита φ, ψ, ω .

Прямой угол обозначается прямоугольником.

Особые прямые имеют постоянные обозначения:

линии уровня: горизонталь – h ; фронталь – f ; профильная линия – p ;

следы плоскости общего положения обозначают той же буквой, что и плоскость, с добавлением подстрочного индекса, соответствующего плоскости проекций, например α_1, α_2 ;

оси вращения – i, j .

Последовательность геометрических фигур обозначена надстрочным индексом: точек – A_1, A_2, A_3, \dots ; прямых – a_1, a_2, a_3, \dots ; плоскостей – $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

Центр проецирования – прописная буква латинского алфавита S .

Направление проецирования – строчная буква латинского алфавита s .

Плоскость проекций при образовании эпюра – прописная буква греческого алфавита: горизонтальная – Π_1 , фронтальная – Π_2 , профильная – Π_3 .

Оси проекций – прописные буквы X, Y, Z или $X_{14}, X_{24} \dots$ при введении дополнительных плоскостей.

Новая плоскость проекций при замене плоскостей проекций – буквой Π с добавлением подстрочного индекса: Π_4, Π_5, Π_6 .

Проекции точек, прямых и плоскостей – соответствующей буквой с добавлением подстрочного индекса, характеризующего плоскость проекций:

на плоскости $\Pi_1 - A_1, a_1, \dots$;

на плоскости $\Pi_2 - A_2, a_2, \dots$;

на плоскости $\Pi_3 - A_3, a_3, \dots$.

Основные операции:

совпадение двух геометрических фигур \equiv , например $a \equiv b, A_1 \equiv B_1$;

включает, содержит, $l \subset \alpha$, например прямая l принадлежит плоскости α ;

взаимная принадлежность геометрических фигур \in , например $A \in a, a \in B$;

пересечение двух геометрических фигур и множеств \cap , например $l \cap \alpha, \beta \cap \gamma$;

результат геометрической операции $=$, например $K = l \cap \alpha$.

Определитель поверхности – $[A]$; способ образования поверхности – (Γ) .

Латинский алфавит				Греческий алфавит			
A a	a	N n	эн	A α	альфа	N ν	ни
B b	бэ	O o	о	B β	бета	Ξ ξ	кси
C c	цэ	P p	пэ	Γ γ	гамма	O o	омикрон
D d	дэ	Q q	ку	Δ δ	дельта	Π π	пи
E e	э	R r	эр	E ε	эпсилон	Ρ ρ	ро
F f	эф	S s	эс	Z ζ	дзета	Σ σ	сигма
G g	гэ	T t	тэ	Η η	эта	Τ τ	тау
H h	ха (аш)	U u	у	Θ θ	тета	Υ υ	ипсилон
I i	и	V v	вэ	Ι ι	йота	Φ φ	фи
J j	йот (жи)	W w	дубльвэ	Κ κ	каппа	Χ χ	хи
K k	ка	X x	икс	Λ λ	лямбда	Ψ ψ	пси
L l	эль	Y y	игрек	M μ	ми	Ω ω	омега
M m	эм	Z z	зэт				

ПРЕДИСЛОВИЕ

Приобретение практических навыков решения задач осуществляется параллельно с изучением теоретического материала начертательной геометрии. Приступая к решению задач, студент из теоретического курса должен знать основные положения теории комплексного чертежа; методы построения машиностроительного чертежа; основные группы задач, решаемых на комплексном чертеже, и методы их решения; алгоритмы решения позиционных и метрических задач (способы преобразования комплексного чертежа, способ прямоугольного треугольника и др.); основные методы задания кривых линий и инженерных поверхностей, а также их классификацию.

Кроме того, студент должен уметь строить комплексный чертеж любой геометрической формы (точки, прямой, плоскости, поверхности и их сочетание), заданной в пространстве, на плоскости либо существующего в воображении; определять точки и линии пересечения основных типов инженерных линий и поверхностей; задавать на чертеже основные типы инженерных поверхностей; измерять длины отрезков и плоскостей, величины плоских и двугранных углов, площадей поверхностей и объемов замкнутых областей способами преобразования чертежа на основе измерения длин действительных отрезков и построение взаимно перпендикулярных фигур: прямых и плоскостей.

Важнейшей задачей при изучении курса «Начертательная геометрия» является приобретение практических навыков решения задач. На практических занятиях в аудитории с помощью преподавателя и самостоятельно студент должен решить определенное количество задач, выполнить графические работы.

Решение задач вызывает у студента определенные трудности, особенно у студентов-заочников. Это трудности, связанные с организацией самостоятельной работы, с еще недостаточно выработанным логическим мышлением при выборе и обосновании плана решения задачи; трудности в представлении решения и плана решения задачи в пространстве, в переходе от пространственного изображения предмета к комплексному

чертежу; отсутствие опыта решения задач начертательной геометрии; трудности в подборе учебной литературы.

Учебное пособие написано на основе действующей учебной программы по курсу «Начертательная геометрия», утвержденной Министерством образования Республики Беларусь, для технических специальностей вузов.

Назначение данного учебного пособия – оказание необходимой методической помощи студенту в приобретении практических навыков решения задач по начертательной геометрии, развитие у студента пространственного воображения и правильного логического мышления при анализе условия задачи, выбор и обоснование плана решения задачи. В нем студент найдет ответы почти на все вопросы методического плана. Таким образом, пособие будет полезным при изучении начертательной геометрии и несомненно принесет пользу.

В пособии на основе классификации задач, принятой в начертательной геометрии, изложены алгоритмы и примеры решения наиболее распространенных типов задач:

1) образование проекций геометрических форм – точек, прямых линий, плоскостей и поверхностей;

2) позиционные задачи – на взаимное расположение и принадлежность и на взаимное пересечение;

3) метрические задачи – определение действительной величины отрезков линий отсеков плоскостей и поверхностей, углов расстояний между элементами, построение разверток геометрических тел;

4) конструктивные задачи – построение проекций фигур по заданным условиям.

Авторы выражают глубокую признательность рецензентам за предложения по улучшению рукописи пособия.

ЛИТЕРАТУРА

Арустамов, Х. А. Сборник задач по начертательной геометрии / Х. А. Арустамов. – М.: Машиностроение, 1978.

Бубенников, А. В. Начертательная геометрия / А. В. Бубенников, М. Я. Громов. – М.: Высш. шк., 1973.

Бубенников, А. В. Начертательная геометрия. Задачи для упражнения: учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 1981.

Белякова, Е. И. Начертательная геометрия: учеб. пособие для студентов вузов / Е. И. Белякова, П. В. Зеленый. – Минск: Новое знание, 2010.

Бубенников, А. В. Начертательная геометрия: учебник для вузов / А. В. Бубенников. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985.

Виноградов, В. Н. Начертательная геометрия: учебник для студентов пед. и техн. спец. вузов / В. Н. Виноградов. – Минск: Амадея, 2001.

Власов, М. П. Инженерная графика / М. П. Власов. – М., 1985.

Георгиевский, О. В. Начертательная геометрия: сборник задач с решением типовых примеров / О. В. Георгиевский. – М.: АСТ; Астрель, 2008.

Гордон, В. О. Курс начертательной геометрии: учеб. пособие для вузов / В. О. Гордон, М. Я. Семенцов-Огиевский; под ред. В. О. Гордона, Ю. Б. Иванова. – М.: Высш. шк., 2004.

Гордон, В. О. Сборник задач по курсу «Начертательная геометрия» / В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева. – М.: Машиностроение, 1998.

Зеленый, П. В. Инженерная графика: практикум: учеб. пособие / Е. И. Белякова; под ред. П. В. Зеленого – Минск: Новое знание, 2011.

Кокошко, А. Ф. Основы начертательной геометрии: учеб. пособие / А. Ф. Кокошко. – Минск: Тетра Системс, 2009.

Кокошко, А. Ф. Начертательная геометрия. Практикум: учеб. пособие / А. Ф. Кокошко, Т. Н. Базенков, Н. С. Житенева. – Брест: БрГТУ, 2007.

Короев, Ю. Л. Начертательная геометрия: учебник для вузов / Ю. И. Короев. – М.: Архитектура-С, 2007.

Кузнецов, Н. С. Начертательная геометрия / Н. С. Кузнецов. – М.: Высш. шк., 1981.

Локтев, О. В. Задачник по начертательной геометрии / О. В. Локтев, П. А. Числов. – М.: Высш. шк., 1997.

Локтев, О. В. Краткий курс начертательной геометрии / О. В. Локтев. – М.: Высш. шк., 1999.

Нартова, Л. Г. Современный курс начертательной геометрии / Л. Г. Нартова. – М.: МАИ, 1996.

Начертательная геометрия: учебник для вузов / под ред. Н. Н. Крылова – М.: Высш. шк., 2002.

Павлова, А. А. Начертательная геометрия / А. А. Павлова. – М.: ВЛАДОС, 1999.

Пеклич, В. А. Задачи по начертательной геометрии: учеб. пособие / В. А. Пеклич. – М.: АВС, 1997.

Посвянский, А. Д. Краткий курс начертательной геометрии / А. Д. Посвянский. – М.: Высш. шк., 1970.

Тарасов, Б. Ф. Начертательная геометрия / Б. Ф. Тарасов, Л. А. Дудкин, С. О. Немолотов. – СПб.: Лань, 2001.

Фролов, С. А. Начертательная геометрия: учебник / С. А. Фролов. – М.: ИНФРА-М, 2007.

Фролов, С. А. Сборник задач по начертательной геометрии / С. А. Фролов. – М.: Машиностроение, 1980.

Чекмарев, А. А. Начертательная геометрия и черчение: учебник для студ. высш. учеб. заведений / А. А. Чекмарев. – М.: ВЛАДОС, 2003.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Принятые обозначения	3
Предисловие	5
Раздел 1. АЛГОРИТМЫ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	7
Глава 1. ОБРАЗОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМ	8
1.1. Основные положения ортогонального проецирования	8
1.1.1. Общие положения	8
1.1.2. Метод проецирования	9
1.1.3. Основные виды проецирования	9
1.1.4. Система прямоугольных координат	11
1.1.5. Образование комплексного чертежа	13
1.2. Построение проекций точки, прямой линии и плоскости ...	16
1.2.1. Проекция точки	16
1.2.2. Проекция прямой линии	23
1.2.3. Изображение плоскостей	29
1.2.4. Построение следов плоскости	32
1.2.5. Главные линии плоскости	33
1.3. Построение изображений поверхностей на чертежах	36
1.3.1. Общие положения	36
1.3.2. Построение проекций поверхностей	38
1.3.2.1. Линейчатые поверхности	38
1.3.2.2. Нелинейчатые поверхности	45
1.3.2.3. Поверхности параллельного переноса	47
1.3.2.4. Поверхности вращения	48
1.3.2.5. Винтовые поверхности и винты	51
Глава 2. РЕШЕНИЕ ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ	60
2.1. Виды позиционных задач	60
2.2. Решение задач на взаимное расположение	65
2.2.1. Взаимное расположение двух точек	65

2.2.2. Взаимное расположение точки и прямой линии	67
2.2.3. Взаимное расположение точки и плоскости	68
2.2.4. Взаимное расположение точки и поверхности	70
2.2.5. Взаимное расположение двух прямых линий	73
2.2.6. Взаимное расположение прямой линии и плоскости	76
2.2.7. Взаимное расположение плоскости и поверхности	77
2.2.8. Взаимное расположение двух плоскостей	83
2.2.9. Взаимное положение двух поверхностей	87
2.3. Решение задач на взаимную принадлежность	87
2.4. Решение задач на взаимное пересечение	97
2.5. Взаимное пересечение двух поверхностей	140
2.5.1. Общие положения	140
2.5.2. Построение линии пересечения для проецирующих поверхностей	141
2.5.3. Построение линии пересечения поверхностей второго порядка (частные случаи)	155
2.5.4. Построение линии пересечения поверхностей с по- мощью вспомогательных секущих плоскостей	156
2.5.5. Построение линии пересечения многогранников	174
2.5.6. Построение линии пересечения поверхностей вра- щения способом вспомогательных секущих сфер	175
Глава 3. РЕШЕНИЕ МЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ	185
3.1. Определение размеров геометрических форм	185
3.1.1. Разновидности метрических задач и способы их решения	185
3.1.2. Определение действительной длины отрезка прямой линии	187
3.1.3. Определение действительной длины кривой линии	189
3.1.4. Определение величины отсека плоскости	191
3.2. Определение расстояний	202
3.2.1. Общие положения	202
3.2.2. Расстояние между двумя точками	202
3.2.3. Расстояние между точкой и прямой линией	203
3.2.4. Расстояние между точкой и плоскостью	208
3.2.5. Расстояние между точкой и поверхностью	211
3.2.6. Расстояние между двумя параллельными прямыми	213
3.2.7. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми	217
3.2.8. Расстояние между прямой и плоскостью	219

3.2.9. Расстояние между прямой и поверхностью	221
3.2.10. Расстояние между двумя параллельными плоскостями ...	224
3.2.11. Расстояние между плоскостью и поверхностью	227
3.3. Определение углов	227
3.3.1. Угол между двумя пересекающимися прямыми	227
3.3.2. Угол между двумя скрещивающимися прямыми	230
3.3.3. Угол между прямой и плоскостью	231
3.3.4. Угол между двумя плоскостями	234
3.3.5. Угол между плоскостью общего положения и плоскостью проекций	238
3.4. Построение разверток поверхностей геометрических тел ...	239
3.4.1. Общие положения	239
3.4.2. Развертки пирамидальных поверхностей	240
3.4.3. Развертки конических поверхностей	242
3.4.4. Развертки призматических поверхностей	246
3.4.5. Развертки цилиндрических поверхностей	251
3.4.6. Построение условных разверток неразвертываемых поверхностей	255
3.4.7. Развертка поверхности сферы	259
3.4.8. Построение разверток технических форм	261
Глава 4. РЕШЕНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ЗАДАЧ	264
4.1. Построение проекций геометрических форм по заданным условиям	264
4.1.1. Общие положения	264
4.1.2. Построение проекций прямых линий и плоскостей под заданными углами к плоскостям проекций	265
4.1.3. Построение проекций равноудаленных геометрических элементов	273
4.1.4. Построение проекций геометрических фигур, принадлежащих заданным плоскостям	282
4.1.5. Построение проекций геометрических фигур	287
4.2. Построение проекций геометрических тел	292
Раздел 2. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ	305
Глава 5. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	306
5.1. Общие положения	306
5.2. Методика построения проекций геометрических форм	307

5.3. Позиционные задачи	311
5.4. Метрические задачи	316
5.5. Задачи по темам	322
Тема 1. Ортогональные проекции точек	322
Тема 2. Ортогональные проекции прямых линий	326
Тема 3. Свойства параллельного проецирования	331
Тема 4. Способы задания плоскости	336
Тема 5. Позиционные задачи	337
Тема 6. Метрические задачи	339
Тема 7. Решение задач способами преобразования чертежа ...	346
Тема 8. Проекции кривых линий	353
Тема 9. Позиционные задачи на поверхности	357
Тема 10. Пересечение поверхностей плоскостью	362
Тема 11. Взаимное пересечение поверхностей	372
Тема 12. Развертки поверхностей	381
Тема 13. Построение аксонометрических проекций	384
ЛИТЕРАТУРА	386

Учебное издание

**Кокшко Анатолий Федорович,
Матюх Светлана Анатольевна**

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебное пособие

Редактор *Р. В. Михновец*
Дизайн обложки *В. В. Домненков*
Компьютерная верстка *Е. А. Титовой*

Подписано в печать 21.08.2013. Формат 60x84/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 22,78.
Уч.-изд. л. 21,0. Тираж 500 экз. Заказ № 286.

Республиканское унитарное предприятие
«Информационно-вычислительный центр
Министерства финансов Республики Беларусь».
ЛИ № 02330/0494336 от 16.03.2009.
ЛП № 02330/0494120 от 11.03.2009.
Ул. Кальварийская, 17, 220004, г. Минск.