МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА ФИЗИКИ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

по дисциплине «Физика»

раздел «Механика и молекулярная физика»

для студентов технических специальностей
дневной формы обучения

Брест 2022

УДК У53(07)

Учебно-практическое пособие «Лабораторный практикум по дисциплине «Физика»» предназначено для студентов технических специальностей дневной формы обучения, изучающих раздел «Механика и молекулярная физика» дисциплины «Физика». Учебно-практическое пособие содержит задания лабораторных работ, контрольные вопросы, приложения и список рекомендуемой литературы.

В процессе выполнения лабораторного практикума студент углубляет и закрепляет теоретические знания по физике; знакомится с простейшими методами научных исследований в области физики и методами исследования, применяющимися в технических дисциплинах; овладевает методами математической обработки результатов физического эксперимента.

Составители: М. М. Барковская, доцент, к. ф.-м. наук,
В. И. Гладковский, доцент, к. ф.-м. наук, доцент,
О. Ф. Савчук, старший преподаватель,
В. В. Борушко, старший преподаватель,
С. В. Чугунов, старший преподаватель

Рецензент: И. И. Макоед, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры общей и теоретической физики учреждения образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина»

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Целью учебно-практического пособия «Лабораторный практикум по дисциплине «Физика»» (раздел «Механика и молекулярная физика») является развитие у студентов навыков самостоятельной работы и применения полученных теоретических знаний в экспериментальной работе.

Выполнение работ позволяет проверить научно-теоретические положения отдельных явлений и законов, способствует более глубокому их пониманию, развивает наблюдательность, внимание, память, а также прививает навыки в проведении измерений, учит пользоваться измерительными приборами, знакомит с оборудованием и техникой физического эксперимента.

Лабораторные работы выполняются студентами по специальному графику, который может не совпадать с последовательностью их расположения в данном практикуме. Кроме того, при изучении курса физики невозможно проведение занятий фронтальным методом, поэтому неизбежно опережение тем лабораторных занятий по сравнению с материалом, излагаемым на лекциях теоретического курса. В связи с этим в лаборатории имеются дополнительные методические описания лабораторных работ, в которых включен достаточный теоретический материал, содержащий описание физических явлений и выводы основных соотношений, необходимых для постановки эксперимента и понимания сути работы.

Изучение теоретического материала лабораторной работы и окончательная обработка полученных данных может выполняться студентом вне аудиторного времени.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ, КОТОРЫЕ НЕОБХОДИМО СОБЛЮДАТЬ ВСЕМ СТУДЕНТАМ ПРИ РАБОТЕ В ЛАБОРАТОРИИ:

1. Во время пребывания в лаборатории студент должен соблюдать установленный порядок, выполнять требования техники безопасности. На первом занятии каждый студент, прослушав инструктаж по технике безопасности, должен расписаться в соответствующем журнале.
2. Получив задание и методические указания у преподавателя, студент должен в своем лабораторном практикуме (или рабочей тетради) сделать предварительные записи, необходимые для выполнения работы. Студент выполняет только ту лабораторную работу, задание по которой он получил.
3. Ознакомившись с установкой и получив разрешение преподавателя, студент приступает к выполнению работы.
4. Результаты измерений записываются в рабочую тетрадь, которая постоянно хранится у студента до получения зачета (экзамена).
5. При выполнении работы все показания приборов (установок) необходимо вносить в соответствующие таблицы с обязательной фиксацией режима их работы и указанием цены деления.
6. По окончании измерений результаты необходимо представить преподавателю, который фиксирует выполнение работы.

7. Если в работе предусмотрено графическое представление результатов, графики рекомендуется строить на миллиметровой бумаге, откладывая аргумент по оси X, а функцию – по оси Y. На осях графика откладывается равномерный масштаб, за исключением особых случаев, когда строится зависимость в логарифмическом масштабе. Экспериментальные точки откладываются на плоскости XOY, а не на осях!

8. Если результатом опыта является определение какой-либо физической величины из прямых измерений, то находится среднее значение этой величины и вычисляется абсолютная и относительная погрешности.

9. Обработка всех результатов измерений производится индивидуально. Студент должен сделать вывод к лабораторной работе, а также ответить на контрольные вопросы.

10. Лабораторная работа сдается только при наличии полностью и правильно оформленного отчета. Подтверждением сдачи лабораторной работы является отметка преподавателя с указанием оценки и даты защиты. Эти данные служат основанием для допуска к итоговым испытаниям в конце семестра (зачета, экзамена).

ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

1. Указать номер и название работы.
2. Сформулировать цель работы.
3. Конспективно изложить теорию метода с записью проверяемых физических законов и явлений.
4. Необходимо выделить рабочие формулы, по которым производится расчет искомых физических величин.
5. Привести схему рабочей установки.
6. В отчете приводятся таблицы измерений, куда вносятся результаты экспериментов и графики, поясняющие полученные зависимости.
7. Расчеты искомых физических величин записываются так, чтобы их можно было проверить.
8. Провести расчеты погрешностей величин.
9. По результатам защиты каждой выполненной работы каждому студенту выставляется оценка с учетом качества оформления, точности полученного результата и продемонстрированных теоретических знаний.

Лабораторная работа М1а

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Цель работы: ознакомление с теорией вычисления погрешностей при измерениях физических величин на примере определения объема заданного тела.

Задание

Изучаемое тело представляет собой цилиндр высотой h и основанием в виде квадрата со стороной d или круга диаметром d (по усмотрению преподавателя). С помощью штангенциркуля проведены измерения линейных размеров изучаемого тела n раз при одинаковых условиях и результаты представлены в Приложении *1* (вариант указывает преподаватель). Проведите обработку экспериментальных данных и определите объем V тела. Оцените погрешности при прямых вычислениях величин h и d, а также при косвенном вычислении величины V.

Доверительная вероятность P и погрешность $\Delta x_{пр}$ измерительного прибора – штангенциркуля – заданы.

Таблица – Экспериментальные данные и результаты вычислений

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
h_i											
Δh_i											
Δh^2_i											
d_i											
Δd_i											
Δd^2_i											

1. Используя приложение *1* лабораторного практикума, вычислите средние арифметические значения измеряемых величин h и d. Полученные результаты занесите в таблицу с указанием единиц измерения величин.

$$\langle h\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta h_i; \qquad \langle d\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta d_i .$$

2. Найдите абсолютную погрешность Δh_i и Δd_i для каждого i-ого значения измеренной величины.

$$\Delta h_i = h_i - \langle h\rangle; \qquad \Delta d_i = d_i - \langle d\rangle .$$

Проверьте правильность вычислений: для этого определите сумму абсолютных погрешностей всех единичных измерений, которая должна быть равна нулю:

____

____

____

Проверка показала, что вычисления выполнены ________________________

3. Вычислите среднюю квадратичную погрешность единичного измерения (среднеквадратическое отклонение погрешности) S, которое характеризует случайную погрешность единичного измерения величин:

$$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\Delta h_i^2}= \quad ; \qquad\qquad S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\Delta d_i^2}= \quad ;$$

$$3S= \quad . \qquad\qquad 3S= \quad .$$

С помощью критерия $3S$ оцените отклонения единичного измерения h_i (и d_i) от среднего Δh_i и Δd_i (смотрите таблицу *1*). Если результаты измерений отклоняются от среднего значения величины больше чем на $3S$, то эти результаты не учитываются. Сделайте соответствующие выводы.

Грубых ошибок (промахов) в полученном ряде измерений______________.

4. Определите среднеквадратическое отклонение среднего арифметического величин h и d (среднеквадратическую погрешность результата измерения S_n) и доверительный интервал.

$$S_n=\frac{S}{\sqrt{n}}= \quad ; \qquad\qquad S_n=\frac{S}{\sqrt{n}}= \quad .$$

Для определения доверительного интервала необходимо значение среднеквадратической погрешности умножить на коэффициент Стьюдента $t_{n,P}$, который зависит от количества измерений n и задаваемой доверительной вероятности P.

$$\Delta h_{разбр}=t_{n,P}\cdot S_n= \quad ; \qquad\qquad \Delta d_{разбр}=t_{n,P}\cdot S_n= \quad .$$

5. Запишите значения погрешности прибора, погрешности отсчета и округления. Вычислите абсолютную и относительную погрешности измеренных величин.

____

6. Запишите результат измерения в виде $x=\langle x\rangle\pm\Delta x$, используя правила округления результата измерения и его погрешности.

____

____

7. Вычислите средний объем V цилиндра, подставив в формулу средние значения величин $\langle h\rangle$ и $\langle d\rangle$.

____

____

Таким образом, объем V является функцией таких параметров, как высота h и длина (диаметр) d, определяемых прямыми измерениями.

8*. Рассчитайте относительную и абсолютную погрешности при косвенных вычислениях величины V на основе величин h и d. Расчеты проведите двумя способами и сравните полученные результаты.

Для определения относительной погрешности $\varepsilon = \frac{\Delta V}{V}$. прологарифмируйте выражение для определения объема V цилиндра (см. задание 7):

____

____

Продифференцируйте левую и правую часть полученного уравнения:

____

____

____

Замените знак «–» на «+», поскольку погрешности отдельных измерений, как правило, не компенсируют друг друга.

Наконец, заменяя дифференциалы dh и т. д. приращениями соответствующих величин Δh и т. д. (абсолютные погрешности, определенные после прямых измерений данных параметров), получите окончательное выражение для определения относительной погрешности:

____

____

Табличные величины (π, g и т. п.), входящие в расчетные формулы, могут быть взяты с большой точностью. Тогда связанными с ними погрешностями пренебрегают. При округлении значений таких величин погрешности возрастают и должны быть учтены.

Вычислите относительную погрешность:

____

____

Для вычисления абсолютной погрешности результатов косвенных обычно измерений используйте формулу для расчета относительной погрешности. Откуда $\Delta V = \varepsilon \cdot V$:

____

Полученный результат косвенных измерений запишите в виде:
$V = \langle V \rangle \pm \Delta V$

____

Вывод к лабораторной работе:

____

____

____

____

Контрольные вопросы

1. Что называют измерением? Какие измерения называются прямыми, косвенными? Приведите примеры.
2. Что такое промах, систематическая и случайная погрешности?
3. Как можно проверить отсутствие промахов в серии наблюдений?
4. Что такое доверительная вероятность и доверительный интервал?
5. Укажите последовательность операций при нахождении погрешности прямых измерений.
6. Как правильно записать конечный результат прямых измерений?
7. Сколько значащих цифр должна иметь абсолютная погрешность результата измерений и почему?

Лабораторная работа М1б

ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Цель работы: определение кинематических характеристик движения частицы по стробоскопическим фотографиям.

Приборы и принадлежности: стробоскопические фотографии, линейка, карандаш.

Задание 1
Определение кинематического закона движения материальной точки

1. Получив у преподавателя стробоскопическую фотографию, перенесите на миллиметровую бумагу нанесенные на ней точки.
2. На полученном рисунке обозначьте координатные оси с учетом выбранного масштаба. Подпишите полученный график.

3. Запишите в таблицу *1* значения координат частицы, спроецировав их на соответствующие координатные оси. Считать, что фотографирование началось в момент времени $t = 0\ c$ и движение частицы происходит по часовой стрелке.

Таблица 1 – Значения координат движущейся частицы

t, с	**0**	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**	**1,0**
x, см											
y, см											

4. Согласно данным таблицы *1* постройте график зависимости $x = x(t)$, откладывая время t по оси абсцисс, координату x – по оси ординат. Установите вид полученной функциональной зависимости $x = x(t)$:______________________

5. Проверьте свое предположение о зависимости с помощью аналитического решения задачи о нахождении наилучшей прямой, соответствующей экспериментальным точкам. Заполните таблицу *2* согласно полученным данным.

Таблица 2 – Результаты вычислений

i	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	Σ
x_i												
t_i												
t_i^2												
$x_i t_i$												

6. Уравнение искомой прямой имеет вид $x = at + b$, где a и b – постоянные, подлежащие определению. Используя метод наименьший квадратов (смотрите *Приложение 3*), найдите эти постоянные. Для этого решите следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} a\sum\limits_{i=0}^{10} t_i^2 + b\sum\limits_{i=0}^{10} t_i - \sum\limits_{i=0}^{10} x_i t_i = 0 \\ a\sum\limits_{i=0}^{10} t_i + b\cdot 11 - \sum\limits_{i=0}^{10} x_i = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \\ b = \end{cases}.$$

7. Запишите уравнение $x = x(t)$:______________________________

8. Аналогично пунктам *3* и *4* постройте график зависимости $y = y(t)$. Установите вид полученной зависимости $y = y(t)$: ______________________________

9. Используя компьютерную программу, аппроксимируйте данные таблицы *1* для (y, t). Запишите уравнение зависимости $y = y(t)$:_________________.

Задание 2

Определение кинематических характеристик движения частицы

Примечание *– Необходимые расчетные формулы представлены в методическом указании к лабораторной работе М1 (находится в учебной лаборатории). Значения времен t_1, t_2 и t_3 задаются преподавателем.*

1. Найдите среднюю скорость частицы в интервале времени от t_1 до t_2 и ее модуль. Определите направляющие косинусы вектора скорости и углы с осями координат.

Дано: t_1 = ______ *с*; $x(t_1)$ = _____ *см*; $y(t_1)$ = _____ *см*;
t_2 = ______ *с*; $x(t_2)$ = _____ *см*; $y(t_2)$ = _____ *см*;
Δt = _____ *с*; Δx = ________ *см*; Δy = ________ *см*.

Решение: $\langle v_x \rangle =$ $\cos(\vec{i}, \langle\vec{v}\rangle) =$
$\langle v_y \rangle =$ $(\vec{i}, \langle\vec{v}\rangle) =$
$\langle\vec{v}\rangle =$ $\cos(\vec{j}, \langle\vec{v}\rangle) =$
$|\langle\vec{v}\rangle| =$ $(\vec{j}, \langle\vec{v}\rangle) =$

2. Найдите модуль мгновенной скорости частицы в момент времени t_3 ı $t3$ и углы с осями координат, используя данные таблицы *1*.

Дано: t_3 = _____ *с;* $x(t_3)$ = _____ *см;* $y(t_3)$ = _____ *см.*

Решение:

$v_{1x}(t) =$

$v_{1y}(t) =$

$\overrightarrow{v_1} =$

$|\overrightarrow{v_1}| =$

$\cos(\vec{i}, \overrightarrow{v_1}) =$

$(\vec{i}, \overrightarrow{v_1}) =$

$\cos(\vec{j}, \overrightarrow{v_1}) =$

$(\vec{j}, \overrightarrow{v_1}) =$

---

3. Найдите ускорение частицы в момент времени t_3 и углы, составляемые ıые в этот момент вектором ускорения с осями координат.

Дано: t_3 = _____ *с;* v_{1x} (t_3) = _____ *м/с;* v_{1y} (t_3) = _____ *м/с.*

Решение:

$a_{1x}(t)=$

$a_{1y}(t) =$

$\overrightarrow{a_1} =$

$|\overrightarrow{a_1}| =$

$\cos(\vec{i}, \overrightarrow{a_1}) =$

$(\vec{i}, \overrightarrow{a_1}) =$

$\cos(\vec{j}, \overrightarrow{a_1}) =$

$(\vec{j}, \overrightarrow{a_1}) =$

---

4. Вычислите тангенциальное и нормальное ускорения частицы в момент времени t_3.

Дано: v_{1x} = ______ *м/с*; v_{1y} = ______ *м/с*; v_1 = ______ *м/с*;
a_{1y} = ______ *м/с*^{2}; a_{1x} = ______ *м/с*^{2}; a_1 = ______ *м/с*^{2}.

Решение:

Изобразите векторы тангенциального, нормального и полного ускорений на графике.

5. Определите радиус кривизны траектории частицы в точке, соответствующей моменту времени t_3.

6. Запишите уравнение траектории движения частицы в параметрическом виде:

Дано: $x = x(t) =$ ____________________; $y = y(t) =$ ____________________.

Решение:

Из уравнения $x = x(t)$ выразите параметр t:

Подставьте полученное выражение для t в уравнение $y = y(t)$ и упростите получившееся выражение:

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Запишите определения следующих понятий: механическое движение, тело отсчета, система отсчета.
2. Дайте определения следующим понятиям: материальная точка, радиус-вектор, путь, перемещение, траектория. Поясните на рисунке.
3. Что такое скорость, средняя и мгновенная скорости?
4. Что такое ускорение, тангенциальное и нормальное ускорения?
5. Запишите основное кинематическое уравнение движения. Рассчитайте скорость и ускорение тела, зная кинематическое уравнение движения.

<u>Лабораторная работа М2</u>

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы: изучение законов поступательного и вращательного движения, определение ускорения тела и момента сил трения.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка «машина Атвуда», электронный блок, набор грузов кольцеобразной формы.

<u>Задание</u>
Определение момента силы трения M_{TP}

1. Включите установку клавишей «СЕТЬ» электронного блока. При этом происходит включение электромагнита, препятствующего свободному вращению блока, и загорается табло индикации.

2. Установите нижний кронштейн с фотодатчиком в нижней части вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна совпала с одной из рисок шкалы, а правый груз при движении вниз проходил по центру рабочего окна фотодатчика.

Над ним установите средний кронштейн так, чтобы расстояние S_2, которое проходит груз без перегрузка, принимало минимальное возможное значение ($S_2 \geq 5$ см): S_2 =______________________________.

Верхний кронштейн установите так, чтобы расстояние S_1, которое проходит груз с перегрузком, находилось в интервале 5 см $\leq S_1 \leq$ 15 см: S_1 =___________________________.

3. Перекиньте через шкив нить с подвешенными к ее концам основными грузами. Поднимите правый груз в крайнее верхнее положение и установите так, чтобы его нижняя плоскость совпадала с чертой на верхнем кронштейне.

Поместите на правый основной груз массой m один или несколько перегрузов кольцеобразной формы массой Δm, под действием которых грузы будут двигаться ускоренно. Масса основных грузов и перегрузов указана на их поверхностях в граммах: m = _________________, Δm =__________________.

4. Дождавшись прекращения колебаний грузов и убедившись в совпадении визира с нижней плоскостью правого груза, нажмите «ПУСК». При этом размыкается сеть питания электромагнита и система грузов приходит в движение.

> **ВНИМАНИЕ:** *Секундомер включается специальным фотоэлектрическим датчиком, когда правый груз с перегрузом достигает среднего кронштейна, и перегрузки снимаются. Секундомер выключается, когда правый груз достигает нижнего кронштейна с другим фотодатчиком.*
>
> *Для продолжения измерений нажимается кнопка «СБРОС». Секундомер готов для дальнейших измерений. Отжимается кнопка «ПУСК».*

Измерьте время движения t правого груза на этапе 2, используя на этапе 1 перегруз кольцеобразной формы Δm. Поднимите правый груз в крайнее верхнее положение и проведите измерения времени t еще два раза. Запишите показания секундомера t и рассчитайте среднее время движения $t_{ср}$.

t_1 =____________с, t_2 =____________с, t_3 =____________с, $t_{ср}$ =____________с.

5. По согласованию с преподавателем повторите действия пунктов *2–4* при тех же значениях S_1 и S_2 для разновесов другой массы Δm. Полученные результаты запишите в таблицу.

Таблица – Исходные данные и результаты измерений

	S_1, м	**S_2, м**	**Δm, кг**	**t_1, с**	**t_2, с**	**t_3, с**	**$t_{ср}$, с**
1							
2							
3							

6. Согласно второму закону Ньютона для поступательного движения грузов и основному закону динамики вращательного движения блока, запишем следующие уравнения движения на этапе 1 (см. «Приложение 1 методического указания к лабораторной работе»):

$$\begin{cases} ma_{1x} = T_1 - mg \\ (m + \Delta m)a_{1x} = (m + \Delta m)g - T_2\ . \\ T_2R - T_1R = M_{\text{тр}} \end{cases} \qquad (1)$$

Из системы уравнений (1) получите математическое выражение для ускорения правого груза на этапе 1 (a_{1x} – ?).

____

____

____

____

____

____

____

____

____

7. Согласно второму закону Ньютона для поступательного движения грузов и основному закону динамики вращательного движения блока, запишем следующие уравнения движения на этапе 2 (см. «Приложение 1 методического указания к лабораторной работе»):

$$\begin{cases} ma_{2x} = T_1' - mg \\ ma_{2x} = mg - T_2'\ . \\ (T_2' - T_1')R = M_{\text{тр}} \end{cases} \qquad (2)$$

Из системы уравнений (2) получите математическое выражение для ускорения правого груза на этапе 2 (a_{2x} – ?).

8. Самостоятельно получите ***математическое выражение*** для расстояния *S_2*, которое проходит правый груз без перегруза, используя уравнения кинематики и результаты заданий *4*, *6* и *7*:

$$S_2 = \sqrt{\frac{2\Delta mg - \frac{2M_{TP}}{R}}{2m + \Delta m} \cdot S_1 \cdot t - \frac{M_{\text{TP}}}{4\text{mR}} \cdot t^2}. \qquad (3)$$

9. В выражение (3) подставьте данные, полученные в ходе работы, и вычислите момент силы трения блока M_{TP}.

10. Рассчитайте относительную погрешность определения момента силы трения $\frac{\Delta M_{тр}}{M_{тр}}$ как сумму относительных погрешностей определяемых прямым измерением величин, воспользовавшись упрощенным вариантом расчета погрешности. Для этого относительные погрешности прямым образом определяемых величин (*m, t, S*) принять равными: $\frac{\Delta m}{m} \approx 0{,}01$; $\frac{\Delta t}{t} \approx 0{,}01$; $\frac{\Delta S}{S} \approx 0{,}01$.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Какое движение называется поступательным, вращательным?
2. Какое движение называется равноускоренным? Запишите формулу, описывающую равноускоренное прямолинейное движение тел.
3. Запишите формулы, связывающие кинематические характеристики поступательного и вращательного движений.
4. Запишите выражения для основных законов поступательного движения груза и вращательного движения маховика.
5. Какие силы во время движения действуют на грузы, прикрепленные к концам нити? Запишите уравнения движения этих грузов.

Лабораторная работа М3

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГОГО УДАРА ШАРОВ

продолжительности и силы удара шаров от скорости их соударения.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка FPM-08, линейка.

Задание 1

Определение зависимости времени соударения шаров от скорости налетающего шара

1. Отведите правый шар на угол α и отпустите шар, стараясь, чтобы произошел центральный удар. После столкновения шаров запишите показания секундомера в таблицу. Опыт повторите не менее трех раз. про-

Выполните аналогичные измерения для углов α (от 8 до 10 значений). Окончательно заполните таблицу, рассчитав средние значения времен соударения шаров $t_{ср}$ для всех углов α.

Таблица – Результаты измерений

№	α, град	t_1, мкс	t_2, мкс	t_3, мкс	$t_{ср}$, мкс	v, м/с	Δv, м/с
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							
7.							
8.							
9.							
10.							

2. Вычислите для каждого угла отклонения значение скорости v шара в момент удара. Занесите вычисленные значения скорости соударения в таблицу.

$$v = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}$$

v_1 = ______________________________, v_6 = ______________________________,
v_2 = ______________________________, v_7 = ______________________________,
v_3 = ______________________________, v_8 = ______________________________,
v_4 = ______________________________, v_9 = ______________________________,
v_5 = ______________________________, v_{10} = ______________________________.

Цель работы: изучение силы упругости и теории упругого удара, определение зависимости 3. Определите абсолютную погрешность косвенного измерения скорости соударения по формуле:

$$\Delta v = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \Delta l\right)^2 + \left(\alpha\sqrt{gl} \cdot \cos\frac{\alpha}{2} \cdot \Delta\alpha\right)^2}\ .$$

Погрешности величин принять равными: $\Delta l = 1$ мм; $\Delta\alpha = 0{,}5°$.

$\Delta v_1 =$ ______________________________,

$\Delta v_2 =$ ______________________________,

$\Delta v_3 =$ ______________________________,

$\Delta v_4 =$ ______________________________,

$\Delta v_5 =$ ______________________________,

$\Delta v_6 =$ ______________________________,

$\Delta v_7 =$ ______________________________,

$\Delta v_8 =$ ______________________________,

$\Delta v_9 =$ ______________________________,

$\Delta v_{10} =$ ______________________________.

4. Используя полученные вами значения $t_{ср}$ и v для различных углов лов отклонения α, постройте график зависимости $t = f(v)$.

Задание 2

Установление зависимости средней силы удара от скорости шара

1. Вычислите по формуле для каждого угла отклонения α значение максимальной силы удара $\langle F\rangle_i$ (значения скорости v_i и времени t_{cpi} возьмите из первого задания):

$$\langle F\rangle_i = \frac{mv_i}{t_{cpi}};$$

$\langle F\rangle_1 =$ ____________________, $\langle F\rangle_6 =$ ____________________,
$\langle F\rangle_2 =$ ____________________, $\langle F\rangle_7 =$ ____________________,
$\langle F\rangle_3 =$ ____________________, $\langle F\rangle_8 =$ ____________________,
$\langle F\rangle_4 =$ ____________________, $\langle F\rangle_9 =$ ____________________,
$\langle F\rangle_5 =$ ____________________, $\langle F\rangle_{10} =$ ____________________.

2. Определите абсолютную погрешность косвенного измерения максимальной силы удара ΔF_{cp} по формуле

$$\Delta F_{cp} = \sqrt{\left(\frac{V}{t_{cp}}\cdot\Delta m\right)^2 + \left(\frac{m}{t_{cp}}\cdot\Delta v\right)^2}.$$

Погрешности величин принять равными: $\Delta m = 0{,}5$ г; $\Delta t \approx 0$ с.

Значение Δv найдите по следующей формуле:

$$\Delta v = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta v_i;$$

$\Delta v =$ ____.

3. Постройте график зависимости силы удара от скорости $\langle F\rangle = f(v)$.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Запишите определения физических понятий: соударение, абсолютно упругий удар и абсолютно неупругий удар?
2. Что такое импульс тела? Сформулируйте условия, при которых сохраняется импульс системы тел.
3. Запишите второй закон Ньютона в импульсной форме.
4. Какие законы сохранения справедливы при абсолютно упругом и абсолютно неупругом ударах?
5. В каких направлениях будут двигаться шары после абсолютно упругого удара, если: а) $m_1=m_2$; б) $m_1>m_2$; в) $m_1<m_2$.

Лабораторная работа М4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ ПРИ ПОМОЩИ КРУТИЛЬНОГО БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: изучение принципа работы баллистического маятника и закона сохранения момента импульса; экспериментальное определение постоянной упругих сил кручения и момента инерции баллистического маятника; экспериментальное определение скорости пули с помощью баллистического маятника.

Приборы и принадлежности: баллистический маятник ГРМ-02 со счетчиком периодов, миллисекундомером и стреляющим устройством (пулей).

Задание 1
Определение момента инерции баллистического маятника и коэффициента упругих сил кручения

1. Максимально приблизите грузы, расположенные на стрежне, к оси вращения маятника и зафиксируйте их положение винтами. Запишите значение d_1 – положение грузов относительно оси вращения (выбранное значение согласуйте с преподавателем) d_1=____.

2. Отведите маятник на угол φ~15–20°. Отпустив маятник, нажмите кнопку «Пуск» и убедитесь, что прибор фиксирует число и время колебаний маятника. Измерьте время t 10-ти полных колебаний. Полученные показания запишите в таблицу 1. Опыт повторите 4 раза.

3. Изменив положения грузов относительно оси вращения и записав значения положения грузов d_2= ___________________, повторите пункт 2.

> ***Примечание*** – Чтобы уменьшить погрешность определения величины I_0, расстояния d_1 и d_2 следует взять отличающимися друг от друга. Лучше взять d_1 ближе к оси вращения, а d_2 – на максимальном расстоянии от нее.

Таблица 1 – Результаты измерений

	1	**2**	**3**	**4**
t_1, c				
t_2, c				

4. Определите среднее значение времени колебаний маятника $\langle t \rangle$ и период колебаний T для двух случаев:

$\langle t_1 \rangle$= ; $$T_1 = \frac{\langle t_1 \rangle}{n};$$

$\langle t_2 \rangle$= ; $$T_2 = \frac{\langle t_2 \rangle}{n}.$$

5. Вычислите коэффициент упругих сил кручения C по формуле:

$$C = \frac{8\pi M(d_1^2 - d_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} = \quad .$$

6. Вычислите момент инерции баллистического маятника I_0 по формуле:

$$I_0 = \frac{2M(T_2^2 d_1^2 - T_1^2 d_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} = \quad .$$

Подставив I_0 в уравнение $I_{M_1} = I_0 + 2Md_1^2$, вычислите

$I_{M_1} = \quad ;$

$I_{M_2} = \quad .$

<u>Задание 2</u>

Определение скорости пули и угловой скорости вращения

1. Установите подвижные грузы на одинаковом расстоянии d_i от оси вращения (согласуйте с преподавателем).

2. Зарядите пусковое устройство, для чего одну из его подвижных ручек поверните вверх и вложите пулю, затем возвратите эту ручку в исходное положение. Потяните обе подвижные ручки на себя до щелчка.

3. Убедившись, что маятник находится в состоянии покоя, произведите «выстрел», для чего одну из подвижных ручек опустите вниз.

4. Определите по шкале максимальный угол отклонения $\varphi_i^{\max}$ маятника и прицельное расстояние l_i – расстояние от оси вращения до места прилипания пули. Результаты запишите в таблицу 2.

5. Для каждого значения d_i проведите три выстрела. Измеренные значения $\varphi_i^{\max}$ и l_i усредните.

Таблица 2 – Результаты измерений

	Номер опыта											
i	**1**			**2**			**3**			**4**		
d_i, *см*												
$\varphi_i^{\max}$, *рад*												
$\langle \varphi_i^{\max} \rangle$, *рад*												
l_i, *см*												
$\langle l_i \rangle$, *см*												

Примечание – $\varphi(\text{рад}) = \dfrac{\varphi^o \cdot \pi}{180^o} = \dfrac{\varphi^o \cdot 3{,}14}{180}$, где φ^o – угол, измеренный в градусах

6. Изменяя расстояние d_i от оси вращения до центра масс грузов, повторите опыт 4 раза согласно пунктам *1–5*.

7. Согласно закону сохранения механической энергии, кинетическая энергия вращательного движения маятника переходит в потенциальную энергию, равную работе по закручиванию стальной проволоки, т. е.

$$\frac{\left(I_o + 2Md_i^2\right)\Omega_i^2}{2} = \frac{C\left\langle \varphi_i^{max} \right\rangle^2}{2}.$$

Из представленного выражения определите для каждого опыта угловую скорость Ω_i баллистического маятника в момент попадания в него пули (сразу после попадания в него пули). Полученные значения занесите в таблицу 3.

8. Согласно закону сохранения момента импульса $mv_i\langle l_i\rangle = \left(I_0 + 2Md_i^2\right)\Omega_i$)П,- (где m – масса пули; v_i – ее скорость).

Определите скорость полета пули v_i до момента ее столкновения с баллистическим маятником. Выполните этот пункт для каждого опыта и полученные значения занесите в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты вычислений

i	**1**	**2**	**3**	**4**
Ω_i, *рад/с*				
v_i, *м/с*				

9. Вычислите среднее значение скорости пули $\langle v\rangle$:

$\langle v\rangle=$

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Что называют моментом инерции тела? От чего зависит и какова размерность момента инерции тела.

2. Сформулируйте теорему Штейнера-Гюйгенса.

3. Выведите формулу для расчета момента инерции шара, диска, стержня (на выбор) относительно оси, проходящей через центр масс тела.

4. В чем заключается баллистический принцип маятника?

5. Запишите определения следующих понятий: момент импульса, кинетическая энергия, потенциальная энергия.

6. Сформулируйте законы сохранения, которые использовались в данной работе.

<u>Лабораторная работа М5</u>

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ НА МАЯТНИКЕ ОБЕРБЕКА

Цель работы: изучение законов динамики вращательного движения твердого тела и проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка «Маятник Обербека», комплект грузов, миллисекундомер, линейка.

<u>Задание 1</u>

Определение момента инерции I_0 крестовины без грузов

1. Снимите цилиндры со стержней крестовины, ослабляя удерживающие их винты. Убедитесь, что блок с крестовиной находится в безразличном равновесии в любом из возможных положений. Если это не так, то необходимо обратиться к преподавателю или лаборанту и под их присмотром путем незначительного ввинчивания или вывинчивания стержней крестовины в ось блока привести маятник в безразличное равновесие.

2. На вертикальной колонне переместите подвижный кронштейн на высоту H и зафиксируйте его. Определите расстояние H, которое пройдет груз: $H =$ ___________. Высоту не менять при проведении всей серии экспериментов!

3. Закрепите по указанию преподавателя свободный конец нити в прорези одного из блоков, закрепленных на оси крестовины.

Радиус малого блока r_1 _________ или радиус большого блока r_2 ___________.

Перекиньте нить через вспомогательный шкив и к другому концу нити подвесьте основной груз, масса которого m_1 __________. Придерживая нить и аккуратно вращая крестовину против часовой стрелки, накрутите часть нити на блок так, чтобы нить натянулась под действием груза.

4. Включите установку клавишей «СЕТЬ» электронного блока. При этом происходит включение электромагнита тормоза и загорается табло индикации. Проверьте установку кронштейна с фотодатчиком. Груз при движении вниз должен проходить по центру рабочего окна фотодатчика.

5. Нажав и удерживая кнопку «СТОП», аккуратно вращая крестовину, накрутите нить на блок так, чтобы груз поднялся в крайнее верхнее положение, а его нижняя плоскость находилась на одном уровне с отметкой на верхнем кронштейне. Отпустите кнопку «СТОП».

6. Нажмите кнопку «ПУСК». При этом размыкается сеть питания электромагнита тормоза и включается секундомер электронного блока. Секундомер остановится, когда груз пересечет оптическую ось фотодатчика.

Показания секундомера t занесите в таблицу 1. Измерения времени движения груза повторите еще два раза. Полученные значения усредните.

Таблица 1 – Результаты измерений и вычислений

	r, м	H, м	m_1, кг	t, с	$t_{ср}$, с	a_x, м/с^2	I_o, кг·м^2	ΔI_o, кг·м^2
1								
2								
3								
1								
2								
3								
1								
2								
3								

7. Ускорение a_x определите, зная время t_{cp}, в течение которого груз массой сой m_l из состояния покоя опустится на расстояние H. Выразите самостоятельно ускорение груза m_l из формулы $H = \frac{a_x t_{\text{ср}}^2}{2}$ (1).

Согласно второму закону Ньютона для поступательного движения груза m_l и вращательного движения для крестовины без грузов (см. «Приложение 1 методического указания к лабораторной работе») получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 a_x = m_1 g - T \\ I_0 \varepsilon = Tr \end{cases}, \qquad (2)$$

где ε – угловое ускорение вращения крестовины; T – сила натяжения нити; r – радиус намотки нити.

Выразите самостоятельно ускорения a_x груза из системы уравнений (2).

Приравняв полученные выражения для ускорения a_x груза и учитывая, что угловое ускорение маятника ε связано с ускорением a_x точек на ободе блока соотношением $\varepsilon = a_x$/r, выразите и рассчитайте момент инерции крестовины без грузов I_o.

8. Рассчитайте погрешность определения момента инерции по формуле

$$\Delta J_o = \sqrt{\left(r^2\left(\frac{gt^2}{2H}-1\right)\Delta m_1\right)^2+\left(2m_1r\left(\frac{gt^2}{2H}-1\right)\Delta r\right)^2+\left(\frac{m_1r^2gt}{H}\Delta t\right)^2+\left(m_1r^2\frac{gt^2}{2H^2}\Delta H\right)^2}\,.$$

Погрешности величин, измеренных прямым образом, принять равными: Δm=0,1 *г*; Δr=1 *мм*; Δt=0,005 *с*; ΔH=0,5*мм*

____

____

____

____

____

9. По согласованию с преподавателем повторите действия пунктов 3–8 для для других масс грузов m_1, добавляя к основному грузу разновесы. Масса разновесов в граммах указана на их поверхностях.

<u>Задание 2</u>

Определение момента инерции *I* крестовины с закрепленными на ней грузами *m*

1. Закрепите цилиндры массой m (m=____________) на указанном преподавателем расстоянии ρ от оси крестовины. Проверьте, находится ли система в состоянии безразличного равновесия. Если это не так, небольшими смещениями цилиндров на стержнях крестовины добейтесь, чтобы маятник был приведен в безразличное равновесие.

2. Повторите пункты *2–-6* задания 1.

3. Измерьте время движения груза m_1 с высоты H. Показания секундомера t занесите в таблицу 2. Измерения времени движения груза повторите еще два раза. Полученные значения усредните.

Таблица 2 – Результаты измерений и вычислений

	ρ, м	r, м	H, м	m_1, кг	t, с	$t_{ср}$, с	I_o, кг·м^2	I, кг·м^2	$I_{теор}$, кг·м^2
1									
2									
3									
1									
2									
3									
1									
2									
3									

4. Согласно пункту *7* задания *1* существует равенство между теоретическим расчетом и экспериментально полученным значением ускорения движения груза:

$$\frac{m_1 g}{m_1 + \dfrac{I}{r^2}} = \frac{2H}{t^2}.$$

Выразите из него и рассчитайте момент инерции крестовины I с закрепленными на ней грузами массой m:

5. Найдите теоретическое значение момента инерции $I_{теор}$ крестовины с закрепленными на ней грузами массой m по теореме Гюйгенса–Штейнера:

$$I_{теор} = I_o + 4m\rho^2$$

$I_{теор1}$ = ________________, $I_{теор2}$ = ________________, $I_{теор3}$ = ________________.

Оцените относительную погрешность измерений по формуле $\varepsilon = \dfrac{I_{теор} - I_{эксп}}{I_{теор}} \cdot 100\%$.

6. По согласованию с преподавателем повторите пункты *1–4* при разных значениях ρ. Полученные результаты запишите в таблицу 2.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Запишите определения следующих понятий: момент силы, момент инерции и угловое ускорение.
2. Рассчитайте момент инерции произвольного твердого тела.

3. Сформулируйте теорему Гюйгенса–Штейнера.

4. Сформулируйте основное уравнение динамики твердого тела для вращательного движения относительно неподвижной оси.

5. Почему с увеличением расстояния грузов от оси вращения увеличивается время падения груза?

Лабораторная работа М6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Цель работы: определение момента инерции твердых тел разной геометрической формы методом крутильных колебаний, экспериментальное подтверждение теоремы Гюйгенса–Штейнера.

Приборы и оборудование: крутильный маятник ГРМ-05, набор тел.

Задание 1

Определение момента инерции рамки I_p и коэффициента упругих сил кручения C

1. Определите время десяти (n = 10) полных колебаний пустой рамки, т. е. без исследуемого тела в ней. Повторите опыт еще *2* раза и результаты запишите в таблицу 1. Рассчитайте ее период колебаний T_1 по формуле $T = t/n$ и усредните полученный результат.

2. Закрепите в рамке эталонный куб в центрах противоположных граней и найдите время десяти полных колебаний системы. Повторите измерения для остальных двух пар противоположных граней. Результат запишите в таблицу 1. Найдите период колебаний рамки с кубом T_2.

Таблица 1 – Результаты измерений и вычислений

	рамка без тела				*рамка с кубом (сторона куба а = ______)*			
	t_1, с	**$t_{1ср}$, с**	**T_1, с**	**$T_{1ср}$, с**	**t_2, с**	**$t_{2ср}$, с**	**T_2, с**	**$T_{2ср}$, с**
1								
2								
3								

3. Решая полученную систему уравнений, вычислите момент инерции рамки I_p и коэффициент упругих сил кручения C.

Примечание – *Формулы периода колебаний для различных систем тел представлены в таблице 2.*

Запишите полученные результаты:

I_p = ________________________; C = ________________________.

Таблица 2 – Период колебаний для различных систем тел

Период колебаний рамки	Формула	Пояснения
1) без груза	$T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_p}{C}}$	I_p – момент инерции рамки беззакрепленных в ней тел; C – коэффициент упругих сил кручения
2) с закреплен-ным кубом	$T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_p + \dfrac{ma^2}{6}}{C}}$	m – масса куба; a – сторона куба
3)со стержнем	$T_3 = 2\pi\dfrac{\sqrt{I_p + I_{ст}}}{\sqrt{C}}$	$I_{ст}$ – момент инерции стержня
4, 5) со стержнем и двумя грузами	$T_{4(5)} = 2\pi\dfrac{\sqrt{I_p + I_{ст} + 2I_{гр}}}{\sqrt{C}}$	$I_{гр}$ – момент инерции груза
6*) с камнем	$T_6 = 2\pi\dfrac{\sqrt{I_p + I_к}}{\sqrt{C}}$	$I_к$ – момент инерции камня

Задание 2

Определение момента инерции груза $I_{гр}$

1. Закрепите горизонтально в рамке длинный стержень так, чтобы ось его колебаний проходила через центр, и найдите время десяти полных колебаний системы. Повторите измерения еще два раза. Полученные результаты запишите в таблицу 3. Найдите период колебаний рамки со стержнем T_3.

2. К закрепленному в рамке стержню на расстоянии d (d = ____________) симметрично прикрепите два одинаковых груза с помощью штырьков, имеющихся на их длинной стороне (*вариант 1*). Найдите время десяти полных колебаний системы и повторите измерения еще два раза. Найдите период колебаний рамки со стержнем T_4. Полученные результаты запишите в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты измерений и вычислений

рамка со стержнем					*рамка со стержнем и двумя грузами (вариант 1)*			
	t_3, с	**$t_{3ср}$, с**	**T_3, с**	**$T_{3ср}$, с**	**t_4, с**	**$t_{4ср}$, с**	**T_4, с**	**$T_{4ср}$, с**
1								
2								
3								
рамка со стержнем и двумя грузами (вариант 2)					*рамка с камнем (к заданию 3)*			
	t_5, с	**$t_{5ср}$, с**	**T_5, с**	**$T_{5ср}$, с**	**t_6, с**	**$t_{6ср}$, с**	**T_6, с**	**$T_{6ср}$, с**
1								
2								
3								

3. Измените положение грузов, соединив их короткой стороной со стрежнем (*вариант 2*). Расстояние между ними и осью колебания не изменяйте.

Найдите время десяти полных колебаний системы и повторите измерения еще два раза. Найдите период колебаний рамки со стержнем T_5. Полученные результаты запишите в таблицу 3.

4. Вследствие аддитивности момента инерции и зная момент инерции рамки $I_р$ из предыдущего задания, вычислите момент инерции стержня $I_{ст}$.

Запишите полученный результат $I_{ст}$ = ______________________.

5. Аналогично определите момент инерции груза $I_{гр}$ для двух случаев, используя формулы таблицы 2. Полученные результаты запишите в таблицу 4.

Вычислите момент инерции груза $I_{гр(теор)}$ согласно теореме Гюйгенса-Штейнера (R – радиус груза).

Для 1-го варианта:

$$I_{гр} = m_{гр} d^2 + \frac{1}{2} m_{гр} R^2 = \quad .$$

Для 2-го варианта:

$$I_{гр} = m_{гр} d^2 + \frac{1}{4} m_{гр} R^2 = \quad .$$

Таблица 4 – Результаты расчета момента инерции груза

	Экспериментальное значение момента инерции груза $I_{гр}$, кг·м^2	Теоретическое значение момента инерции груза $I_{гр(теор)}$, кг·м^2
1-й вариант		
2-й вариант		

Сравните значения момента инерции груза, вычисленные методом крутильных колебаний и расчетным путем. Сделайте соответствующий вывод.

Задание 3* (дополнительное)

Определение момента инерции камня $I_к$

1. Закрепите в рамке камень так, чтобы ось колебаний проходила через его центр. Найдите время десяти полных колебаний системы. Повторите измерения еще два раза. Полученные результаты запишите в таблицу 3 (см. задание 2). Найдите период колебаний рамки со стержнем $T_б$.

2. Вследствие аддитивности момента инерции и зная момент инерции рамки $I_р$ из задания 1, вычислите момент инерции камня $I_к$.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Какие основные физические величины характеризуют вращательное движение? Дайте им определение.
2. Что называют моментом инерции тела? Какова размерность момента инерции тела?
3. Сформулируйте основное уравнение динамики твердого тела для вращательного движения относительно неподвижной оси.
4. Выведите формулу для расчета момента шара, цилиндра, диска относительно оси, происходящей через центр масс этих тел (на выбор).
5. Рассчитайте момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец и перпендикулярной ему.

Лабораторная работа М7

ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Цель работы: экспериментальная проверка зависимостей между физическими величинами, характеризующими колебания математического и оборотного маятников; экспериментальное определение ускорения свободного падения с помощью математического и оборотного маятников.

Приборы и принадлежности: установка с физическим и математическим маятниками, электронный секундомер.

Задание 1

Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

1. Установите длину маятника l, т. е. расстояние от точки подвеса до черты, нанесенной на шарик, в интервале 35–40 см. Измерьте длину маятника и полученный результат занесите в таблицу.

2. Отклоните маятник от положения равновесия на угол не более 10°, аккуратно отпустите, подождите 5÷10 колебаний, чтобы процесс установился. Измерьте время t для десяти (n = 10) полных колебаний, запустив секундомер кнопкой «ПУСК». Запишите полученный результат в таблицу.

3. Измерение повторите не менее трех раз. Рассчитайте среднее значение времени $t_{ср}$.

4. Рассчитайте период колебаний T маятника по формуле $T = t_{ср}/n$.

5. Повторите 6–8 раз пункты *2–4*, каждый раз увеличивая длину нити маятника на 2–3 см. Полученные результаты запишите в таблицу.

Таблица – Результаты измерений и вычислений

№	l, м	t_1, с	t_2, с	t_3, с	$t_{ср}$, с	T, с	T^2, $с^2$	g, м/$с^2$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

6. Определите ускорение свободного падения g из формулы $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

7. Согласно данным таблицы постройте график зависимости $T^2=f(l)$, откладывая длину маятника l по оси абсцисс, а значения T^2 – по оси ординат. Установите вид полученной функциональной зависимости $T^2=f(l)$: ____________.

Проверьте свое предположение о зависимости с помощью метода наименьших квадратов. Согласно МНК аппроксимирующей функцией будет прямая линия (линейная регрессия), которую можно представить в виде $T^2=Al$.

Согласно формуле, представленной в пункте 6, коэффициент A равен:

$$A=\frac{4\pi^2}{g}.$$

Определите из графика угловой коэффициент A.

$$A=tg\gamma=\frac{\Delta T^2}{\Delta l}=\frac{T_2^2-T_1^2}{l_2-l_1}.$$

Зная значение коэффициента A, вычислите ускорение свободного падения g.

8. Рассчитайте погрешность измерения ускорения свободного падения g по формуле

$$\Delta g=\sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\Delta l\right)^2+\left(\frac{8\pi^2 l}{T^3}\Delta T\right)^2},$$ где $\Delta l = 0{,}5$ мм; $\Delta T = 0{,}005$ с.

<u>Задание 2</u>

Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника и момента инерции I_c оборотного маятника

1. Зафиксируйте чечевицы на стержне оборотного маятника таким обра- бра- зом, чтобы одна из них находилась вблизи конца стержня, а другая – вблизи его середины.

Одну из опорных призм зафиксируйте вблизи свободного конца стержня, а вторую – между чечевицами, причем опорные проемы должны быть обращены друг к другу.

3. Определите положение центра масс (т. *C*) оборотного маятника, уравновешивая его на дополнительной опорной призме, расположенной на лабораторном столе. Если оказалось, что центр массы маятника находится между опорными призмами, значит, оборотный маятник собран правильно.

4. Используя нарезки на стержне оборотного маятника, установите опорную призму, находящуюся между чечевицами, на расстоянии d_2 = 10–15 см от центра масс маятника. Вторую опорную призму зафиксируйте на таком расстоянии d_1 от центра масс маятника. Расстояния d_1 и d_2 от центра масс (т. *C*) до опорных призм должны удовлетворять условию $1{,}5d_2 < d_1 < 3d_2$ для более точного определения ускорения свободного падения.

5. Установите маятник на вкладыш верхнего кронштейна опорной призмой, находящейся вблизи свободного конца стержня на расстоянии d_1 от центра масс маятника. Измерьте время t, за которое происходят n = 10 колебаний. Вычислите период его колебаний T_1.

Затем переверните маятник и измерьте период его колебаний время t, за которое происходят n = 10 колебаний. Вычислите период его колебаний T_2.

d_1 =__________, d_2 = _________, T_1 =_________, T_2 =__________.

Примечание *При работе с маятником следует соблюдать осторожность и убедиться, что ребро призмы, служащей осью подвеса, находится в углублении V-образной опоры. Амплитуда колебаний должна составлять около 10°.*

6. Используя полученные данные, решите систему уравнений и рассчи- чи- тайте ускорение свободного падения g, а также момент инерции маятника J_c относительно оси, проходящей через его центр масс.

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_C+md_1^2}{mgd_1}}, \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_C+md_2^2}{mgd_2}} \end{cases}$$

где m – масса всего маятника; I_C – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через т. *C*.

____

____

____

____

____

6. Не изменяя положения чечевиц, повторите измерения при других значениях d_1 и d_2, удовлетворяющих условию, и вычисленные в пунктах *4–5* результаты I_C и g усредните.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Дайте определения следующим понятиям: смещение, амплитуда, период, фаза колебания?
2. Запишите определения математического и физического маятников. От чего зависит период их колебаний?
3. При каких условиях физический маятник совершает гармонические колебания? Каким уравнением они описываются?
4. Запишите определение и формулу приведенной длины физического маятника.
5. Как величина ускорения свободного падения связана с массой и радиусом Земли? Почему ускорение свободного падения зависит от географической широты места?

Лабораторная работа М9

ДИСК МАКСВЕЛЛА

Цель работы: изучение законов динамики поступательного и вращательного движения на примере маятника Максвелла, экспериментальное измерение момента инерции цилиндрического твердого тела относительно оси симметрии.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка FPM-03 «маятник Максвелла», комплект сменных колец, линейка.

Задание

Определение момента инерции твердого тела

1. Запишите значения масс диска $m_д$ и вала $m_в$, а также внешний радиус вала, внутренний и внешний радиусы диска (внешний радиус вала равен внутреннему радиусу диска).

$m_д$ =__________, $m_в$ =__________, $R_{внутр}$ = ________, $R_{внеш}$ = _________.

2. Нижний кронштейн прибора зафиксируйте на расстоянии h = 0,15 м от верхнего кронштейна. Затем отрегулируйте длину нити таким образом, чтобы край диска после опускания маятника находился на 2–3 мм ниже оптической оси нижнего фотоэлемента. Откорректируйте ось маятника так, чтобы она была параллельно основанию прибора.

3. Наматывая нити на вал маятника, поднимите его и надежно зафиксируйте электромагнитом. Когда маятник подвешен, нити подвеса не должны провисать.

4. Нажмите клавишу "ПУСК". При этом одновременно с обесточиванием магнита начнется отсчет времени падения маятника. Как только маятник перекроет свет в фотодатчике, на табло секундомера зафиксируется время его движения. Аккуратно остановите руками движение маятника и занесите результаты измерений в таблицу 1.

5. Проведите измерения времени движения диска 3–4 раза и найдите среднее время движения $t_{ср}$.

Таблица 1 – Результаты измерений и вычислений

	H, м	t_1, с	t_2, с	t_3, с	$t_{ср}$, с	a, м/с^2	x	y	$I_{теор}$, кг·м^2
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									

6. Определите ускорение центра масс диска Максвелла из уравнения равноускоренного движения без начальной скорости по формуле

$$a_c = \frac{2h}{t^2}\left(1-2\sqrt{\frac{\Delta h}{h}}\right), \text{ где } \Delta h = 3\cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

7. Повторите пункты *2–6* для различных расстояний между кронштейнами. Рекомендуется использовать значения h в интервале 0,15–0,40 м с шагом 0,05 м. Полученные результаты запишите в таблицу.

8. Найдите среднее значение ускорения движения маятника (n – количество измерений).

$$a_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_{ci}}{n} = \quad .$$

9. Определите величину момента инерции маятника Максвелла I_c относительно оси, проходящей через центр масс, по формуле

$$I_c = Mr^2\left(\frac{g}{a_c}-1\right),$$

где M – масса системы, r – радиус вала, g = 9,81 м/с^2 – ускорение свободного падения.

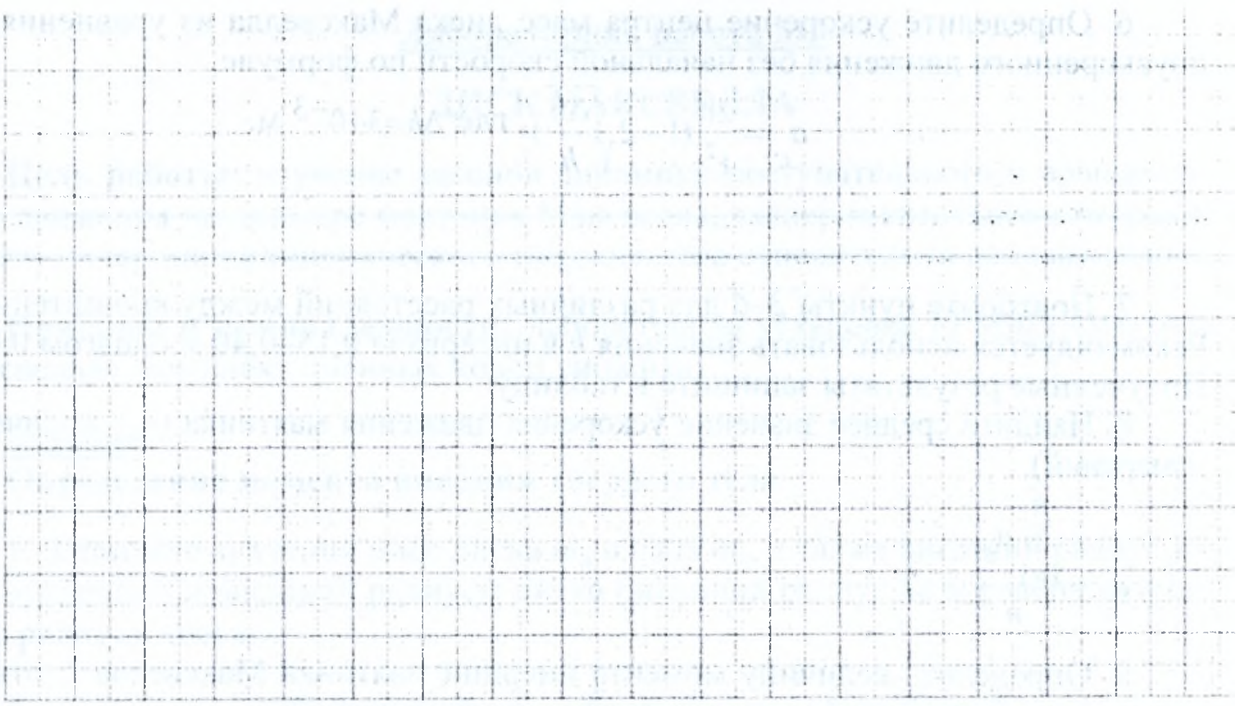
10. Определите величину момента инерции маятника Максвелла I_c методом наименьших квадратов. Согласно полученным в таблице 1 данным рассчитайте по формулам величины x_i,и y_i, а также x_iy_i и x_i^2. Полученные значения запишите в таблицу 2.

$x_i = \left(h_i - 2\sqrt{0{,}003h_i}\right)$; $y_i =$.

Таблица 2 – Результаты вычислений

	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
x_i									
y_i									
x_iy_i									
x_i^2									

Согласно полученным данным таблицы 2 постройте график зависимости $y = y(x)$ или $t^2 = f(h)$, откладывая значения x по оси абсцисс, а значения y – по оси ординат. Установите вид полученной функциональной зависимости $y = y(x)$: ________________.



Определите из графика угловой коэффициент A.

$$A = tg\gamma = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Вычислите величину момента инерции маятника Максвелла I_c по формуле:

$$I_c = (\frac{gA}{2} - 1)mr^2.$$

11. Согласно методу наименьших квадратов значение коэффициента A а A можно вычислить по формуле:

$$A = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum x_i^2} =$$

Зная значение коэффициента A, определите момент инерции I_c.

Сравните полученные значения момент инерции I_c, найденные в пунктах *9–11*, и сделайте соответствующий вывод.

12. Рассчитайте погрешность определения I_c по формуле

$$\Delta I_c = \sqrt{\left(r^2\left(\frac{g}{a_c}-1\right)\Delta m\right)^2 + \left(2mr\left(\frac{g}{a_c}-1\right)\Delta r\right)^2 + \left(\frac{mr^2 g}{a_c^2}\Delta a_c\right)^2},$$

учитывая для a_c лишь погрешности разброса; погрешности массы и радиуса намотки принять равными: $\Delta m = 1$ *г*; $\Delta r = 1$ *мм*.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Запишите определение и единицы измерения момента инерции твердого тела. Чему равен момент инерции диска?
2. Что такое центр масс системы? Сформулируйте теорему о движении центра масс.
3. Запишите определения и формулы потенциальной и кинетической энергий.
4. Сформулируйте основные законы сохранения в механике.
5. Что представляет собой маятник Максвелла? Запишите уравнение его движения.

Лабораторная работа М19

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы

Определение опытным путем момента инерции твердых тел правильной геометрической формы методом крутильных колебаний относительно оси симметрии.

Приборы и оборудование: установка для измерений, крутильный маятник, набор тел.

Задание 1

Определение периода колебаний рамки с грузами

1. Установите на направляющие два дополнительных груза (масса каждого m = 50 г) на одинаковом расстоянии R_I от оси вращения. Измерьте и запишите это расстояние в таблицу 1.

2. Измерьте время t_{Ii} десяти полных колебаний рамки маятника. Результаты измерений внесите в таблицу 1. Повторите опыт еще два раза.

3. Определите период колебаний рамки по формуле $T_{1i} = \frac{\langle t_{1i} \rangle}{10}$. Результаты расчетов занесите в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты измерений времени и вычислений периода колебаний (*масса груза m= 50 г; расстояние от груза до оси вращения R_I = ________м*)

Номер опыта	Время колебаний, с		Период колебаний, с		Средний период колебаний, с		Погрешность измерения периода, с		Границы доверительного интервала погрешности периода, с	
1	t_{11}		T_{11}		$\langle T_1 \rangle$		ΔT_{11}		ΔT_I	
2	t_{12}		T_{12}				ΔT_{12}			
3	t_{13}		T_{13}				ΔT_{13}			
Период колебаний $T_1 = \langle T_1 \rangle \pm \Delta T_1$ = (±), с.										

4. Найдите среднее значение периода колебаний $<T_I>$:

$<T_1>$ = ____.

5. Найдите абсолютную погрешность ΔT_{Ii} для каждого i-го значения изме- зме-ренной величины:

$\Delta T_{11} = T_{11} - < T_1> =$ ______________________________,

$\Delta T_{12} = T_{12} - < T_1> =$ ______________________________,

$\Delta T_{13} = T_{13} - < T_1> =$ ______________________________.

6. Определите среднеквадратическое отклонение величины ΔT_I (среднеквадратическую погрешность результата измерения S):

$$S_{13} = \sqrt{\frac{(\Delta T_{11})^2 + (\Delta T_{12})^2 + (\Delta T_{13})^2}{n \cdot (n-1)}},$$

где n – число измерений

S_{13} = ____

7. Определите границы доверительного интервала погрешности периода ΔT_I для серии из трех измерений (дополнительные сведения указаны в Приложении):

$$\Delta T_1 = t_{n,P} \cdot S_{13}$$

ΔT_1 = ____.

8. Запишите в таблицу 1 результат измерения в виде $T_1 = \langle T_1 \rangle \pm \Delta T_1$, используя правила округления результата измерения и его погрешности.

Задание 2

Определение периода колебаний рамки с измененным расстоянием от дополнительных грузов до оси вращения

1. Дополнительные грузы переместите на расстояние R_2 до оси вращения. Измерьте его и запишите в таблицу 2.

2. Измерьте время t_{2i} 10-ти полных колебаний рамки маятника. Результаты измерений внесите в таблицу 2. Повторите опыт еще два раза.

3. Определите период колебаний рамки по формуле $T_{2i} = \frac{\langle t_{2i} \rangle}{10}$. Результаты расчетов занесите в таблицу 2.

Таблица 2 – Результаты измерений времени и вычислений периода колебаний
(*масса груза m= 50 г; расстояние от груза до оси вращения R_2 = __________м*)

Номер опыта	**Время колебаний, с**		**Период колебаний, с**		**Средний период колебаний, с**		**Погрешность измерения периода, с**		**Границы доверительного интервала погрешности периода, с**	
1	t_{21}		T_{21}		$\langle T_2 \rangle$		ΔT_{21}		ΔT_2	
2	t_{22}		T_{22}				ΔT_{22}			
3	t_{23}		T_{23}				ΔT_{23}			
Период колебаний $T_2 = \langle T_2 \rangle \pm \Delta T_2 = ($ $\pm$ $)$, с.										

4. Найдите среднее значение периода колебаний $\langle T_2 \rangle$:

$\langle T_2 \rangle$ = ____.

5. Найдите абсолютную погрешность ΔT_{2i} для каждого i-го значения измеренной величины:

$\Delta T_{21} = T_{21} - \langle T_2 \rangle =$ ____,

$\Delta T_{22} = T_{22} - \langle T_2 \rangle =$ ____,

$\Delta T_{23} = T_{23} - \langle T_2 \rangle =$ ____.

6. Определите среднеквадратическое отклонение величины ΔT_2 (среднеквадратическую погрешность результата измерения S):

$$S_{23} = \sqrt{\frac{(\Delta T_{21})^2 + (\Delta T_{22})^2 + (\Delta T_{23})^2}{n \cdot (n-1)}};$$

$S_{23} =$ ____.

7. Определите границы доверительного интервала погрешности периода ΔT_2 для серии из трех измерений:

$$\Delta T_2 = t_{n,P} \cdot S_{23};$$

$\Delta T_2 =$

____.

8. Запишите в таблицу 2 результат измерения в виде $T_2 = \langle T_2 \rangle \pm \Delta T_2$, используя правила округления результата измерения и его погрешности.

Задание 3
Определение момента инерции рамки маятника I_p

Вычислите собственный момент инерции рамки маятника по формуле

$$I_p = 2m\frac{T_2^2 R_1^2 - T_1^2 R_2^2}{T_1^2 - T_2^2}.$$

$I_C =$ ____.

Задание 4
Определение крутильной жесткости проволоки k

Определите крутильную жесткость проволоки по формуле:

$$k = 8\pi^2 m\frac{R_1^2 - R_2^2}{T_1^2 - T_2^2}.$$

$k =$ ____.

Задание 5*
Определение моментов инерции твердых тел различной формы

1. При помощи прижимной пластины установите исследуемое тело на рамку маятника так, чтобы ось вращения проходила строго через центр инерции тела (*тело*____________________, *m* = ____________________).

2. Измерьте время t_{31} десяти полных колебаний рамки маятника. Повторите опыт еще два раза и запишите значения времени t_{32} и t_{33}. Результаты измерений занесите в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты измерений времени и вычислений периода колебаний

<table>
<tr><th>Номер опыта</th><th colspan="2">Время колебаний, с</th><th colspan="2">Период колебаний, с</th><th colspan="2">Средний период колебаний, с</th><th colspan="2">Погрешность измерения периода, с</th><th colspan="2">Границы доверительного интервала погрешности периода, с</th></tr>
<tr><td>1</td><td>t_{31}</td><td></td><td>T_{31}</td><td></td><td rowspan="3">$\langle T_3 \rangle$</td><td rowspan="3"></td><td>ΔT_{31}</td><td></td><td rowspan="3">ΔT_3</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>2</td><td>t_{32}</td><td></td><td>T_{32}</td><td></td><td>ΔT_{32}</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>t_{33}</td><td></td><td>T_{33}</td><td></td><td>ΔT_{33}</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="11">Период колебаний $T_3 = \langle T_3 \rangle \pm \Delta T_3 =$(±), с.</td></tr>
</table>

3. Определите периоды колебаний по формуле $T_{3i} = \frac{\langle t_{3i} \rangle}{10}$. Результаты расчетов занесите в таблицу 3.

4. Найдите среднее значение периода колебаний.

$\langle T_3 \rangle$ = ____.

5. Вычислите момент инерции тела I_m, используя следующую формулу

$$\langle T_3 \rangle = 2\pi \frac{\sqrt{I_p + I_m}}{\sqrt{k}}.$$

Вывод к лабораторной работе:

____

____

____

____

Контрольные вопросы

1. Какие основные физические величины характеризуют вращательное движение? Дайте им определение.
2. Что называют моментом инерции тела? В чем проявляется отличие момента инерции от массы тела?
3. Какие физические величины влияют на период колебаний тел, изучаемых в данной работе?
4. Сформулируйте теорему Гюйгенса – Штейнера.
5. Каков физический смысл имеет коэффициент угловой жесткости или модуля кручения оси (подвеса)?

<u>**Лабораторная работа Мол10**</u>

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА

Цель работы: изучение термодинамических процессов в идеальном газе; экспериментальное определение показателя адиабаты для воздуха методом адиабатического расширения Клемана-Дезорма; сравнение теоретического значения показателя адиабаты для воздуха и расчетного, полученного в результате эксперимента.

Приборы и принадлежности: манометр, стеклянный сосуд (колба), насос Камовского.

<u>**Задание**</u>

Определение показателя адиабаты воздуха

1. Закройте кран и с помощью насоса Камовского накачайте воздух в стеклянную колбу до максимального давления, показанного на манометре. Спустя ~2 мин. температура воздуха в колбе сравняется с комнатной. Измерьте установившееся значение перепада давления Δp_1, которое показывает манометр, и полученный результат занесите в таблицу.

2. Откройте кран и через 1–2 секунды быстро его закройте, при этом часть воздуха из колбы выйдет наружу.

3. Через 2–3 минуты, когда температура воздуха в колбе опять сравняется с комнатной, измерьте показания установившего перепада давления Δp_2. Полученный результат занесите в таблицу.

Таблица – Результаты измерений

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7
Δp_1							
Δp_2							
γ							

4. Повторите пункты *1-3* эксперимента не менее 5 раз. Полученные в каждом эксперименте результаты Δp_1 и Δp_2 занесите в таблицу.

5. Определите по формуле показатель адиабаты воздуха γ для каждого эксперимента. Полученное значение запишите в таблицу 2.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2};$$

$\gamma_1 =$ $\gamma_4 =$

$\gamma_2 =$ $\gamma_5 =$

$\gamma_3 =$ $\gamma_6 =$

Полученные экспериментально значения γ усредните: $\langle\gamma_{эксп}\rangle$=________________.

6. Вычислите теоретическое значение показателя адиабаты для воздуха при комнатной температуре по формуле (i – число степеней свободы молекулы, то есть число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве):

$$\gamma_{теор} = \frac{i+2}{i} = \qquad .$$

7. Сравните значения $\gamma_{теор}$ и $\gamma_{эксп}$. По полученному результату сделайте обоснованный вывод.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Запишите виды теплоемкостей и соотношения между ними.
2. Почему теплоемкость C_P больше, чем теплоемкость C_V? Запишите уравнение Майера.
3. Перечислите все изопроцессы и изобразите их графики в координатах (p, V), (p, T) и (V, T).
4. Что такое адиабатный процесс и показатель адиабаты?
5. Что такое политропный процесс и показатель политропы?
6. Постройте в (p, V)-координатах изотерму, адиабату и политропу. В чем их различие?
7. Сформулируйте первое начало термодинамики и запишите его для всех изопроцессов.

<u>Лабораторная работа Мол13</u>

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ГАЗА

Цель работы: изучение явления внутреннего трения в газе; освоение методов измерения параметров, характеризующих внутреннее трение газа; определение коэффициента вязкости воздуха по течению его через капилляр.

Приборы и принадлежности: установка для измерения коэффициента вязкости газа, мензурка, секундомер, термометр и барометр.

<u>Задание 1</u>

Определение коэффициента вязкости воздуха и характера течения воздуха в капилляре

Примечание перед началом работы количество проводимых опытов, интервал разности уровней жидкости в манометре, а также объем вытекающей воды согласуйте с преподавателем.

1. Приоткрывая кран, добейтесь такой скорости истечения жидкости из сосуда, чтобы перепад давлений на концах манометра был постоянен.

2. Измерьте от нуля вверх высоту водяного столба h_1 и от нуля вниз высоту водяного столба h_2. Вычислите разность уровней воды в манометре Δh, а затем разность давлений Δp в мм вод. ст. и Па (1 мм вод. ст. = 9,8 Па). Результаты измерений и расчетов занесите в таблицу.

Таблица – Результаты измерений

№	h_1, мм	h_2, мм	Δh, мм	Δp, мм вод. ст.	Δp, Па	τ, с	η, $\frac{кг}{м \cdot с}$	$\Delta\eta$, $\frac{кг}{м \cdot с}$	$\Delta\eta^2$, $\left(\frac{кг}{м \cdot с}\right)^2$
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

3. Убедившись в том, что заданный перепад давлений установлен и постоянен, подставьте под вытекающую из сосуда жидкость вместо лабораторного стакана мензурку и включите секундомер. Измерьте время τ, в течение которого в мензурку набирается вода объемом V= 100 см^3 (такой же объем газа проходит за это время через капилляр). Закройте кран и пополните сосуд водой, доведя ее уровень до исходного положения.

4. Повторите опыт не менее пяти раз. Для всех опытов рассчитайте динамический коэффициент вязкости воздуха по формуле $\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p \tau}{8lV}$.

Радиус капилляра R=________________, длина капилляра l=________________.

5. Рассчитайте среднее арифметическое из всех измеренных значений $\langle\eta\rangle$.

6. Оцените случайную абсолютную и относительную погрешности измерения η.

Результат запишите в виде $\eta = \langle\eta\rangle \pm \Delta\eta$ ______________________________

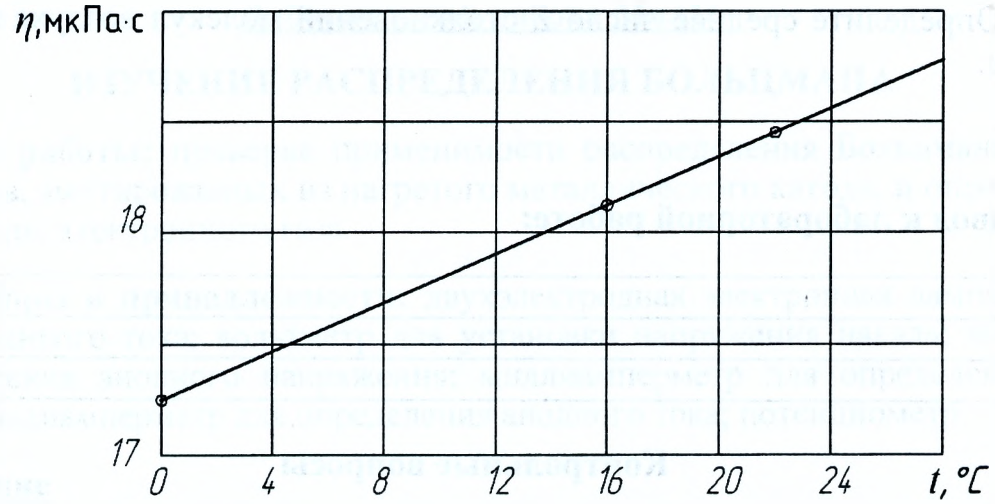
7. Определите число Рейнольдса (плотность воздуха ρ = 1,206 кг/м^3 при t = 20 °C).

$\mathrm{Re} = \frac{\rho u R}{\eta}$, где u – значение средней скорости течения воздуха в трубке;

$u = \frac{Q}{S}$, где $S = \pi R^2$ – площадь проходного сечения трубки.

На основании полученного результата сделайте вывод о характере течения газа в капилляре (ламинарный, переходный или турбулентный).

8. По графику, зная комнатную температуру воздуха, определите значение коэффициента динамической вязкости и сравните его со средним значением, полученным в опытах.



Зависимость динамической вязкости воздуха от температуры (справочные данные)

Вывод:____

____

Задание 2

Вычисление средней длины свободного пробега молекулы воздуха и ее эффективного диаметра. Определение среднего числа столкновений молекул воздуха в единицу времени

1. С помощью термометра и барометра измерьте температуру T и атмо- гмо- сферное давление p воздуха в лаборатории.

$T =$ ______________________________ $P =$ ______________________________

2. Вычислите среднеарифметическую скорость движения молекулы лы воздуха $\langle v \rangle$.

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\mu}} = \quad .$$

3. Определите концентрацию молекул воздуха n из выражения $p = nkT$.

4. Рассчитайте среднюю длину λ свободного пробега молекулы воздуха: $\lambda = \dfrac{3\langle \eta \rangle}{mvn}.$

5. Вычислите эффективный диаметр $d_э$ молекулы воздуха из выражения $\lambda = \dfrac{1}{\sqrt{2} n \pi d_э^2}$.

6. Определите среднее число Z столкновений молекул воздуха в единицу

6. Определите среднее число Z столкновений молекул воздуха в единицу времени:

$$z = \frac{v}{\lambda}.$$

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Что такое вязкость газа? Назовите единицу измерения коэффициента динамической вязкости. От чего он зависит?
2. Сформулируйте и запишите закон Пуазейля.
3. Запишите вывод формулы Пуазейля. В каких случаях ее можно применять?
4. Какое течение называется ламинарным, турбулентным?
5. Запишите выражение для числа Рейнольдса. При каком значении числа Рейнольдса осуществляется переход ламинарного течения в турбулентное в гладких трубах?
6. На каком явлении основан капиллярный метод определения коэффициента вязкости газов?

Лабораторная работа Мол16

ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

Цель работы: проверка применимости распределения Больцмана к газу электронов, эмитированных из нагретого металлического катода, и определение температуры электронного газа.

Приборы и принадлежности: двухэлектродная электронная лампа; источник постоянного тока; вольтметр для установки напряжения накала; вольтметр для измерения анодного напряжения; миллиамперметр для определения тока накала; миллиамперметр для определения анодного тока; потенциометр.

Задание
Определение температуры электронов

1. Включите измерительные приборы (время выхода измерительных приборов в рабочий режим – не менее 5 мин.). По указанию преподавателя установите напряжение накала лампы $U_н$ в пределах 4–5 В (время прогрева лампы 1–2 мин.) и зафиксируйте ток $I_н$ накала лампы.

$U_н$=____________________________; $I_н$=____________________________.

2. Меняя анодное напряжение U_a (с помощью потенциометра R), измерьте соответствующие значения анодного тока I_a.
Анодный ток при нулевом анодном напряжении равен I_{a0} = ____________________.
Результаты измерений и последующих вычислений занесите в таблицу.

Таблица – Результаты измерений и вычислений

№ п/п	$x_i=U_a$ (В)	I_a (мА)	$y_i=\ln\left(\frac{I_{a0}}{I_a}\right)$	$y_i\, x_i$	x_i^2
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
				$\sum_{i=1}^{n} y_i\, x_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$

3. На координатной плоскости (x,y) отметьте полученные точки и постройте экспериментальную зависимость $y_i=\ln\left(\frac{I_{a0}}{I_a}\right)$ от U_a.

Сделайте соответствующий вывод о характере полученной зависимости:

4. Определите угловой коэффициент a наклона прямой с помощью МНК или графически:

5. Вычислите температуру электронного газа $T_э$, принимая ее равной температуре нити накала лампы $T_н$:

$$T_н = 293 + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{U_н}{R_{20} I_н} - 1\right) = \quad .$$

Сопротивление нити накала катода лампы при температуре 20 °С: R_{20}=*1,8 Ом*. **Термический коэффициент сопротивления вольфрамовой нити: α= *4,8 10^{-3} K^{-1}***

6. Вычислите постоянную Больцмана k из выражения

$$k = \frac{e}{aT_H} = \quad .$$

7. Используя связь между постоянной Авогадро N_a, универсальной газовой постоянной R и постоянной Больцмана k, вычислите постоянную Авогадро:

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Какую зависимость описывает распределение Больцмана?

2. Запишите распределение Больцмана для газа, находящегося в потенциальном поле консервативных сил.

3. В чем состоит физический смысл постоянной Больцмана?

4. В каких координатах нужно строить график зависимости анодного тока от задерживающего напряжения? Почему?

5. Как по графику можно определить температуру электронов?

6. Распределение каких частиц и при каких условиях изучалось в опыте Ж. Перрена?

Лабораторная работа Мол17

ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ВОДЫ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ МЕТОДОМ РЕБИНДЕРА

Цель работы: изучение явления возникновения поверхностного натяжения в жидкостях; определение экспериментальным методом коэффициента поверхностного натяжения воды при различных температурах.

Приборы и принадлежности: экспериментальная установка для определения коэффициента поверхностного натяжения.

Задание

Определение коэффициента поверхностного натяжения воды в зависимости от температуры

1. Откройте отросток соединительной трубки (переходника), при этом уровни жидкости в коленах манометра выравниваются и устанавливается внутри прибора атмосферное давление.

2. Закрыв отросток, медленно открывайте кран аспиратора. Дождитесь того момента, когда в сосуде с исследуемой жидкостью из капилляра начнут выделяться пузырьки воздуха.

3. Когда частота образования пузырьков установится, определите разность высот жидкости в коленах манометра Δh_i. Отсчет производите не менее чем для десяти пузырьков.

$\Delta h_1 =$ ____________, $\Delta h_2 =$ ____________, $\Delta h_3 =$ ____________.

Найдите среднее значение Δh:

$$\Delta h = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta h_i}{n} = \quad .$$

4. Измерьте температуру жидкости в стакане $T_0 =$ __________.

5. Возьмите из таблицы значение коэффициента поверхностного натяжения σ_0 при температуре T_0: $\sigma_0 =$ ________________________________.

Из формулы $\sigma_0 = A\Delta h$ определите значение коэффициента пропорциональности (постоянной для данного прибора) A.

____

____

6. Включите нагрев. Спустя 1–2 минуты вода в стакане, в который погружен сосуд, начнет нагреваться. Согласовав заранее с преподавателем диапазон нагрева и шаг ($\Delta T =$ ________________), повторите пункты *2–4*. Результаты измерений занесите в таблицу.

7. Вычислите коэффициент поверхностного натяжения воды σ при заданных температурах по формуле $\sigma = A\Delta h$.

____

____

____

Таблица – Результаты измерений

	T, °C	Δh_1, мм	Δh_2, мм	Δh_3, мм	Δh_i, мм вод. ст.	σ, Н/м
1						
2						
3						
4						
5						
6						

8. Постройте график зависимости $\sigma = f(T)$.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Как объяснить возникновение сил поверхностного натяжения? Как направлена сила поверхностного натяжения?
2. От чего зависит коэффициент поверхностного натяжения?
3. Почему искривляется свободная поверхность жидкости у стенок сосуда? Какую форму она имеет в капилляре?
4. Что представляют собой поверхностно-активные вещества?
5. При каком условии жидкость смачивает твердое тело? Не смачивает?

<u>Лабораторная работа Мол20</u>

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Цель работы: изучение явления внутреннего трения (вязкости) жидкостей и измерение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса.

Приборы и принадлежности: стеклянный цилиндр с исследуемой жидкостью, вода, глицерин, секундомер, масштабная линейка.

<u>Задание 1</u>

Определение радиуса капли жидкости

1. Заполните шприц (капельницу) глицерином до объема 4–5 мл.

2. Посчитайте количество капель N глицерина, находящихся в объеме $V = 1$ мл (на шприце указаны деления), для этого медленно выдавливайте жидкость в пустой стакан. Повторите этот опыт еще три раза. Усредните полученные результаты и запишите в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты измерений и вычислений

глицерин					*вода*				
N₁	**N₂**	**N₃**	**N₄**	**N_ср**	**N₁**	**N₂**	**N₃**	**N₄**	**N_ср**

____

____

____

3. (*Выполняется по согласованию с преподавателем*). Возьмите другой шприц и повторите пункт *2* для дистиллированной воды.

4. Вычислите радиус капель по формуле $r = \sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi N_{cp}}}$:

$r_{гл}$ = ____,

$r_в$ = ____.

<u>Задание 2</u>

Определение скорости установившегося движения капли и коэффициента вязкости жидкости

1. Установите стеклянный цилиндр с исследуемой жидкостью на горизонтальную поверхность. Проверьте вертикальность цилиндра.

Примечание В качестве исследуемой жидкости в лабораторной работе применяется трансформаторное масло с плотностью $\rho_м$ = 800 кг/м³.

2. Выберите в средней части цилиндра две вертикальные метки M_1 и M_2. Измерьте с помощью масштабной линейки с точностью до 1 мм расстояние *h* между метками *h* = ________________.

3. Осторожно опуская каплю глицерина в цилиндр с жидкостью по возможности ближе к его оси, измерьте секундомером время ее движения между метками, нанесенными на цилиндре. Определите время ее падения на участке равномерного движения. Для этого, опустив каплю в цилиндр, быстро расположите глаза на уровне верхней отметки M_1 (при этом она должна слиться в прямую линию) и в момент прохождения капли мимо отметки включите секундомер. К этому времени движение капли уже будет равномерным. В момент прохождения капли мимо нижней отметки M_2 выключите секундомер и запишите время *t* ее падения.

4. Повторите опыт не менее 6 раз. Результаты измерений занесите в таблицу 2.

Таблица 2 – Результаты измерений и вычислений

глицерин (плотность $\rho_{гл}$ = 1200 кг/м³)							
№ п/п	**t, с**	**v, м/с**	**Δv, м/с**	**η, Па·с**	**Δη, Па·с**	**ϑ, м²/с**	**Δϑ, м²/с**
1							
2							
3							
4							
5							
6							
средние							

5. Для каждой капли глицерина вычислите скорость установившегося движения по формуле $v = \frac{L}{t}$.

v_1 = ______________________, v_2 = ______________________,
v_3 = ______________________, v_4 = ______________________,
v_5 = ______________________, v_6 = ______________________.

6. Вычислите значения коэффициента вязкости (внутреннего трения) исследуемой жидкости η в каждом из шести опытов по формуле

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 \frac{g}{v} (\rho_{гл} - \rho_{м}),$$

η_1 = ____,
η_2 ____,
η_3 = ____,
η_4 = ____,
η_5 = ____,
η_6 = ____.

7. Определите кинематическую вязкость исследуемой жидкости ϑ по по формуле $\vartheta = \frac{\eta}{\rho_м}$;

$\vartheta_1 =$ ____,
$\vartheta_2 =$ ____,
$\vartheta_3 =$ ____,
$\vartheta_4 =$ ____,
$\vartheta_5 =$ ____,
$\vartheta_6 =$ ____.

Результаты вычислений пунктов *5–7* запишите в таблицу 2.

8. Рассчитайте погрешности $\Delta\eta$ и $\Delta\vartheta$.

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

9. Запишите результаты вычисления величин η и ϑ в интервальной форме:

____
____.

10. Повторите измерения и расчеты для дистиллированной воды (пункты *3–9*). *-9).* Результаты измерений и расчетов занесите в таблицу3.

Таблица 3 – Результаты измерений и вычислений

дистиллированная вода (плотность $\rho_в$ = 1000 кг/м^3)							
№ п/п	**t, с**	**v, м/с**	**Δv, м/с**	**η, Па·с**	**Δη, Па·с**	**ϑ, м^2/с**	**Δϑ, м^2/с**
1							
2							
3							
4							
5							
6							
средние							

Скорость установившегося движения капли:

$v_1 =$ ____________________, $v_2 =$ ____________________,
$v_3 =$ ____________________, $v_4 =$ ____________________,
$v_4 =$ ____________________, $v_5 =$ ____________________.

Коэффициент вязкости (внутреннего трения) исследуемой жидкости η:

η_1 = ______________________________,
η_2 ______________________________,
η_3 = ______________________________,
η_4 = ______________________________,
η_5 = ______________________________,
η_6 = ______________________________.

Кинематическая вязкость исследуемой жидкости ϑ:

ϑ_1 = ______________________________,
ϑ_2 = ______________________________,
ϑ_3 = ______________________________,
ϑ_4 = ______________________________,
ϑ_5 = ______________________________,
ϑ_6 = ______________________________.

Рассчитайте погрешности $\Delta\eta$ и $\Delta\vartheta$.

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

Запишите результаты вычисления величин η и ϑ в интервальной форме:

____
______________________________.

11. Сравните результаты, полученные для воды и глицерина.

____
____
____

12. Дайте оценку в % влияния боковой стенки сосуда на результат, исполь- оль-
зуя формулу

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{gr^2t(\rho_{гл} - \rho_{м})}{h\left(1 + 2{,}4\frac{r}{R}\right)},$$

Для этого при помощи нитки замерьте в средней части цилиндр по периметру $L = 2\pi R$ и найдите радиус R цилиндра.

Вывод к лабораторной работе:

Контрольные вопросы

1. Какой физический смысл имеет коэффициент вязкости? От чего он зависит и в каких единицах измеряется в СИ?
2. Зависит ли коэффициент вязкости от температуры? Почему?
3. Какие силы действуют в жидкости на падающий шарик? Чему равна каждая из этих сил?
4. Как изменяется скорость движения шарика в зависимости от его радиуса?
5. Охарактеризуйте ламинарное и турбулентное движения жидкостей. Что такое число Рейнольдса?

Приложение 1

ЧИСЛЕННЫЕ ДАННЫЕ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ *М1А* «ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН»

Вариант численных данных к лабораторной работе *М1а* выбирается из таблицы *6* согласно вашему порядковому номеру в списке группы.

Доверительная вероятность P задана для каждого варианта отдельно и указана в таблице *1*. Погрешность измерения штангенциркулем высоты h составляет $\Delta h = 0{,}005$ мм, а стороны квадрата (или круга диаметром) $d - \Delta d = 0{,}025$ мм для всех вариантов.

Таблица 1 – Численные данные к лабораторной работе *М1а*

Номер опыта	***Вариант 1 (P = 0,9)***		***Вариант 2 (P = 0,95)***		***Вариант 3 (P = 0,95)***		***Вариант 4 (P = 0,95)***	
	d, мм	***h, мм***	***d, мм***	***h, мм***	***d, мм***	***h, мм***	***d, мм***	***h, мм***
1	10,01	7,34	35,11	7,34	50,35	12,02	1,34	12,03
2	10,55	7,01	35,78	7,98	50,10	12,94	1,31	12,44
3	9,98	7,12	35,28	7,11	50,22	12,41	1,21	13,41
4	10,34	7,67	35,14	7,89	50,85	12,86	1,55	11,66
5	10,67	7,93	35,67	7,02	50,05	12,12	1,45	12,12
6	10,91	7,25	35,97	7,56	50,92	12,04	1,92	13,07
7	8,12	9,12	38,01	5,12	50,17	12,98	1,27	12,95
8	12,67	5,32	35,01	7,96	50,12	12,83	1,98	12,33
9	10,13	7,83	39,04	9,01	55,25	10,36	5,25	8,36
10	10,78	7,02	35,12	7,16	53,00	9,31	3,01	2,31

Номер опыта	***Вариант 5 (P = 0,9)***		***Вариант 6 (P = 0,95)***		***Вариант 7 (P = 0,98)***		***Вариант 8 (P = 0,98)***	
	d, мм	***h, мм***	***d, мм***	***h, мм***	***d, мм***	***h, мм***	***d, мм***	***h, мм***
1	3,28	5,34	40,35	2,02	40,11	13,11	40,11	5,11
2	3,89	5,01	40,11	2,94	38,10	11,01	56,1	3,01
3	3,01	5,12	40,21	3,41	38,62	11,82	56,92	3,82
4	2,99	5,67	39,85	1,86	38,01	11,23	55,01	4,23
5	2,89	5,93	41,05	2,12	38,34	11,98	55,34	3,98
6	3,12	5,25	40,92	3,04	38,88	11,02	56,88	3,02
7	5,45	7,12	41,17	2,98	41,50	12,38	41,53	6,38
8	6,78	9,32	39,98	2,83	38,01	11,85	55,01	3,85
9	3,92	5,83	45,25	7,36	38,83	11,13	56,30	4,13
10	3,11	5,02	43,01	6,31	38,11	11,21	55,11	3,21

Номер опыта	Вариант 9 (P = 0,9)		Вариант 10 (P = 0,95)		Вариант 11 (P = 0,95)		Вариант 12 (P = 0,95)	
	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм
1	10,01	7,34	100,01	20,02	23,01	2,02	66,11	59,31
2	10,55	7,01	100,98	20,04	22,98	2,04	67,78	58,98
3	9,98	7,12	102,08	20,94	23,08	2,94	66,28	59,16
4	10,34	7,67	98,98	19,95	22,98	1,95	67,14	59,89
5	10,67	7,93	100,32	20,12	22,32	2,12	66,37	59,32
6	10,91	7,25	101,56	20,04	23,56	2,04	66,97	58,56
7	8,12	9,12	99,12	20,98	22,12	2,98	88,01	46,12
8	12,67	5,32	101,12	20,83	22,12	2,83	67,11	59,46
9	10,13	7,83	120,01	15,34	20,01	4,34	59,04	32,01
10	10,78	7,02	90,11	12,86	19,10	0,86	66,12	58,16

Номер опыта	Вариант 13 (P = 0,95)		Вариант 14 (P = 0,95)		Вариант 15 (P = 0,95)		Вариант 16 (P = 0,95)	
	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм
1	78,11	9,38	15,11	5,34	78,55	25,33	15,51	5,13
2	78,78	8,98	15,78	5,98	78,81	25,67	15,82	5,91
3	77,28	9,11	15,28	6,11	79,05	25,54	15,03	5,24
4	78,14	9,89	16,14	5,89	78,88	25,81	15,78	5,87
5	77,37	9,02	15,67	6,02	78,91	26,23	15,10	5,23
6	78,97	8,56	14,97	5,56	78,54	25,91	15,94	5,91
7	108,01	6,14	38,01	8,12	78,85	25,78	15,75	5,12
8	77,01	9,96	16,01	5,96	79,03	26,03	15,01	5,03
9	59,04	12,01	19,04	9,01	70,13	28,01	18,13	8,01
10	78,12	8,16	15,12	6,16	60,11	27,21	20,11	7,21

Номер опыта	Вариант 17 (P = 0,98)		Вариант 18 (P = 0,9)		Вариант 19 (P = 0,95)		Вариант 20 (P = 0,98)	
	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм
1	25,51	15,13	39,12	3,24	2,51	65,13	40,11	13,11
2	25,82	15,91	38,68	3,18	2,82	65,91	38,10	11,01
3	25,03	15,24	37,38	3,91	2,03	65,24	38,92	11,82
4	25,78	15,80	38,24	3,69	2,78	65,87	38,01	11,23
5	25,98	15,23	37,87	3,12	3,13	65,23	38,34	11,98
6	25,94	15,91	38,27	3,96	2,94	65,91	38,88	11,02
7	25,95	15,98	58,01	6,12	2,75	65,12	41,52	12,38
8	25,01	15,03	37,12	3,46	3,01	65,03	38,01	11,85
9	18,13	8,01	59,04	6,01	8,13	48,01	38,83	11,13
10	20,11	7,21	38,1	3,26	9,11	37,21	38,11	11,21

Номер опыта	Вариант 21 (P = 0,98)		Вариант 22 (P = 0,95)		Вариант 23 (P = 0,9)		Вариант 24 (P = 0,95)	
	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм
1	7,11	8,11	2,51	65,13	53,28	25,34	35,11	3,35
2	7,19	10,01	2,82	65,91	54,89	26,01	35,78	3,18
3	7,92	10,52	2,03	65,24	53,01	25,12	35,28	4,01
4	8,01	10,23	2,78	65,87	23,99	26,67	36,14	3,91
5	7,34	10,96	3,10	65,23	53,89	25,93	35,67	4,12
6	7,88	10,12	2,94	65,91	54,12	25,25	34,97	3,56
7	4,50	16,38	2,75	65,12	45,45	17,12	18,01	8,12
8	7,01	10,65	3,01	65,03	36,78	1932	36,01	3,96
9	7,83	10,16	8,13	45,01	53,92	25,83	19,04	7,01
10	7,10	10,21	9,11	37,21	54,11	26,02	35,11	3,35

Номер опыта	Вариант 25 (P = 0,98)		Вариант 26 (P = 0,95)		Вариант 27 (P = 0,95)		Вариант 28 (P = 0,9)	
	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм
1	4,11	78,11	25,51	15,13	108,11	1,34	12,01	6,34
2	6,14	73,01	25,82	15,91	108,78	0,98	12,55	6,01
3	5,92	73,82	25,03	15,24	107,28	1,11	10,98	5,12
4	5,01	74,23	25,78	15,81	108,44	1,89	12,34	7,01
5	5,34	73,98	25,90	15,23	107,07	1,02	11,67	6,93
6	6,83	73,02	25,94	15,91	108,97	0,56	12,91	6,25
7	4,50	70,38	25,95	15,98	88,01	2,12	8,12	9,12
8	5,01	73,85	25,01	15,03	107,91	1,96	7,67	2,32
9	6,83	74,13	18,13	8,01	59,04	5,01	12,13	6,83
10	5,11	73,21	20,11	7,21	108,12	1,16	11,78	7,02

Номер опыта	Вариант 29 (P = 0,95)		Вариант 30 (P = 0,95)	
	d, мм	h, мм	d, мм	h, мм
1	53,11	12,32	158,38	5,31
2	52,48	12,14	154,18	6,11
3	53,18	12,84	155,21	5,13
4	52,88	11,45	152,99	6,97
5	52,32	12,52	156,89	5,99
6	53,53	12,81	152,12	5,55
7	52,12	12,18	140,43	7,12
8	52,15	12,03	136,78	9,32
9	30,01	14,44	155,92	5,93
10	29,13	10,85	156,11	6,12

Приложение 2

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Современный инженер должен уметь оценить погрешность результатов измерений с учетом требуемой надежности. Поэтому большое внимание уделяется обработке полученных результатов измерений. Знакомство с основными методами расчета погрешностей – одна из главных задач лабораторного практикума.

1.1 ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Основным методом получения информации об изучаемых явлениях в физике является эксперимент, т. е. наблюдение явления в точно контролируемых условиях, позволяющих следить за его ходом и воссоздавать необходимое число раз при повторении этих условий. Количественную информацию о явлении дает ***измерение*** – определение значения физической величины, характеризующей явление опытным путем с помощью специальных технических средств. Измерения бывают *прямые и косвенные.*

Прямое измерение – измерение, в котором искомое значение физической величины находят непосредственно с помощью измерительных приборов. Например, измерение длины линейкой, штангенциркулем; массы – весами; времени – секундомером и т. д.

Косвенное измерение – измерение, при котором искомое значение физической величины находят как функцию одной или нескольких прямым образом измеряемых величин. Например, определение плотности вещества по массе и объему и т. д.

Вследствие неточности приборов и трудностей учета всех побочных явлений при измерениях всегда возникают ошибки измерений, т.е. измеренное значение $x_{изм}$ почти всегда отличается от истинного значения $x_{ист}$.

Ошибка δx измерения – отклонение результата измерения физической величины x от ее истинного значения:

$$\delta x = x_{изм} - x_{ист}\,. \tag{1}$$

Рассмотрим подробно ошибки измерений, возникающие в процессе эксперимента. Все ошибки можно систематизировать по двум основным признакам: по месту возникновения и по характеру проявления (рисунок 1).

Методическая ошибка – ошибка, возникающая из-за несовершенства методов измерения и обработки результатов. Например, часто пренебрегают трением, сопротивлением соединительных проводов и измерительных приборов и т. д.

Приборная ошибка – ошибка, обусловленная несовершенством (ограниченной точностью) применяемых средств измерения.

Личная ошибка – ошибка, обусловленная индивидуальными особенностями экспериментатора, несовершенством его органов чувств, и проявляющаяся, например, в неправильном отсчитывании десятых долей шкалы прибора.

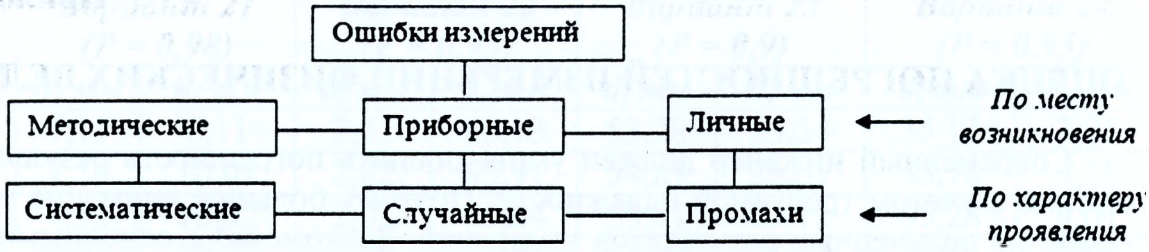


Рисунок 1 – *Классификация погрешностей измерений*

Систематическая ошибка – ошибка, которая остается постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины.

<u>Основные причины возникновения систематических ошибок:</u>

✓ *Неисправность измерительного прибора* – такого устройства, с помощью которого осуществляется сравнение измеряемой величины с единицей измерения. В любом приборе заложена та или иная систематическая ошибка, возникающая по ряду причин, например, изогнута стрелка прибора или перед началом работы стрелка прибора не была установлена в нулевое положение и т. д. Поэтому такие систематические ошибки либо увеличивают, либо уменьшают результат, т.е. они характеризуются постоянством знака. В том случае, когда известна причина ее возникновения, необходимо ее устранить с помощью ремонта или регулировки прибора, а если это невозможно, то учесть, вводя соответствующую поправку к результату отсчета.

✓ *Неточность метода исследования или использование для вычислений неточных зависимостей (формул).* Например, часто не учитываются изменения условий, в которых производятся измерения (температура, давление и т. п.). Ошибки метода, если они известны, могут быть устранены путем использования более точного метода измерения или получения более точной формулы.

✓ *Свойства самого объекта измерения.* Например, такая ошибка может возникнуть, если измерять диаметр цилиндра несколько раз, но в одном и том же месте. Правильнее будет измерять диаметр в различных местах и брать среднее значение.

✓ *Упущения различного рода экспериментатора.* Такие систематические ошибки будут уменьшаться, если экспериментатор выработает в себе такие качества, как внимательность и аккуратность, что крайне необходимо инженеру. Поэтому студент технического вуза уже с первого курса должен выработать их в себе, используя с этой целью все занятия, в том числе и практикум по физике.

Случайная ошибка – ошибка, которая вызывается действием не поддающихся контролю многочисленных, независимых друг от друга факторов. Ее возникновение обусловлено большим количеством одновременно действующих факторов, общий эффект которых неупорядоченно влияет на процедуру измерения и не может быть учтен заранее, т. е. точное предсказание результата невозможно. К числу таких факторов можно отнести, например, физиологические изменения органов чувств экспериментатора, а также различные не учитываемые изменения в среде (вибрации, колебание температуры, движение воздуха, электрические и магнитные свойства), люфт и трение в измерительных приборах и т. д. *При наличии случайных ошибок единичное измерение недопустимо.* Поэтому повторяемость измерений позволяет обнаружить характерную закономерность результатов, их определенную устойчивость, которая и служит основой для математической обработки экспериментальных данных, вычисления случайных погрешностей всех измерений.

Промах или грубая ошибка – ошибка измерения, которая оказывается значительно больше ожидаемой при данных условиях. Промахи возникают вследствие неправильных действий экспериментатора, например, сделан неверно или небрежно отсчет, неверно записан результат измерения, допущена ошибка при вычислении, снятии показаний прибора и т. д. Наблюдения, содержащие промахи, обязательно должны быть исключены из результатов измерений, как не заслуживающие доверия.

Погрешность Δx *измерения – это количественная мера неизвестной экспериментатору ошибки измерения* δx. Количественно Δx можно задать как наибольшую по модулю ошибку так, чтобы выполнялось неравенство

$$|\delta x| \le \Delta x\,. \qquad (2)$$

Тогда из выражений (1) и (2) следует, что истинное значение измеряемой величины лежит в интервале:

$$x_{изм} - \Delta x \le x_{ист} \le x_{изм} + \Delta x\,. \qquad (3)$$

Однако опыт показывает, что нерационально выбирать Δx столь большим, чтобы равенства (2) и (3) выполнялись абсолютно надежно. Действительно, чем больше Δx, тем менее ценным является результат. Поэтому величину Δx задают так, чтобы неравенства (2) и (3) выполнялись с некоторой вероятностью P, т. е. при многократном повторении опыта в одних и тех же условиях в среднем в P случаях из 100 ошибки не превысят Δx.

Интервал значений величины x, заданный соотношением (3), называется ***доверительным интервалом***, а вероятность P – ***доверительной вероятностью*** или ***надежностью***, соответствующей этому доверительному интервалу.

По способу учета в лабораторном практикуме погрешности делятся:

На поправку $\Delta x_{попр}$. Вводится тогда, когда известна или найдена величина и знак систематической ошибки. Например, если известна неточность градуировки прибора (указана в паспорте или графике поправок), то на нее вводится поправка.

Погрешность разброса $\Delta x_{разб}$ учитывает те случайные ошибки, которые приводят к разбросу результатов около некоторого среднего значения при многократном повторении опыта в неизменных условиях.

К погрешностям разброса можно отнести также погрешности, связанные с грубостью принятой математической модели.

Погрешность прибора $\Delta x_{пр}$ учитывает неизвестные экспериментатору систематические ошибки конкретного прибора, связанные с его конструктивными особенностями.

Погрешность отсчета и округления $\Delta x_{окр}$ учитывает те случайные ошибки, которые вызваны округлением результатов и несовершенством органов чувств экспериментатора.

Таким образом, ***задача элементарной обработки результатов измерений заключается в установлении интервала, внутри которого с заданной вероятностью находится истинное значение измеряемой физической величины.***

Систематические погрешности можно устранить или учесть, промахи (ошибки) следует отбросить, а случайные погрешности необходимо учитывать путем специальной математической обработки результатов, полученных при измерении.

Полная абсолютная погрешность прямого измерения рассчитывается по формуле

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{пр}^2 + \Delta x_{окр}^2 + \Delta x_{разб}^2}\,. \tag{4}$$

Кроме этого, возможны ситуации, когда погрешность какого-то типа значительно меньше остальных или вообще в эксперименте отсутствует.

Однако величина абсолютной погрешности Δx не всегда удобна для характеристики точности измерений и получаемых результатов. В связи с этим, а также из-за неудобства сравнения точности измерения разных величин, например длины и времени, вводят относительную погрешность измерения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{ист.}} \approx \frac{\Delta x}{x_{изм.}} \text{ или } \varepsilon \approx \frac{\Delta x}{x_{изм.}} \cdot 100\%\,. \tag{5}$$

Относительная погрешность может быть выражена либо в долях, например $\varepsilon = 0{,}01$, либо в процентах $\varepsilon = 1\%$.

Окончательный результат измеряемой физической величины записывается в виде

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x \tag{6}$$

и имеет достоверность на уровне ***P***.

1.2 РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Оценка погрешностей прямых измерений и определение интервала, внутри которого с заданной вероятностью лежит истинное значение физической величины, проводится по результатам ее многократных измерений и определяется по формуле (4).

Расчет погрешности разброса $\Delta x_{разб}$. Пусть произведено ***n*** наблюдений, т. е. единичных измерений физической величины ***x***, в неизменных условиях и полученные результаты записаны в ряд $x_1, x_2 \ldots x_n$. Считается, что среднее арифметическое значение результатов измерений величины ***x*** наиболее близко к истинному значению измеряемой величины:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i\,, \tag{7}$$

где номер ***i*** меняется от 1 до ***n*** (часто пишут i=1,2…n).

Пусть $\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle$ случайное отклонение (погрешность) результата i-го измерения от среднего значения. Тогда вычислив квадраты погрешностей каждого измерения Δx_i^2 и их сумму, определим величину, равную

$$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i^2}\,, \tag{8}$$

и назовем ее ***средней квадратичной погрешностью единичного измерения***.

В теории вероятностей и математической статистике доказывается, что случайные отклонения результатов единичных измерений от среднего, т. е. Δx_i, в хорошо проведенном опыте не должны превосходить $3S$. Если в каком-то наблюдении получено $\Delta x_i > 3S$, то это наблюдение должно считаться *промахом*.

Средней квадратичной погрешностью всей серии n наблюдений называется величина, вычисленная по формуле

$$S_n=\frac{S}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i^2}\,. \tag{9}$$

Согласно математической статистике погрешность разброса связана со средней квадратичной погрешностью всей серии наблюдений S_n соотношением:

$$\Delta x_{разбр}=t_{n,P}\cdot S_n\,, \tag{10}$$

где множитель $t_{n.P}$ – коэффициент Стьюдента;
индекс n – число измерений,
индекс P – доверительная вероятность.

Коэффициент Стьюдента $t_{n.P}$ зависит от степеней свободы $df = n-1$ и доверительной вероятности P, в случае если число измерений невелико ($n<30$). В противном случае (число измерений велико или стремиться к бесконечности $n \to \infty$), коэффициент Стьюдента t_n зависит только от доверительной вероятности P.

Значения коэффициентов $t_{n.P}$ для вероятности P приведены в таблице 2. Для большинства выполняемых в лабораторном практикуме нами работ будем считать доверительную вероятность P равной 0,95.

Таблица 2 – Значение коэффициента Стьюдента при различных n чисел измерений и доверительной вероятности P

n	*a*					*n*	*a*				
	0,8	**0,9**	**0,95**	**0,98**	**0,99**		**0,8**	**0,9**	**0,95**	**0,98**	**0,99**
3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,9	*7*	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7
4	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	*8*	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5
5	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6	*9*	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4
6	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	*10*	1,4	1,8	2,3	2,8	3,3

Из таблицы *2* видно, что чем больше проведено измерений, тем уже доверительный интеграл, т. е. тем точнее измерения.

Расчет погрешности прибора $\Delta x_{пр}$. Для характеристики большинства измерительных приборов часто и используют понятие ***класс точности прибора*** – отношение абсолютной погрешности прибора $\Delta x_{пр}$ к предельному значению $\Delta x_{пред}$ измеряемой величины:

$$K = \frac{\Delta x_{пр}}{\Delta x_{пред}}, \qquad (11)$$

где $\Delta x_{пред}$ – наибольшее значение измеряемой величины, которое может быть измерено по шкале прибора.

Класс точности ***K*** указывается на шкале прибора и является относительной погрешностью, выраженной в процентах.

Все приборы можно разделить на семь классов точности: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4. Приборы класса точности 0,1; 0,2; 0,5 применяются для точных лабораторных измерений и называются прецизионными. В технике применяют приборы классов 1; 1,5; 2,5 и 4 (технические). Если на шкале подобного обозначения нет, то данный прибор внеклассный, т. е. его приведенная погрешность более 4 %.

Таким образом, узнав класс точности ***K*** по шкале прибора и его предельное значение, получим абсолютную погрешность прибора:

$$\left|\Delta x_{пр}\right| = \pm\left(\frac{K}{100}\right)\Delta x_{пред}. \qquad (12)$$

В тех случаях, когда на приборе класс точности не указан, абсолютная погрешность принимается равной половине цены наименьшего деления. Так, при измерении линейкой, наименьшее деление которой 1 мм допускается ошибка 0,5 мм. Для приборов, имеющих нониус, за приборную ошибку принимается точность, определяемая нониусом (для стандартного штангенциркуля – 0,1 мм, для микрометра – 0,01 мм).

Расчет погрешности отсчета и округления $\Delta x_{окр}$. При доверительной вероятности $P = 0,95$ она может быть принята равной половине цены деления шкалы прибора при округлении до целого деления и 0,3 от цены деления – при округлении до половины деления.

1.3 РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В большинстве случаев величину, необходимую получить в лабораторной работе, нельзя определить прямыми измерениями. В этом случае искомая величина определяется косвенными измерениями, т. е. вычисляется из результатов прямых измерений других величин, которые связаны с ней известной зависимостью.

Пусть величина A связана с прямо измеряемыми величинами x, y, z соотношением $A = f(x, y, z)$, где x, y, z – переменные (параметры), определенные прямыми измерениями и равные $x = \bar{x} \pm \Delta x$, $y = \bar{y} \pm \Delta y$ и $z = \bar{z} \pm \Delta z$ соответственно.

Тогда получаем, что величина косвенных измерений равна $A_{ср} = \bar{A} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$.

Для определения абсолютных и относительных погрешностей искомой величины A при косвенных измерениях можно воспользоваться формулами дифференцирования, поскольку формулы расчета погрешностей получаются в том же приближении, что и формулы для дифференциала функции.

<u>Для этого необходимо воспользоваться общим правилом:</u>

1. Найти полный дифференциал функции $A = f(x, y, z)$

$$dA = \frac{\partial A}{\partial x}dx + \frac{\partial A}{\partial y}dy + \frac{\partial A}{\partial z}dz. \tag{13}$$

В формуле (13) выражение $\partial A / \partial x$ означает частную производную функции f по переменной x, т. е. вычисляется производная $\partial A / \partial x$, когда все остальные переменные y, z считаются параметрами (константами). Значения соответствующих частных производных в формуле (13) находятся при подстановке вместо переменных x, y, z значений $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$.

2. Определить абсолютную погрешность, заменив знак дифференциала d на знак абсолютной погрешности Δ и подставляя в формулу

$$\Delta A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial z}\Delta z\right)^2}. \tag{14}$$

3. Вычислить относительную погрешность измерения искомой величины $\varepsilon = \frac{dA}{A}$.

В таблице *3* представлены некоторые выражения для вычисления абсолютных и относительных погрешностей косвенных измерений.

Таблица 3 – Формулы для вычисления абсолютных и относительных погрешностей косвенных измерений

Функция	Абсолютная погрешность, ΔA	Относительная погрешность
$A = x \pm y$	$\Delta A = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$	$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{x \pm y}$
$A = x \cdot y$	$\Delta A = \sqrt{(y\Delta x)^2 + (x\Delta y)^2}$	$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$
$A = \frac{x}{y}$	$\Delta A = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{y}\right)^2 + \left(\frac{x}{y^2}\Delta y\right)^2}$	$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$
$A = x^m \cdot y^n$	$\Delta A = \sqrt{m^2(x^{m-1}\Delta x)^2 + n^2(y^{n-1}\Delta y)^2}$	$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{m^2\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + n^2\left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$
$A = \ln(x)$	$\Delta A = \frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta x}{x\ln(x)}$
$A = e^x$	$\Delta A = e^x \Delta x$	$\frac{\Delta A}{A} = \Delta x$
$A = \sin(x)$	$\Delta A = \Delta x \cdot \cos(x)$	$\frac{\Delta A}{A} = \Delta x \cdot ctg(x)$
$A = \cos(x)$	$\Delta A = \Delta x \cdot \sin(x)$	$\frac{\Delta A}{A} = \Delta x \cdot tg(x)$

Из таблицы *3* видно, что в некоторых случаях для вычисления косвенных измерений удобно пользоваться формулами для абсолютных погрешностей (сумма, разность, тригонометрические функции), а в некоторых – формулами для относительных погрешностей (произведение, частное, выражения, содержащие степень). Если величина *A* имеет более сложную зависимость, чем представленную в таблице *3*, то необходимо пользоваться общим правилом либо компоновать выражения из таблицы.

Приложение 3

ГРАФИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

При обработке результатов измерений широко используют методы графического изображения (графики, диаграммы, гистограммы). Данные методы дают наиболее наглядное представление о результатах экспериментов и позволяют лучше понять физическую сущность исследуемых процессов, выявить общий характер функциональной зависимости изучаемых переменных величин.

Назначение графиков – наглядное представление результатов, поэтому основное к ним требование – аккуратное и четкое исполнение. Графики строят на миллиметровой бумаге, готовой координатной сетке. Размер бумаги определяется интервалом измерения исследуемых величин и выбранным для них масштабом (***но не наоборот!***).

Графики должны легко читаться, поэтому их оформление должно соответствовать общепринятым правилам.

Выбор координатных осей и нанесение масштаба. В качестве координатных осей следует использовать прямоугольную рамку. По оси абсцисс всегда откладывают значение аргумента (независимой переменной) x, а по оси ординат – значение функции (функциональной зависимости) $y = F(x)$. Координатные оси могут быть представлены в следующем виде: *оси со стрелками и оси без стрелок (в этом случае оканчиваются координатными штрихами).* Обычно на осях делают 5÷10 делений, рядом с делениями наносят их числовые значения, обычно с противоположной стороны оси. ***Измеренные значения на шкалы не наносят!***

Значения переменных величин можно откладывать в линейном и нелинейном (например, логарифмическом) масштабах. При выборе масштаба необходимо придерживаться следующих рекомендаций:

❖ Масштаб выбирают удобным для считывания, он сохраняется на всей оси (или до точек разрыва оси, если они есть). За единицу масштаба обычно выбирают числа не более чем из двух цифр, заканчивающиеся на 1, 2, 5.

❖ В случае очень больших или очень малых величин множители, определяющие порядок чисел, т. е. *масштабный множитель 10·n, выносят в множитель к символу измеряемой величины или в единицу ее измерения.* Кроме того, знак показателя степени масштабного множителя *n* для данных двух вариантов будет противоположен.

❖ На каждой координатной оси приводят только тот интервал измерения (минимальные и максимальные значения) физической величины, в котором велось исследование. Не обязательно, чтобы на графике помещалось начало координат. Если и горизонтальная и вертикальная оси начинаются с нуля, «0» наносят только один раз.

❖ Масштаб выбирается таким образом, чтобы угол наклона графика был близок к 45°, график должен занимать практически все поле чертежа, т. е. должно быть соответствие между протяженностью кривой и размером.

Обозначения изображаемых переменных величин и их единиц измерения. Переменную величину можно обозначить:

❖ Наименованием или наименованием и символом, т. е. написать словами то, что отложено по осям. Располагается такая надпись *вдоль оси, по ее центру.*

❖ Символом или символьным математическим выражением (например, *R, C, U* или sin*t*). Символы должны быть общепринятыми или разъяснены в подписи к графику, их следует располагать *горизонтально вне зависимости от ориентации самой оси.*

❖ Единицы измерения величин располагаются сразу после обозначения изображаемой переменной через запятую или в скобках, и указываются в унифицированном сокращенном виде (рисунок 1).

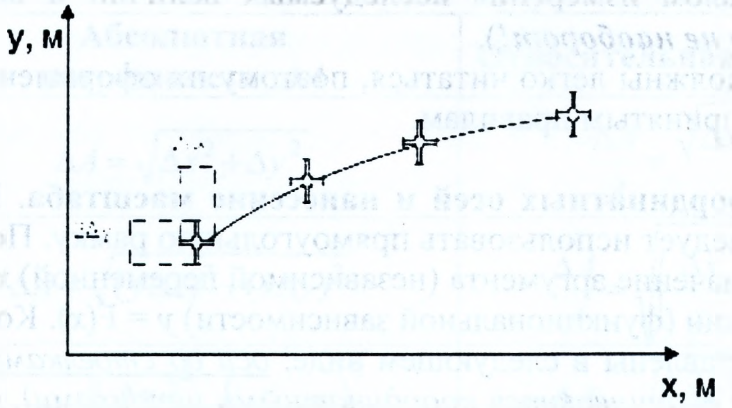


Рисунок 1 – *Оформление графика*

Нанесение экспериментальных точек и их ошибок. На график наносятся все экспериментально полученные точки максимально четко и крупно (выносные линии не проводятся). Если на графике показаны несколько наборов точек, соответствующих разным величинам или разным условиям эксперимента, каждый набор нужно показать своими символами (кружки, крестики, квадраты, треугольники и т. д.).

Для каждой точки на графике указывают погрешности в виде отрезков, длиной в одно стандартное отклонение (ошибку). Погрешность можно указывать для одной или двух переменных. Их наличие обеспечивает необходимую точность использования графика для количественной обработки экспериментальных данных, в противном случае – это всего лишь качественная иллюстрация.

Проведение экспериментальной кривой. Только сами точки являются единственным экспериментальным результатом. Непрерывная кривая, проведенная по ним, является лишь интерпретацией, которая может оказаться и неверной, в случае если точек мало. Если заранее известен ожидаемый аналитический вид измеряемой зависимости, то экстраполяционную кривую можно провести методом наименьших квадратов.

При построении экспериментальной кривой необходимо придерживаться следующих правил:

❖ Кривая должна быть как можно более простой (как можно меньше минимумов и максимумов, перегибов). Если можно – провести прямую.

❖ Если известна теоретическая зависимость – построить ее на графике и попытаться провести аналогичную кривую через экспериментальные точки.

❖ Поскольку измерения были проведены с погрешностями, не обязательно соединять кривой сами экспериментальные точки: кривая лишь должна пройти в пределах ошибок измерений. ***Не следует стремиться проводить кривую через каждую точку, т. е. ломаную линию.***

❖ Если на одном графике строят несколько кривых, то используют различные линии (различные цвета, цифровые, буквенные или другие обозначения).

❖ Если какая-нибудь точка выпадет из графика, то такое допустимо. Если есть возможность, лучше повторить измерения в выпавшей точке и ее окрестностях – возможно, это и не ошибка эксперимента, и данное отклонение графика существенно.

Оформление графиков. Каждый график должен иметь краткую подпись (обязательно внизу), поясняющую его содержание и обозначение показанных величин. На поле самого графика допускается размещение краткой текстовой или иной существенной информации, облегчающей понимание результатов.

В выполняемых лабораторных работах графики выполняются на миллиметровой бумаге, все линии и надписи выполняются карандашом, чертежным шрифтом.

Приложение 4

МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Метод наименьших квадратов (МНК) часто используется на практике при анализе статистических данных для выявления функциональной зависимости между несколькими наблюдаемыми величинами, а также для моделирования процесса, заданного таблицей экспериментальных данных, и построения функции, приближенно описывающей этот процесс. Такая функция называется аппроксимирующей функцией (регрессией), а сама задача построения аппроксимирующих функций – задачей аппроксимации.

Согласно МНК аппроксимирующая функция определяется из условия минимума суммы квадратов отклонений расчетной аппроксимирующей функции ξ_i от заданного массива экспериментальных данных, которое запишем в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^{n}\xi_i^2=\sum_{i=1}^{n}\left(F(x_i)-y_i\right)^2\to\min, \qquad (15)$$

где $F(x_i)$ – значения расчетной аппроксимирующей функции в узловых точках x_i;

y_i – заданный массив экспериментальных данных в узловых точках x_i;

n – количество заданных табличных значений.

Данный критерий обладает дифференцируемостью и обеспечивает единственное решение задачи аппроксимации при полиномиальных аппроксимирующих функциях.

Предположим, что между двумя величинами x и y существует функциональная связь вида $y = F(x)$. В зависимости от условий задачи аппроксимирующая функция представляет собой многочлен степени m:

$$F_m(x)=a_0+a_1x+a_{m-1}x^{m-1}+\ldots+a_mx^m. \qquad (16)$$

Степень аппроксимирующей функции m не зависит от числа узловых точек, но ее размерность должна быть всегда меньше размерности (количества точек) заданного массива данных, т. е. $1 \leq m \leq n-1$.

В случае если степень аппроксимирующей функции $m = 1$, то табличную функцию аппроксимируют прямой линией (линейная регрессия).

В случае если степень аппроксимирующей функции $m = 2$, то табличную функцию аппроксимируют квадратичной параболой (квадратичная аппроксимация).

В случае если степень аппроксимирующей функции $m = 3$, то табличную функцию аппроксимируют кубической параболой (кубическая аппроксимация).

В общем случае, когда необходимо построить аппроксимирующий многочлен степени m для заданных табличных значений, условие минимума суммы квадратов отклонений по всем узловым точкам переписывается в следующем виде:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(a_0 + a_1 x + a_{m-1} x^{m-1} + \ldots + a_m x^m - y_i\right)^2 \to \min, \qquad (17)$$

где (x_i, y_i) – координаты узловых точек таблицы;

a_j $(j = 0,\ldots,m)$ – неизвестные коэффициенты аппроксимирующего многочлена степени m.

Необходимым условием существования минимума функции является равенство нулю ее частных производных по неизвестным переменным a_j $(j = 0,\ldots,m)$. В результате получается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a} = 2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} \left(a_0 + a_1 x + a_{m-1} x^{m-1} + \ldots + a_m x^m - y_i\right) = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial a_1} = 2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} \left(a_0 + a_1 x + a_{m-1} x^{m-1} + \ldots + a_m x^m - y_i\right) = 0 \\ \ldots \\ \dfrac{\partial S}{\partial a_m} = 2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} \left(a_0 + a_1 x + a_{m-1} x^{m-1} + \ldots + a_m x^m - y_i\right) = 0 \end{cases}. \qquad (18)$$

Преобразовав линейную систему уравнений (18) (раскрыв скобки и перенеся свободные слагаемые в правую часть выражения), получаем:

$$\begin{cases} a_0 \cdot n + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i + ... + a_{m-1} \sum_{i=1}^{n} x_i^{m-1} + a_m \sum_{i=1}^{n} x_i^m = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + ... + a_{m-1} \sum_{i=1}^{n} x_i^m + a_m \sum_{i=1}^{n} x_i^{m+1} = \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot x_i \\ a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i^m + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^{m+1} + ... + a_{m-1} \sum_{i=1}^{n} x_i^{2m-1} + a_m \sum_{i=1}^{n} x_i^{2m} = \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot x_i^m \end{cases}. \tag{19}$$

В результате система линейных уравнений имеет размерность $m+1$ и состоит из $m+1$ неизвестных. Данная система может быть решена с помощью метода Гаусса, метода подстановки или метода Крамера (если переписать систему уравнений в матричном виде). В результате решения будут найдены неизвестные параметры аппроксимирующей функции a_j $(j = 0,...,m)$, обеспечивающие минимальную сумму квадратов отклонений аппроксимирующей функции от исходных данных, т. е. наилучшее возможное квадратичное приближение.

Для примера рассмотрим аппроксимацию линейной функцией. Любую линейную функцию можно записать уравнением $y = a{\cdot}x+b$. Тогда задача аппроксимации заключается в нахождении коэффициентов линейной зависимости a и b, при которых все экспериментальные точки будут лежать наиболее близко к аппроксимирующей прямой.

Согласно критерию МНК наименьшее значение функция двух переменных a и b $F(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (ax_i + b)\right)^2$ принимает, если при данных a и b сумма квадратов отклонений экспериментальных данных от найденной прямой будет наименьшей.

Таким образом, решение задачи сводится к нахождению экстремума указанной функции двух переменных. Составим и решим систему из двух уравнений с двумя неизвестными. Для этого находим частные производные функции по переменным a и b и приравниваем их к нулю.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F(a,b)}{\partial a} = 0 \\ \dfrac{\partial F(a,b)}{\partial b} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (ax_i + b)\right)x_i = 0 \\ -2\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (ax_i + b)\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} b = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + nb = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}. \tag{20}$$

Полученную систему уравнений решаем любым методом и получаем формулы для нахождения коэффициентов a и b по методу наименьших квадратов.

$$a = \frac{n\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2};\quad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - a\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}. \qquad (21)$$

Формула для нахождения параметра a содержит параметр n – количество экспериментальных данных и суммы $\sum_{i=1}^{n} x_i, \sum_{i=1}^{n} y_i, \sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \sum_{i=1}^{n} x_i^2$, значения каждой из которых рекомендуем вычислять отдельно. Коэффициент b находится после вычисления a. Таким образом, при данных a и b функция $F(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (ax_i + b)\right)^2$ принимает наименьшее значение.

Для оценки погрешности МНК необходимо вычислить сумму квадратов отклонений исходных данных от аппроксимирующей функции $\sigma = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (ax_i + b)\right)^2$.

Приложение 5

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ МЕХАНИКИ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

Механика – раздел физики, в котором изучается механическое движение тел.

Кинематика – раздел механики, в котором изучается механическое движение тел независимо от причин, вызывающих и изменяющих это движение. Отвечает на вопрос: «Как движется тело?»

Основная задача кинематики – определить положение движущегося тела (материальной точки) в любой момент времени.

Характеристики поступательного движения

Материальная точка – тело, размерами которого в условиях данной задачи при описании движения можно пренебречь.

Механическое движение – изменение положения тела (материальной точки) в пространстве относительно других тел с течением времени.

Поступательное движение – движение, при котором любая прямая, связанная с движущимся телом, остается параллельной самой себе.

Система отсчета – совокупность неподвижных друг относительно друга тел, по отношению которым рассматривается движение, и отсчитывающих время часов.

Существует два способа описания движения тела в пространстве: *векторный и координатный.*

Положение точки в пространстве описывают с помощью радиус-вектора $\vec{r}$.
Радиус-вектор $\vec{r}$ – вектор, проведенный из начала координат в точку, где нахо-

дится тело (рисунок 2). Радиус-вектор можно разложить на составляющие: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты).

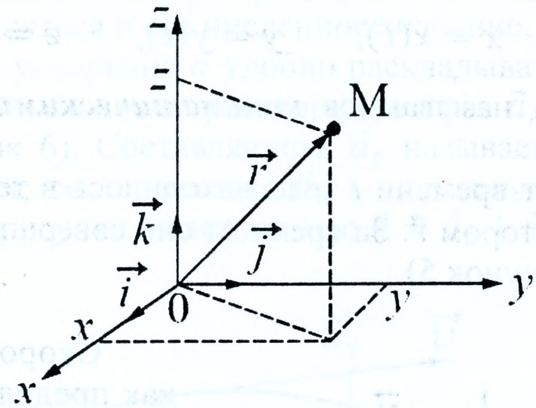


Рисунок 2 – *Положение материальной точки М в пространстве*

При перемещении в пространстве точка *М* занимает ряд последовательных положений. Линия, описываемая в пространстве движущейся точкой, называется ***траекторией***. Вид траектории различен в разных системах отсчета, т. е. траектория – относительная характеристика движения.

В зависимости от вида траектории движение делят: на *прямолинейное и криволинейное*.

Пусть материальная точка, двигаясь по некоторой траектории (рисунок 3), переместилась из точки 1 в точку 2. Расстояние S_{12} между точками 1 и 2, отсчитанное вдоль траектории, называется длиной пройденного пути или просто ***пройденным путем***.

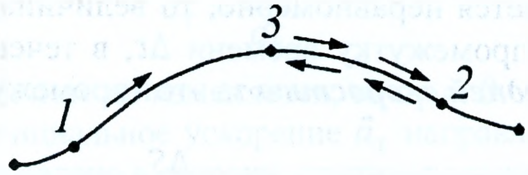


Рисунок 3 – *Пройденный материальной точкой путь*

Если материальная точка повернет обратно и дойдет до точки 3, то полный путь равен: $S = S_{12} + S_{23}$. Путь всегда выражается положительным числом.

Перемещение $\Delta\vec{r}$ – вектор, соединяющий начальное положение точки с ее положением в конкретный момент времени (рисунок 4).

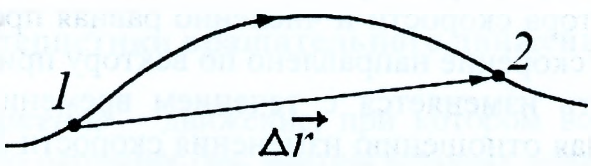


Рисунок 4 – *Перемещение материальной точки*

Обычно положение тела определяют с помощью координат. Движение точки считается полностью определенным, если заданы уравнения, описывающие изменение координат точки со временем:

$$x = x(t), \qquad y = y(t), \qquad z = z(t).$$

Эти уравнения называются ***кинематическими уравнениями движения*** точки.

Пусть в момент времени t тело находилось в точке 1, положение которой задается радиус-вектором $\vec{r}$. За время Δt оно совершило перемещение $\Delta\vec{r}$ и оказалось в точке 2 (рисунок 5).

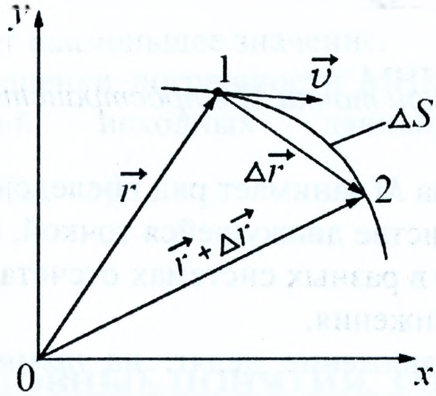


Рисунок 5 – *К определению скорости*

Скорость тела определяется как предел отношения перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt, за который оно произошло, при условии, что Δt стремится к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'.$$

Скорость $\vec{v}$ – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения положения тела в пространстве и равная первой производной радиус-вектора по времени. Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения.

Если тело движется неравномерно, то величина, равная отношению пройденного пути ΔS к промежутку времени Δt, в течение которого был пройден путь, называется ***средней скоростью*** за этот промежуток времени:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Чтобы охарактеризовать быстроту изменения скорости, используется величина

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'.$$

Ускорение $\vec{a}$ – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения вектора скорости и численно равная производной вектора скорости по времени. Ускорение направлено по вектору приращения скорости $\Delta\vec{v}$.

Если скорость изменяется с течением времени произвольным образом, то величина, равная отношению изменения скорости Δv к промежутку времени Δt, в течение которого изменялась скорость, называется ***средним ускорением*** за этот промежуток времени

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

При криволинейном движении вектор скорости $\vec{v}$ изменяет свое направление. При этом может изменяться и его численное значение, т. е. модуль.

В этом случае вектор ускорения $\vec{a}$ удобно раскладывать на две составляющие. Одна из них $\vec{a}_\tau$ – касательная к траектории, вторая $\vec{a}_n$ – перпендикулярна этой касательной (рисунок 6). Составляющая $\vec{a}_\tau$ называется *тангенциальным (касательным) ускорением*; составляющая $\vec{a}_n$ – *нормальным (центростремительным) ускорением.* Из рисунка 6 следует, что $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

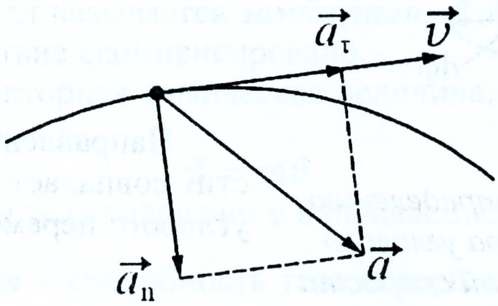


Рисунок 6 – *К определению нормального и тангенсального ускорения*

Модуль полного ускорения равен

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине и равно первой производной модуля скорости по времени:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Если скорость по величине не изменяется, то $a_\tau = 0$.

Если $dv > 0$, то тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ направлено по вектору скорости, если $dv < 0$, то $\vec{a}_\tau$ направлено в сторону, противоположную вектору скорости.

Нормальное (центростремительное) ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению и направлено по радиусу к центру кривизны траектории. Численное значение нормального ускорения определяется формулой

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Если направление скорости не изменяется, то $a_n = 0$.

Характеристики вращательного движения

Вращательное движение – движение, при котором все точки абсолютно твердого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой. Эта прямая называется осью вращения. Окружности, по которым движутся точки тела, лежат в плоскостях, перпендикулярных этой оси.

Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$ – вектор, модуль которого равен углу поворота, выраженному в радианах. Направлено угловое перемещение по оси вращения так, что если смотреть с конца вектора $d\vec{\varphi}$, то направление вращения радиус-вектора происходит против часовой стрелки (рисунок 7).

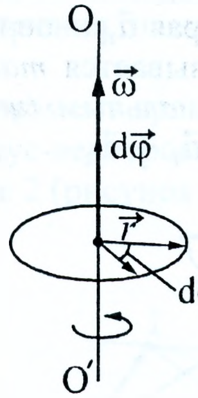


Рисунок 7 – *К определению направления вектора углового перемещения и угловой скорости*

Угловая скорость $\vec{\omega}$ – векторная физическая величина, характеризующая быстроту вращения и равная первой производной углового перемещения по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Направление вектора угловой скорости совпадает с направлением вектора углового перемещения.

Вращение с постоянной угловой скоростью называется *равномерным*, при этом

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

Равномерное вращение принято характеризовать периодом вращения и частотой вращения.

Период вращения T – время, в течение которого совершается один полный оборот. За время, равное периоду, тело поворачивается на угол 2π. Отсюда следует, что

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Частота вращения $\boldsymbol{\nu}$ – число оборотов за единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \qquad \omega = 2\pi\nu.$$

Изменение вектора угловой скорости со временем характеризуют угловым ускорением.

Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости и равная первой производной угловой скорости по времени

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Основы динамики

Динамика – раздел механики, который выявляет причины, определяющие характер движения, и объясняет, каким образом они влияют на движение. Отвечает на вопрос: «Почему так движется тело?»

Масса m – скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертных и гравитационных свойств тела.

Сила $\vec{F}$ – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело других тел или полей. Характеризуется модулем (численным значением), направлением действия, точкой приложения.

Прямая, вдоль которой направлена сила, называется ***линией действия силы***.

Система нескольких тел называется ***замкнутой***, если на нее не действуют внешние силы или их действие скомпенсировано.

Импульс тела $\vec{p}$ – векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Направление импульса тела совпадает с направлением скорости.

Механическая энергия – способность тела совершать работу. В механике основными разновидностями энергии являются: кинетическая и потенциальная.

Кинетическая энергия (энергия движения) $W_к$ – скалярная физическая величина, присущая только движущемуся телу, численно равная половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$W_к = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенциальная энергия (энергия взаимодействия) W_p – скалярная физическая величина, присущая системе тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

<u>Теорема об изменении кинетической энергии:</u> *изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело.*

$$A = \Delta W_к = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Материальная точка может одновременно обладать и кинетической, и потенциальной энергией. Сумма кинетической и потенциальной энергий точки называется ее ***полной механической энергией W***.

$$W = W_к + W_п.$$

Основные законы динамики материальной точки (законы Ньютона)

<u>Первый закон Ньютона</u> устанавливает факт существования инерциальных систем отсчета и описывает характер движения свободной материальной точки в инерциальной системе отсчета.

Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействия со стороны других тел не изменят этого состояния.

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется ***инерцией.***

Система отсчета, в которой выполняется первый закон Ньютона, называется ***инерциальной.*** Поэтому, первый закон Ньютона можно сформулировать и таким образом.

Существуют такие системы отсчета, относительно которых тело находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно, если на это тело не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано.

Любая другая система отсчета, движущаяся относительно инерциальной с постоянной скоростью также является инерциальной.

Второй закон Ньютона. Скорость изменения импульса тела равна результирующей всех сил, действующих на тело:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \tag{16}$$

Импульс тела равен $\vec{p} = m\vec{v}$, тогда

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{17}$$

1. Уравнение (17) можно применять как в тех случаях, когда масса меняется с течением времени (например, при полете ракеты), так и при изменении массы с изменением скорости.

2. Если масса тела остается постоянной $m = const$, т. е. $\frac{dm}{dt} = 0$, то уравнение примет следующий вид:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a},$$

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Результирующая всех сил, действующих на тело, равна произведению массы тела на его ускорение.

4. Если $\vec{F} = const$, то, умножив обе части уравнения (16) на dt, получим:

$$\vec{F}dt = d\vec{p}\,.$$

Проинтегрировав полученное уравнение, получим:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}\,.$$

Величина, равная произведению силы на время действия этой силы $\vec{F}\Delta t$, называется ***импульсом силы.***

Таким образом, *импульс силы равен изменению импульса тела.*

Из второго закона Ньютона следует, что изменения скоростей материальных точек или тел происходят не мгновенно, а в течение конечных промежутков времени.

Третий закон Ньютона: *силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по величине и противоположны по направлению*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}\,.$$

Следовательно, силы всегда возникают попарно. Силы, фигурирующие в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам, поэтому они не уравновешивают друг друга.

Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета.

Соударение тел

Существуют два предельных вида удара: *абсолютно упругий и абсолютно неупругий.*

Абсолютно упругий удар – удар, при котором полная механическая энергия тел сохраняется.

Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия снова переходит в кинетическую и тела разлетаются. При таком ударе выполняются закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса.

Абсолютно неупругий удар – удар, при котором потенциальная энергия упругой деформации не возникает; кинетическая энергия тел частично или полностью переходит во внутреннюю.

После удара тела движутся с одинаковой скоростью (т. е. как одно тело) или покоятся. При таком ударе выполняется только закон сохранения импульса. Механическая энергия не сохраняется – она частично или полностью переходит во внутреннюю.

Удар называется ***центральным***, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры (рисунок 8).

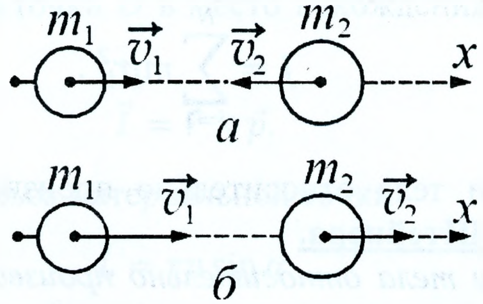


Рисунок 8 – *Центральный удар двух однородных тел*

Предположим, что шары движутся поступательно (т. е. не вращаясь) и что они образуют замкнутую систему. Обозначим массы шаров через m_1 и m_2, скорости шаров до удара $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, после удара $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$.

При абсолютно упругом ударе выполняются законы сохранения импульса и механической энергии:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}.$$

При абсолютно неупругом ударе выполняется только закон сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u},$$

где $\vec{u}$ – общая скорость шаров после удара.

Основные характеристики динамики вращательного движения тела

Во вращательном движении момент инерции тела является мерой инертности тела, подобно тому как масса тела является мерой его инертности при поступательном движении, момент силы аналогичен силе, а момент импульса – импульсу.

Момент инерции – мера инертных свойств твердого тела при вращательном движении, зависящая от распределения массы относительно оси вращения. Момент инерции зависит от массы, формы, размеров тела и положения оси вращения.

Момент инерции J материальной точки относительно оси – скалярная физическая величина, равная произведению массы m_i на квадрат расстояния r_i до этой оси:

$$J_i = m_i r_i^2 .$$

Момент инерции системы материальных точек будет равен сумме моментов инерции отдельных точек

$$J = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 .$$

Момент инерции тела относительно произвольной оси рассчитывается с помощью **теоремы Штейнера.**

Момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями

$$J = J_c + md^2.$$

Момент силы $\vec{M}$ относительно точки O – векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$ (рисунок 9).

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} .$$

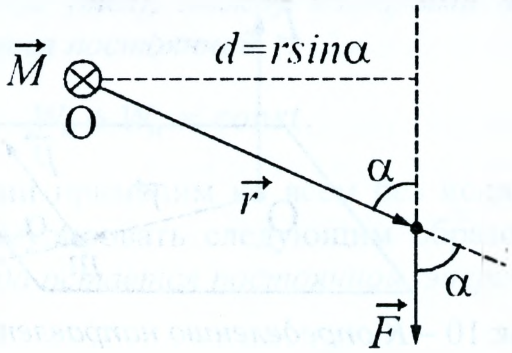


Рисунок 9 – *К определению направления вектора* $\vec{M}$

Вектор $\vec{M}$ направлен перпендикулярно к плоскости, в которой лежат перемноженные векторы, причем так, что направление вращения, обусловленного силой, и направление вектора $\vec{M}$ образуют правовинтовую систему.

Модуль момента силы определяется соотношением:

$$M = rF\sin\alpha = Fd\,.$$

Величина $d = r\sin\alpha$ называется плечом силы.

Плечо силы – это длина перпендикуляра, опущенного из точки O на линию действия силы (рисунок 9).

Моментом силы M относительно оси – скалярная физическая величина, равная произведению модуля силы на плечо силы

$$M_z = Fd\,,$$

где $d = r\sin\alpha$ – плечо силы.

Момент импульса $\vec{L}$ материальной точки относительно точки O – векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в место нахождения материальной точки, на вектор ее импульса $\vec{p}$.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}.$$

Модуль момента импульса материальной точки:

$$L = rp\sin\alpha.$$

Вектор $\vec{L}$ направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат перемножаемые векторы. Если смотреть из конца вектора $\vec{L}$, то кратчайший поворот от $\vec{r}$ к $\vec{p}$ происходит против часовой стрелки (рисунок 10).

Момент импульса L_z тела относительно оси z будет равен сумме проекций моментов импульсов отдельных точек на эту ось:

$$L_z = \sum_{i=1}^{N} L_{iz}\,.$$

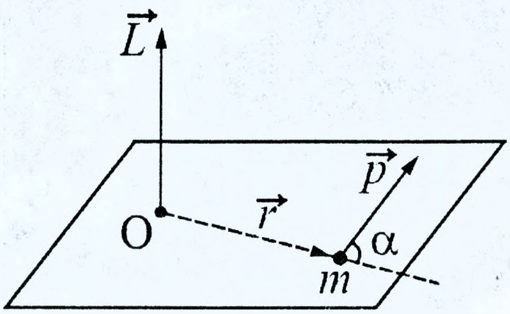


Рисунок 10 – *К определению направления вектора* $\vec{L}$

Основное уравнение динамики вращательного движения по форме записи тождественно второму закону Ньютона:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}\,.$$

Скорость изменения момента импульса материальной точки равна суммарному моменту сил, действующих на точку.

Спроецировав это уравнение на ось Z и учитывая, что производная угловой скорости по времени дает угловое ускорение ε, получаем:

$$J_z\varepsilon = M_z\,.$$

Это уравнение называется ***основным законом динамики твердого тела***, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Законы сохранения в механике

1. ***Закон сохранения импульса***: *импульс замкнутой системы материальных точек (тел) остается постоянным.*

Закон сохранения импульса можно записать в развернутом виде:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \cdots + \vec{p}_n = const\,,$$

или

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots + m_n\vec{v}_n = const\,.$$

Закон сохранения импульса выполняется и для незамкнутых систем в следующих частных случаях:

1. На систему действуют внешние силы, но их векторная сумма равна нулю.

2. Векторная сумма внешних сил не равна нулю, но равна нулю сумма проекций этих сил на какое-либо направление, например на направление оси *Ox*. Полный импульс системы при этом не сохраняется, но сохраняется проекция импульса на направление оси *Ox*.

3. Время действия сил очень мало. При этом изменение импульса $d\vec{p}$ будет стремиться к нулю: $d\vec{p} \to 0$. В этом случае $\vec{p} = const$ – импульс системы сохраняется. Примером является взаимодействие тел при ударе, взрыве.

2. ***<u>Закон сохранения энергии</u>:*** *полная механическая энергия замкнутой системы материальных точек (тел), между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной*

$$W_к + W_п = const.$$

Закон сохранения энергии применим ко всем без исключения процессам в природе. Его можно сформулировать следующим образом: *полная энергия изолированной системы всегда остается постоянной, энергия лишь переходит из одной формы в другую.*

3. ***<u>Закон сохранения момента импульса:</u>*** *момент импульса замкнутой системы тел остается постоянным*

$$\vec{L} = const.$$

Это соотношение означает, что в замкнутой системе сумма моментов импульсов всех тел системы в любые два момента времени одинакова:

$$J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + \cdots + J_n\vec{\omega}_n = J_1'\vec{\omega}_1' + J_2'\vec{\omega}_2' + \cdots + J_n'\vec{\omega}_n',$$

где J и J' – моменты инерции тел в произвольные моменты времени t и t', ω и ω' – соответствующие им угловые скорости.

Закон сохранения момента импульса можно применять и для незамкнутых систем, если алгебраическая сумма моментов внешних сил относительно оси вращения равна нулю.

Колебательное движение

Колебание – движение или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени.

<u>Классификация колебаний:</u>

1) в зависимости от физической природы повторяющегося процесса: *механические, электромагнитные, химические, термодинамические* и др.;

2) по характеру зависимости от времени: *периодические, непериодические и гармонические колебания;*

3) по способу возбуждения: *свободные, вынужденные, параметрические колебания и автоколебания.*

Гармоническое колебание – простейшее колебание, при котором колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса, и описывается уравнениями:

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где x – величина смещения от положения равновесия в момент времени t;

A – амплитуда колебаний или максимальное смещение из положения равновесия;

ω_0 – круговая (циклическая) частота;

$\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза колебаний в момент времени t;

φ_0 – начальная фаза колебаний или фаза в момент времени $t = 0$.

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний с циклической частотой ω представлено в виде:

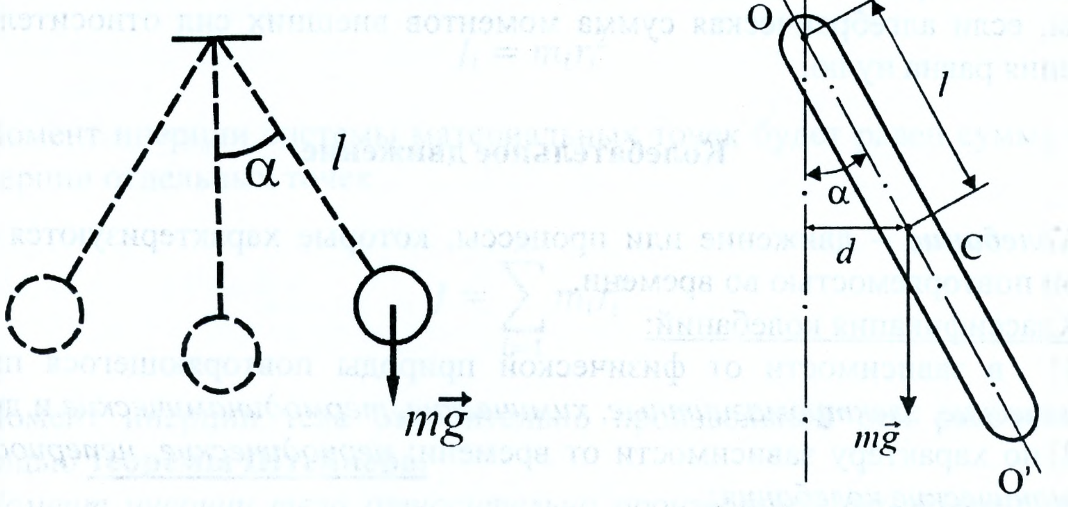
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0,$$

где $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Маятник – твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной точки или оси. Принято различать математический и физический маятники.

Математический маятник – идеализированная система, состоящая из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешена масса, сосредоточенная в одной точке.

Материальная точка совершает колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. Хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой шарик массой m, подвешенный на длинной нити длиной l (рисунок 11*а*).



а б

а – математический маятник; *б – физический маятник*

Рисунок 11 – *Колебание маятника*

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Математический маятник можно рассматривать как предельный случай физического маятника, масса которого сосредоточена в одной точке.

Физический маятник – твердое тело, способное совершать колебания относительно неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр масс.

При отклонении маятника от положения равновесия на угол α возникает вращательный момент, стремящийся вернуть маятник в положение равновесия (рисунок 12). Этот момент равен:

$$M = -mgl\sin\alpha\,,$$

где m – масса маятника;
l – расстояние между точкой подвеса O и центром масс C.

Знак "–" означает, что момент силы тяжести стремится уменьшить угол отклонения маятника.

Период гармонических колебаний физического маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}\,.$$

Приведенная длина физического маятника – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника

$$l_{\text{пр}} = \frac{J}{ml}\,.$$

Молекулярная физика и термодинамика

Молекулярная физика – раздел физики, в котором изучаются строение и свойства вещества, исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении.

Термодинамика – раздел физики, в котором изучаются общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями.

Молекулярная физика и термодинамика – разделы физики, в которых изучаются зависимости свойств тел от их строения, взаимодействия между частицами, из которых состоят тела, и характера движения частиц.

Для исследования физических свойств макроскопических систем, связанных с *огромным числом* содержащихся в них *атомов и молекул*, применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода: *статистический* (или молекулярно-кинетический) и *термодинамический.*

Статистический метод – метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий статистическими закономерностями и средними значениями физических величин, характеризующих всю систему.

Термодинамический метод – метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий величинами, характеризующими систему в целом (давление, объем, температура) при различных превращениях энергии, происходящих в системе, не учитывая при этом внутреннего строения изучаемых тел и характера движения отдельных частиц.

Оба подхода – термодинамический и статистический – не противоречат, а дополняют друг друга. Только совместное использование термодинамики и молекулярно-кинетической теории может дать наиболее полное представление о свойствах систем, состоящих из большого числа частиц.

Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа. Изопроцессы в идеальном газе

Идеальный газ – модель, согласно которой:

– собственный объем газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;

– между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;

– столкновения молекул газа между собой и стенками сосуда абсолютно упругие.

Уравнение Менделеева-Клапейрона – уравнение состояния для массы m идеального газа:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT .$$

Изопроцессы – процессы, при которых один из параметров состояния (давление, объем или температура) остается неизменным в течение всего процесса. Графики изопроцессов в различных координатах (p, V), (p, T) и (V, T) представлены на рисунке 12.

Закономерности, наблюдаемые при изопроцессах, называют газовыми законами. Газовые законы являются следствиями уравнения Менделеева-Клапейрона.

1. ***Изотермический процесс*** – процесс, протекающий при постоянной температуре.

Закон Бойля-Мариотта: *при постоянной температуре (T = const) произведение давления данной массы идеального газа (m = const) и его объема есть величина постоянная*

$$pV = const.$$

2. ***Изобарный процесс*** – процесс квазистатического нагревания или охлаждения газа при постоянном давлении и при условии, что количество вещества ν в сосуде остается неизменным.

Закон Гей – Люссака: *при постоянном давлении объем данной массы идеального газа прямо пропорционален его абсолютной температуре, то есть при p = const; m = const.*

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = const.$$

3. ***Изохорный процесс*** – процесс квазистатического нагревания или охлаждения газа при постоянном объеме V и при условии, что количество вещества ν в сосуде остается неизменным.

Закон Шарля: *при постоянном объеме давление данной массы идеального газ прямо пропорционально его абсолютной температуре (V = const; m = const).*

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = const.$$

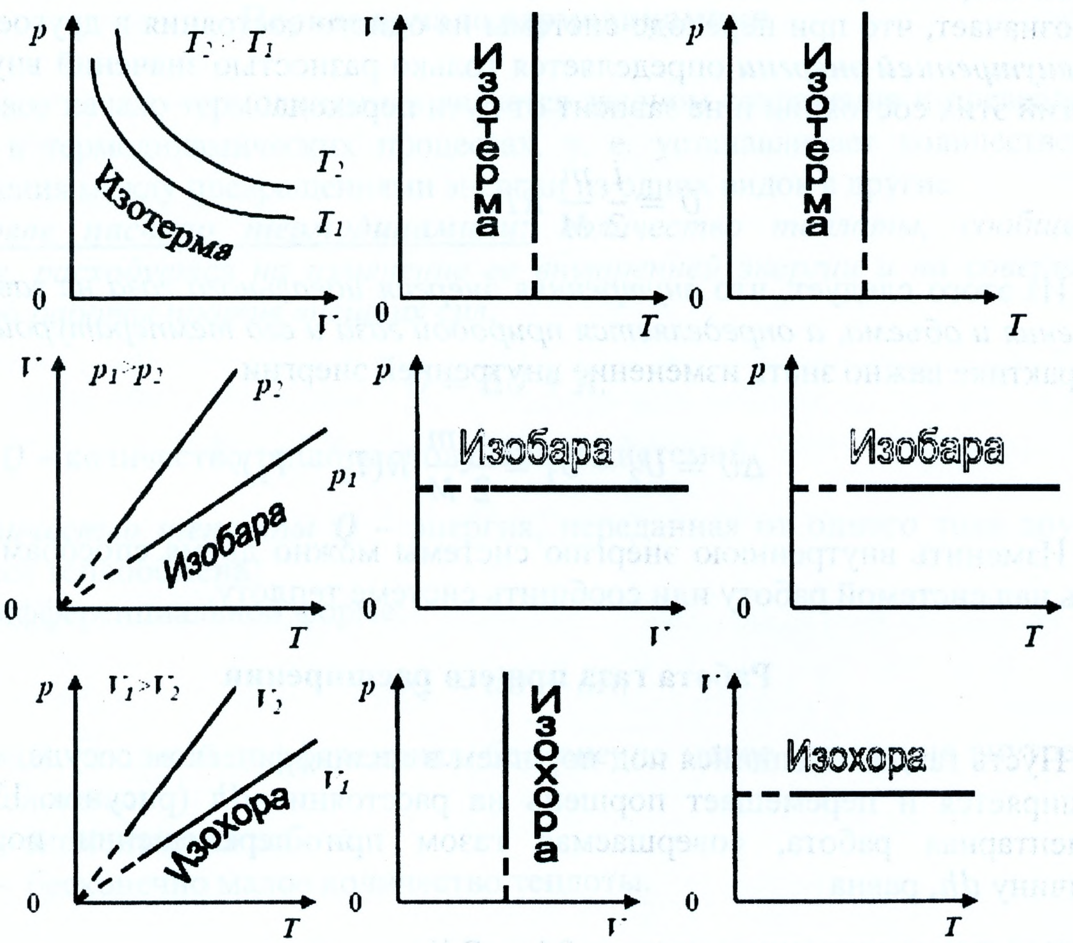


Рисунок 12 – *Графики изопроцессов в (p, V), (p, T) и (V, T) координатах*

Основы термодинамики

Термодинамическая система – совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с внешней средой.

Уравнение состояния термодинамической системы – уравнение, которое связывает давление p, объем V и температуру T термодинамической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия $f(p,V,T)=0$, где каждая из переменных является функцией двух других.

Внутренняя энергия системы

Величины, однозначно определяемые параметрами состояния, называются ***функциями состояния.*** Важнейшей функцией состояния является внутренняя энергия системы.

Внутренняя энергия – энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц.

Внутренняя энергия – однозначная функция термодинамического состояния системы, т. е. в каждом состоянии она обладает вполне определенной внутренней энергией (и не зависит от того, как система пришла в данное состояние). Это означает, что при переходе системы из одного состояния в другое ***изменение внутренней энергии*** определяется только разностью значений внутренних энергий этих состояний и не зависит от пути перехода.

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT.$$

Из этого следует, что *внутренняя энергия идеального газа не зависит от давления и объема, а определяется природой газа и его температурой.* Однако на практике важно знать изменение внутренней энергии

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R(T_2 - T_1).$$

Изменить внутреннюю энергию системы можно двумя способами: совершить над системой работу или сообщить системе теплоту.

Работа газа при его расширении

Пусть газ, находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде, медленно расширяется и перемещает поршень на расстояние dh (рисунок 13). Тогда элементарная работа, совершаемая газом при перемещении поршня на величину dh, равна

$$\delta A = Fdh,$$

где F – сила, с которой газ давит на поршень.

Заменив силу F произведением давления p на площадь S поршня, получим:

$$\delta A = pdV.$$

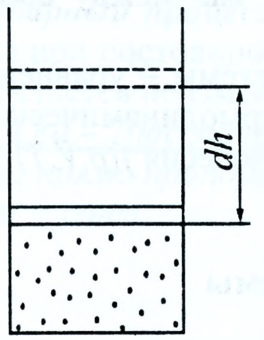


Рисунок 13 – *К определению работы, совершенной газом*

Полная работа A, совершаемая газом при изменении его объема от V_1 до V_2, вычисляется интегрированием:

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_1^2 pdV.$$

Если газ расширяется ($dV > 0$), то работа будет положительной.

Если газ сжимается ($dV < 0$), то работа будет отрицательной.

Равновесные процессы – процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало.

Равновесные процессы можно изобразить графически в координатах (p, V). Тогда работа будет определяться площадью под кривой между точками V_1 и V_2.

Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики является законом сохранения и превращения энергии в термодинамических процессах, т. е. устанавливает количественные соотношения между превращениями энергии из одних видов в другие.

Первое насчало термодинамики: *количество теплоты, сообщенное системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы против внешних сил.*

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, полученное системой.

Количество теплоты Q – энергия, переданная от одного тела другому в процессе теплообмена.

В дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где dU – полный дифференциал, бесконечно малое изменение внутренней энергии системы;

δA – элементарная работа;

δQ – бесконечно малое количество теплоты.

Все величины входящие в первое начало термодинамики могут быть как положительными, так и отрицательными.

Первое начало можно также формулировать следующим образом: *невозможен вечный двигатель первого рода, т. е. такой периодически действующий двигатель, который совершал бы работу в большем количестве, чем полученная им извне энергия.*

Второе начало термодинамики

Второе начало термодинамики, как и первое, может быть сформулировано несколькими способами.

Во-первых, ***второе начало термодинамики*** гласит, что *невозможен самопроизвольный переход тепла от тела, менее нагретого к телу, более нагретому.*

Более строго можно сформулировать (формулировка по Клаузиусу): *невозможны такие процессы, единственным конечным результатом которых был бы переход тепла от тела, менее нагретому к телу, более нагретому.*

Вторая формулировка (формулировка по Кельвину): *невозможны такие процессы, единственным конечным результатом которых явилось бы отнятие от некоторого тела определенного количества теплоты и превращение этого тепла полностью в работу.*

Теплоемкость. Уравнение Майера

Теплоемкость – мера энергии, затрачиваемая на повышение температуры материала и зависящая от агрегатного состояния и химического состава веществ.

Теплоемкость тела – скалярная физическая величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить телу, чтобы нагреть его на один кельвин (единица теплоемкости – *Дж/К*):

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT}.$$

Удельная теплоемкость – скалярная физическая величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить 1 кг вещества, чтобы нагреть его на один кельвин (единица удельной теплоемкости – *Дж/(кг·К)*):

$$c = \frac{\delta Q}{m\,dT}.$$

Молярная теплоемкость – скалярная физическая величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить одному молю вещества, чтобы нагреть его на один кельвин (единица молярной теплоемкости – *Дж/(моль·К)*):

$$C = \frac{\delta Q}{\nu\,dT}.$$

Удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением:

$$c = \frac{C}{M},$$

Теплоемкость тела зависит от условий, при которых производилось его нагревание. Различают теплоемкость тел, измеренную при постоянном объеме C_V, и теплоемкость при постоянном давлении C_p, если в процессе нагревания вещества его объем или давление поддерживаются постоянными.

Если нагревание производилось при постоянном объеме, то теплоемкость называется ***молярной теплоемкостью при постоянном объеме*** и обозначается C_V:

$$C_V = \frac{dU}{dT}.$$

Поскольку $dU = \frac{i}{2}RdT$, то молярная теплоемкость при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2}R.$$

Следовательно, теплоемкость идеального газа при постоянном объеме оказывается постоянной величиной, не зависящей от параметров состояния газа, в частности от температуры.

Если нагревание производилось при постоянном давлении, то теплоемкость называется ***молярной теплоемкостью при постоянном давлении*** и обозначается C_P.

В этом случае газ будет расширяться, совершая над внешними телами положительную работу. Следовательно, для повышения температуры газа на один градус в этом случае понадобится больше количество теплоты, чем при нагревании при постоянном объеме – часть теплоты будет затрачиваться на совершение газом работы.

$$C_p = \frac{dU}{dT} + p\frac{dV}{dT}.$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона для одного моля газа следует, что $pV = RT$. Дифференцируя это выражение по T, получаем, что

$C_p = C_V + R$ – это ***уравнение Майера.***

C_p всегда больше C_V на величину универсальной газовой постоянной R.

Из этого выражения следует, что работа, которую совершает моль идеального газа при повышении его температуры на один градус при постоянном давлении, оказывается равной универсальной газовой постоянной. В этом и заключается ее физический смысл.

Так как $C_V = \frac{i}{2}R$, то

$$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R.$$

При рассмотрении термодинамических процессов важную роль играет величина, обозначаемая γ и называемая ***коэффициентом Пуассона (адиабатой)***:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

Величина γ определяется числом и характером степеней свободы молекул.

Число степеней свободы молекул i – количество независимых переменных, полностью определяющих положение системы в пространстве.

В классической кинетической теории молекулы, состоящие из одного атома, обладают только тремя степенями свободы поступательного движения (таблица *4*).

У двухатомной молекулы к трем степеням свободы поступательного движения следует добавить две степени свободы вращательного движения. Общее число степеней свободы двухатомной молекулы равно пяти. Это число совпадает с числом независимых координат, необходимых для определения положения двухатомной молекулы в пространстве.

Для многоатомной молекулы с нелинейным расположением атомов сохраняется три степени свободы вращательного движения и поэтому общее число степеней свободы, обусловленное поступательным и вращательным движением молекулы, равно шести.

Таблица 4 – *Значения числа степеней свободы i, молярных теплоемкостей C_V и C_p, и коэффициента Пуассона γ для различных моделей молекул*

Молекула	Число степеней свободы			i	C_V	C_p	γ
	$i_{пост}$	$i_{вращ}$	$i_{колеб}$				
Одноатомная	3	–	–	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	1,67
Двухатомная	3	2	–	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	1,40
Многоатомная	3	3	–	6	$\frac{6}{2}R$	$\frac{8}{2}R$	1,33

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам

Процесс, протекающий при постоянном объеме $V = const$, называется ***изохорным.***

Поскольку при изохорном процессе $V = const$, то изменение объема равна нулю $dV = 0$. Работа по расширению газа также будет равной нулю $dA = 0$.

В этом случае газ работу не совершает, тогда первое начало термодинамики запишется в виде соотношения:

$$\delta Q = dU.$$

Таким образом, *при изохорном изменении состояния газа вся подведенная к системе теплота идет на увеличение внутренней энергии системы.*

Изобарный процесс происходит при постоянном давлении $p = const$. Работа в этом случае равна

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Тогда первое начало термодинамики для изобарного процесса запишется в виде:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Таким образом, *при изобарном процессе подводимая к газу теплота частично тратится на увеличение его внутренней энергии и частично на совершение им работы.*

Изотермический процесс происходит при постоянной температуре $T = const$.

Так как $T = const$, то изменение температуры равно нулю $dT = 0$ и, следовательно, внутренняя энергия не изменяется $dU = 0$.

Следовательно,

$$\delta Q = \delta A.$$

Из этого выражения следует, что *при изотермическом процессе все подводимое к системе количество теплоты превращается в работу.*

<u>Адиабатический (адиабатный) процесс</u> – процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой, т. е. в этом случае $\delta Q = 0$.

На практике условие $Q = 0$ (полная теплоизоляция) неосуществимо, оно приближенно выполняется только для быстро протекающих процессов (например, сжатие и расширение воздуха в звуковой волне, расширение и сжатие горючей смеси в цилиндрах двигателей внутреннего сгорания).

Адиабатный процесс описывается следующим уравнением:

$$pV^{\gamma} = const.$$

Уравнение адиабаты можно записывать в переменных T и V:

$$TV^{\gamma-1} = const.$$

Учитывая, что $\delta Q = 0$, уравнение первого начала термодинамики принимает вид

$$\delta A + \mathrm{d}U = 0 \quad \text{или} \quad \delta A = -\mathrm{d}U,$$

то есть *при адиабатическом процессе работа совершается только за счет убыли внутренней энергии газа.*

При адиабатическом расширении газ совершает работу, а его внутренняя энергия и, следовательно, температура падают.

При адиабатическом сжатии работа газа отрицательна (внешняя среда производит работу над газом), внутренняя энергия и температура газа возрастают.

Политропный процесс – процесс, в котором теплоемкость остается постоянной $C = const$.

Уравнение политропного процесса

$$pV^{n} = const,$$

где коэффициент $n = \frac{C-C_p}{C-C_V}$ называется показателем политропы.

Политропа – график зависимости между параметрами состояния при $C = const$ (рисунок 14). В(p, V) координатах – гипербола (определяется уравнением $pV^{n} = const$) и занимает промежуточное положение между изотермой и адиабатой.

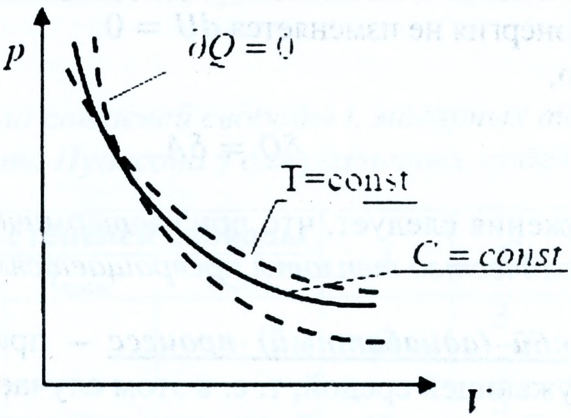


Рисунок 14 – *Вид политропы, адиабаты и изотермы в (p, V) координатах*

Значения теплоемкости и показателя политропы для разных процессов приведены в таблице 5.

Таблица 5 – *Частные случаи политропного процесса*

Теплоемкость	**Показатель политропы**	**Закон**	**Процесс**
$C = 0$	$n = \gamma$	$p \cdot V^{\gamma} = const$	уравнение адиабаты
$C = \infty$	$n = 1$	$p \cdot V = const$	уравнение изотермы
$C = C_p$	$n = 0$	$p = const$	уравнение изобары
$C = C_V$	$n = \pm\infty$	$V = const$	уравнение изохоры

Теплоемкость при изотермическом процессе бесконечно велика, поскольку $dT = 0$, в то время как $\delta Q \neq 0$. Теплоемкость при адиабатическом процессе равна нулю, поскольку $\delta Q = 0$, в то время как $dT \neq 0$.

Обобщение первого начала термодинамики, применимого к различным газовым процессам, приведено в таблице 6.

Таблица 6 – *Сравнение различных газовых процессов*

Название процесса	Закон	Первое начало термодина-мики	Изменение внутрен-ней энер-гии	Работа
Изотерми-ческий	$p \cdot V = const$	$\delta Q = \delta A$	0	$\frac{m}{M} \cdot RT \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}$ $\frac{m}{M} \cdot RT \cdot \ln\frac{p_1}{p_2}$
Изохорный	$\frac{p}{T} = const$	$\delta Q = dU$	$\frac{m}{M} \cdot C_V dT$	0
Изобарный	$\frac{V}{T} = const$	$\delta Q = dU + \delta A$	$\frac{m}{M} \cdot C_V dT$	$p \cdot (V_2 - V_1)$ $\frac{m}{M} \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$

Продолжение таблицы 6

Адиабатный	$p \cdot V^{\gamma} = const$ $T \cdot V^{\gamma-1} = const$ $T^{\gamma} \cdot p^{1-\gamma} = const$	$\delta Q = -dU$	$\frac{m}{M} \cdot C_V dT$	$\frac{m}{M} \cdot C_V \cdot (T_1 - T_2)$ $\frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$
Политропный	$p \cdot V^{n} = const$ $T \cdot V^{n-1} = const$ $T^{n} \cdot p^{1-n} = const$	$\delta Q = dU + \delta A$	$\frac{m}{M} \cdot C_V dT$	$\frac{m}{M} \cdot \frac{R}{n-1} \cdot (T_1 - T_2)$

Больцмановское распределение частиц в потенциальном поле. Распределение Больцмана

Закон изменения давления p идеального газа с высотой h в однородном поле тяготения описывается барометрической формулой Лапласа:

$$p = p_0\, e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \tag{18}$$

где p_0 – атмосферное давление на высоте $h = 0$, т. е. высоте, принятой за начало отсчета;

M – молярная масса газа.

Данная формула получена в предположении, что газ находится в состоянии термодинамического равновесия, т. е. его температура $T = const$.

Если в барометрическую формулу (18) подставить основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов в виде $p = nkT$, то получится закон изменения с высотой числа молекул в единице объема:

$$n = n_0\, e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}\ . \tag{19}$$

где n_0 – число молекул в единице объема (концентрация молекул) при $h = 0$;
n – концентрация молекул на высоте h.

Из анализаприведенной формулы (19) можно сделать следующие выводы:

1. С понижением температуры концентрация молекул на высотах, отличных от нуля, убывает. При $T = 0$ концентрация молекул в пространстве равна нулю, т. е. $n = 0$. Это значит, что при абсолютном нуле все молекулы под действием сил притяжения расположились бы на поверхности Земли.

2. Чем выше температура, тем равномернее распределяются молекулы. При $T \to \infty$, $n = n_0$. Это означает, что при высоких температурах молекулы распределились бы по высоте равномерно.

На разной высоте молекулы обладают разным запасом потенциальной энергии $\varepsilon_п = m_0 gh$, следовательно, распределение молекул по высоте является вместе с тем распределением их по значениям потенциальной энергии.

С учетом этого формулу (19) можно записать следующим образом:

$$n = n_0 \, e^{-\frac{\varepsilon_\text{п}}{kT}}, \tag{20}$$

где n_0 – концентрация молекул, соответствующая тем точкам пространства, в которых потенциальная энергия равна нулю ($\varepsilon_\text{п} = 0$);

n – концентрация молекул, соответствующая тем точкам пространства, где потенциальная энергия равна $\varepsilon_\text{п}$.

Распределение (20) называют ***распределением Больцмана***, из которого следует, что *молекулы располагаются с большей концентрацией там, где меньше их потенциальная энергия, и, наоборот, с меньшей концентрацией в местах, где их потенциальная энергия больше.*

Формула (20) была применена Ж. Перреном для броуновских частиц и использована для определения числа Авогадро.

Явления переноса в термодинамически неравновесных системах

Явления переноса – необратимые процессы в термодинамически неравновесных системах, в результате которых происходит пространственный перенос энергии, массы или импульса (например, теплопроводность, диффузия, внутреннее трение).

Внутреннее трение (вязкость) – один из видов явлений переноса, заключающийся в том, что из-за хаотического теплового движения происходит взаимодействие между слоями газа, движущимися с различными скоростями, сопровождающееся переносом импульса направленного движения из более быстрых слоев в более медленные.

В случае одномерного движения явление внутреннего трения описывается законом Ньютона:

$$dp = -\eta \, \frac{dv}{dx} \, dS_\perp \, dt,$$

где dp – импульс, переносимый за время dt через площадку $dS_\perp$, расположенную перпендикулярно направлению переноса импульса;

$\frac{dv}{dx}$ – градиент скорости; η – коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость).

Знак «минус» указывает на то, что перенос импульса происходит в направлении убывания скорости.

Динамическая вязкость η – физическая величина, равная плотности потока импульса при градиенте скорости, равном единице.

В кинетической теории газов показано, что коэффициент внутреннего трения можно рассчитывать по формуле

$$\eta = \frac{1}{3} \, \langle \lambda \rangle \, \langle v \rangle \, \rho.$$

Коэффициент внутреннего трения газов не зависит от давления, но увеличивается с ростом температуры пропорционально $\sqrt{T}$.

При малых скоростях потока движение оказывается ***ламинарным*** (слоистым), скорости частиц медленно меняются от точки к точке и направлены вдоль оси движения. С увеличением скорости потока движение становится ***турбулентным*** (вихревым), и слои перемешиваются. При турбулентном движении скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только средняя величина скорости.

Характер движения газа или жидкости в трубке (ламинарное или турбулентное) определяется безразмерным ***числом Рейнольдса***:

$$Re = \frac{uR\rho}{\eta},$$

где u – скорость потока, R – радиус трубки.

В гладких трубках круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при числе Re ~1000.

Свойства жидкостей. Поверхностное натяжение

Жидкость – агрегатное состояние вещества, промежуточное между газообразным и твердым, обладающее свойствами как газообразных, так и твердых веществ. Такие свойства жидкостей, как текучесть и малая зависимость объема жидкости от давления, связаны с тем, что расстояния между молекулами в жидкостях соизмеримы с размерами самих молекул и молекулы жидкостей подвижны.

Поверхностное натяжение жидкости – явление, которое возникает по причине того, что молекулы, образующие поверхностный слой жидкости, обладают избыточной потенциальной энергией по сравнению с молекулами, находящимися внутри жидкости.

Молекулы поверхностного слоя обладают избытком энергии по сравнению с молекулами внутри жидкости. Эта избыточная энергия **называется *свободной поверхностной энергией*** или *поверхностной энергией*. Указанными свойствами поверхностного слоя обусловлено особое его состояние, которое подобно состоянию натянутой упругой пленки, стремится сократить свою поверхность до минимальных размеров. Это стремление жидкости сократить свою свободную поверхность называется ***поверхностным натяжением.***

Силы поверхностного натяжения направлены по касательной к поверхности жидкости и действуют нормально к любой линии, проведенной на той поверхности. Для количественной характеристики силы поверхностного натяжения жидкости вводят коэффициент поверхностного натяжения.

Коэффициент поверхностного натяжения σ – физическая величина, которая численно равна силе поверхностного натяжения, действующей на единицу длины произвольного контура, ограничивающего поверхность жидкости:

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S} = \frac{F_{\text{пов}}}{l},$$

где ΔS – изменение площади свободной поверхности жидкости;

$F_{пов}$ – модуль силы поверхностного натяжения;

l – длина границы поверхностного слоя.

Единицей поверхностного натяжения является Ньютон на метр (Н/м) или Джоуль на квадратный метр (Дж/м^2).

Коэффициент поверхностного натяжения различен для разных жидкостей. Он зависит от рода жидкости и ее плотности; среды, с которой она граничит; наличия примесей; от ее температуры. Так, по мере роста температуры увеличивается плотность пара над ее поверхностью, поэтому равнодействующая сила молекулярного притяжения, действующая на каждую молекулу поверхностного слоя, уменьшается, а следовательно уменьшается и коэффициент поверхностного натяжения.

Вещества, ослабляющие поверхностное натяжение жидкости, называются ***поверхностно-активными.*** Например, поверхностно-активными веществами, понижающими поверхностное натяжение воды, являются спирты, эфиры, нефть и др. Однако существуют вещества (сахар, соль), которые увеличивают поверхностное натяжение жидкости благодаря тому, что их молекулы взаимодействуют с молекулами жидкости сильнее, чем молекулы жидкости между собой.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Чопчиц, Н. И. Лабораторный физический практикум «Механика» : метод. пособие / Н. И. Чопчиц, А. А. Гладыщук, И. С. Янусик. – Брест : БрГТУ, 2011. – 80 с.
2. Зисман, Г. А. Курс общей физики : уч. пособие в 3-х т. / Г. А. Зисман, Г. А. Тодес. – М. : Наука, 1994. – Т.1: Механика, молекулярная физика. – 494 с.
3. Полицинский, Е. В. Механика, молекулярная физика и термодинамика : конспекты лекций / Е. В. Полицинский. – Томск: Юргинский техн. и-т Нац. исслед. Томского политехнического университета, 2010. – 206 с.
4. Савельев, И. В. Курс общей физики : уч. пособие в 3-х т. / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1977. – Т. 1: Механика и молекулярная физика. – 432 с.
5. Трофимова, Т. И. Курс физики : уч. пособие / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 2006. – 560 с.
6. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : в 3-х т. / Д. В. Сивухин. – М. : Издательство Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.

Учебное издание

Составители:
Барковская Марина Михайловна
Гладковский Виктор Иванович
Савчук Оксана Фёдоровна
Борушко Вадим Васильевич
Чугунов Сергей Владимирович

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

по дисциплине «Физика»

раздел «Механика и молекулярная физика»

для студентов технических специальностей
дневной формы обучения

Ответственный за выпуск: Барковская М. М.
Редактор: Митлошук М. А.
Компьютерная верстка: Коноплёва О. В.
Корректор: Дударук С. А.

Подписано в печать 23.08.2022 г. Формат 60x84 1/8. Бумага «Performer».
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 13,02. Уч. изд. л. 14. Заказ № 901. Тираж 22 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/235 от 24.03.2014 г.