

РАСЧЕТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОСОСЖАТЫХ КОЛОН БЕСКАПИТЕЛЬНО-БЕЗБАЛОЧНОЙ КОНСТРУКТИВНОЙ СИСТЕМЫ ЗДАНИЙ

Павликов А.Н., Гарькавая О.В.

Введение. Широкое распространение в строительной отрасли Украины получила бескапитально-безбалочная конструктивная система зданий [1]. Эта система характеризуется широкими возможностями планировочных решений, которые не влияют на устойчивость и теплоемкость здания [2]. Бескапитально-безбалочный каркас здания состоит из двух основных несущих элементов: колонн и плит перекрытия. При этом отсутствие выступающих из плоскости перекрытия частей, таких как: ригели, консоли или капители дает возможность с успехом использовать этот каркас для зданий любого назначения, в частности в жилищном строительстве [3].

Одним из основных направлений совершенствования зданий бескапитально-безбалочной системы является уточнение методик расчета ее несущих элементов и уменьшение на этой основе расхода материалов, снижение стоимости строительства и повышения доступности жилья. Совершенствование расчетов прочности колонн актуально ввиду того, что колонны данной системы из-за особенностей передачи нагрузки с плит [4] работают в условиях сложного деформирования, то есть испытывают косоое сжатие [5].

На сегодня конструкции, работающие в условиях сложных деформаций, очень часто рассчитывают на простые виды деформации в ортогональных главных плоскостях инерции. Проектировщики вынуждены прибегать к такому упрощению, поскольку совершенных и одновременно достаточно простых методик расчета прочности косодеформированных железобетонных конструкций не разработано. А это, конечно, приводит к искажению истинной картины работы конструкции и, как следствие, к перерасходу материалов и даже к авариям.

Анализ последних исследований. Существует значительное количество исследований, посвященных разработке методик расчета косодеформированных элементов. Анализ последних публикаций [6 – 10] показывает, что наиболее целесообразно совершенствовать существующие предложения по расчетам несущей способности путем применения нелинейной деформационной модели, деформационного критерия прочности и диаграмм физического состояния материалов, среди которых внимания заслуживают двухлинейные аппроксимации диаграмм деформирования бетона и арматуры [7].

Постановка целей и задач исследований. Целью настоящей статьи является усовершенствование расчета прочности железобетонных колонн бескапитально-безбалочной конструктивной системы зданий с учетом реального напряженно-деформированного состояния.

Методика исследований. В основу теоретических исследований напряженно-деформированного состояния косодеформированных железобетонных колонн положены предпосылки согласно [11].

Для описания двухлинейной диаграммы состояния бетона приняты следующие зависимости:

$$\text{при } 0 < e_c \leq e_{c3,cd} \quad s_c = E_{cd} e_c; \quad (1)$$

$$\text{при } e_{c3,cd} < e_c \leq e_{cu3,cd} \quad s_c = f_{cd}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{c3,cd} = 0,48 \dots 0,97 \text{ ‰}$ – значение деформаций бетона, соответствующее границе его условно упругой работы [11, табл. 3.1];

$E_{cd} = f_{cd} / \varepsilon_{c3,cd}$ – расчетное значение модуля упругости бетона;

$\varepsilon_{cu3,cd} = 3,38 \dots 2,06 \text{ ‰}$ – максимальные значения деформаций бетона, соответствующие границе условно пластического участка диаграммы [11, табл. 3.1].

Связь между напряжениями и деформациями в арматуре описывается зависимостями:

$$\text{при } 0 < e_s \leq e_{s0} \quad s_s = E_s e_s; \quad (3)$$

$$\text{при } e_{s0} < e_s \leq e_{ud} \quad s_s = f_{yd}, \quad (4)$$

где $\varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_s$ – значение деформаций арматурной стали, определяющих границу упругого участка диаграммы;

E_s – модуль упругости арматурной стали;

$\varepsilon_{ud} = 25 \dots 12 \text{ ‰}$ – максимальные значения деформаций арматурной стали, соответствующие границе пластического участка диаграммы.

С учетом принятых предпосылок расчетная схема напряженно-деформированного состояния нормального сечения кососжатой железобетонной колонны квадратного профиля приобретает вид, приведенный на рисунке 1.

Согласно расчетной схемы (рис. 1) общая система уравнений равновесия в системе координат $X_0 Y_0 Z_0$ будет выглядеть так:

$$\sum Z_0 = - \iint_{A_c} s_c dx_{0,c} dy_{0,c} + \iint_{A_{ct}} s_{ct} dx_{0,ct} dy_{0,ct} + \sum_{i=1}^n s_{si} A_{si} - N_{Ed} = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_{X_0} = \iint_{A_c} s_c y_{0,c} dx_{0,c} dy_{0,c} - \iint_{A_{ct}} s_{ct} y_{0,ct} dx_{0,ct} dy_{0,ct} + \sum_{i=1}^n s_{si} A_{si} y_{0,si} + N_{Ed} e_{y0} = 0; \quad (6)$$

$$\sum M_{Y_0} = \iint_{A_c} s_c x_{0,c} dx_{0,c} dy_{0,c} - \iint_{A_{ct}} s_{ct} x_{0,ct} dx_{0,ct} dy_{0,ct} + \sum_{i=1}^n s_{si} A_{si} x_{0,si} + N_{Ed} e_{x0} = 0, \quad (7)$$

где $\sigma_c = f(x_{0,c}, y_{0,c})$; $\sigma_{ct} = f(x_{0,ct}, y_{0,ct})$ – законы распределения напряжений в сечении соответственно сжатой и растянутой зон бетона;

$d_{x0,c} \cdot d_{y0,c} = dA_c$; $d_{x0,ct} \cdot d_{y0,ct} = dA_{ct}$ – элементарные значения площади соответственно A_c сжатой и A_{ct} растянутой зон сечения колонны;

$x_{0,c}$; $y_{0,c}$; $x_{0,ct}$; $y_{0,ct}$ – координаты точек приложения равнодействующих напряжений в элементарных участках dA_c и dA_{ct} соответственно сжатой и растянутой зон бетона на уровне центров их тяжести;

n – количество арматурных стержней в сечении;

$\sum_{i=1}^n s_{si} A_{si}$ – алгебраическая сумма усилий в n арматурных стержнях;

$\sum_{i=1}^n s_{si} A_{si} x_{0,si}$, $\sum_{i=1}^n s_{si} A_{si} y_{0,si}$ – алгебраические суммы моментов сил в каждом из n стержней относительно осей Y_0 и X_0 соответственно;

N_{Ed} – продольная сила от внешней нагрузки;

e_{x0} , e_{y0} – эксцентриситеты приложения силы N_{Ed} относительно осей Y_0 и X_0 соответственно.

Как показывает анализ системы (5 – 7), количество неизвестных в ее уравнениях превышает количество уравнений, поэтому нужно применить дополнительные зависимости для определения всех неизвестных параметров.

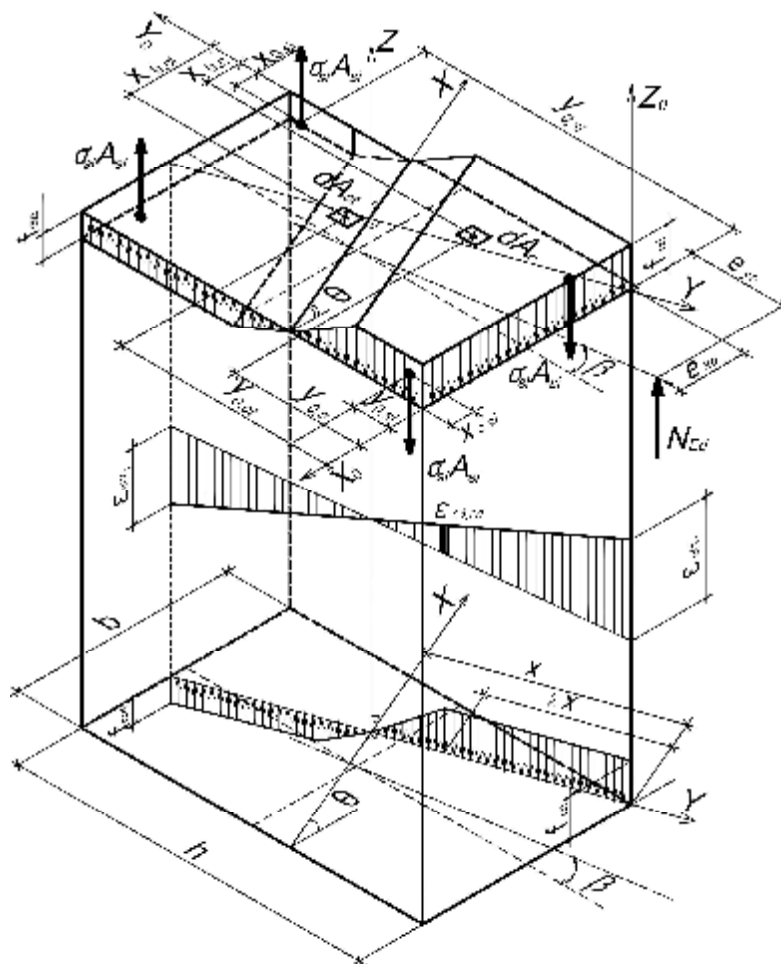


Рисунок 1 – Общий вид расчетной схемы напряженно-деформированного состояния нормального сечения кососжатой железобетонной колонны

Как показывают экспериментальные данные, работа бетона растянутой зоны при уровнях загрузки, близких к разрушительным, практически не влияет на прочность поперечного сечения, поэтому при определении прочности кососжатой колонны влиянием растянутого бетона можно пренебречь.

Из аналитических выражений (1 – 2) закона физического состояния сжатого бетона с использованием гипотезы плоских сечений (рис. 1) получено закон $\sigma_c = f(y_c)$ распределения напряжений в сжатой зоне бетона в плоскости YOZ:

$$\text{при } 0 < y_c \leq X - \lambda X \quad \sigma_c = \frac{f_{cd} y_c}{X - \lambda X}; \quad (8)$$

$$\text{при } X - \lambda X < y_c \leq X \quad \sigma_c = f_{cd}, \quad (9)$$

где X – высота сжатой зоны;
 λ – уровень пластичности бетона.

Параметры X и λ (рис. 1) функционально зависят от фибровых деформаций бетона и арматуры:

$$X = e_{c(1)} y_{sm} / e_{sm}, \quad (10)$$

$$I = 1 - e_{c3,cd} / e_{c(1)}, \quad (11)$$

где $e_{c(1)}$ – относительные деформации бетона наиболее сжатого ребра колонны (фибровые деформации бетона);

y_{sm} – координата точки приложения равнодействующей усилий в наиболее растянутом арматурном стержне;

ε_{sm} – относительные деформации наиболее растянутого арматурного стержня (фибровые деформации арматуры);

$\varepsilon_{c3,cd}$ – относительные деформации бетона, соответствующие границе треугольного участка эпюры напряжений в сжатой зоне.

Для определения фибровых относительных деформаций бетона $\varepsilon_{c(1)}$ и арматуры ε_{sm} в момент разрушения используется деформационный критерий прочности. Согласно этому критерию разрушение железобетонного элемента в нормальном сечении наступает тогда, когда деформации в бетоне или арматуре в наиболее отдаленной от нейтральной линии точке достигают предельного значения. Итак, прочность кососжатой железобетонной колонны в нормальном сечении проверяется при таких условиях деформирования бетона и арматуры:

$$e_{c(1)} \leq e_{cu3,cd}; \quad (12)$$

$$e_{sm} \leq e_{ud}. \quad (13)$$

В статье рассматривается методика расчета прочности нормального сечения кососжатых железобетонных колонн квадратного профиля на примере трапециевидной формы сжатой зоны бетона, и поэтому расчетная схема имеет вид, представленный на рисунке 2. Для вывода расчетных формул использованы общие уравнения равновесия (5 – 7), которые в плоскости координатной оси Y , перпендикулярной к нейтральной линии, приобретают вид:

$$\sum Z = 0: N_{Ed} - N_c + N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} + N_{s4} = 0; \quad (14)$$

$$\sum M_A = 0: N_c(y_{N_{Ed}} - y_{N_c}) - N_{s1}(y_{N_{Ed}} + y_{s1}) + N_{s2}(y_{N_{Ed}} - y_{s2}) + N_{s3}(y_{N_{Ed}} - y_{s3}) - N_{s4}(y_{N_{Ed}} + y_{s4}) = 0; \quad (15)$$

где N_{Ed} – продольная сила от внешней нагрузки;

N_c – равнодействующая напряжений в бетоне сжатой зоны;

$N_{s1}, N_{s2}, N_{s3}, N_{s4}$ – усилия в арматурных стержнях 1, 2, 3, 4 соответственно;

$y_{N_{Ed}}$ – расстояние от нейтральной линии до точки приложения силы N_{Ed} ;

y_{N_c} – расстояние от нейтральной линии до точки приложения усилия N_c ;

$y_{s1}, y_{s2}, y_{s3}, y_{s4}$ – расстояния от нейтральной линии до точек приложения усилий $N_{s1}, N_{s2}, N_{s3}, N_{s4}$ соответственно.

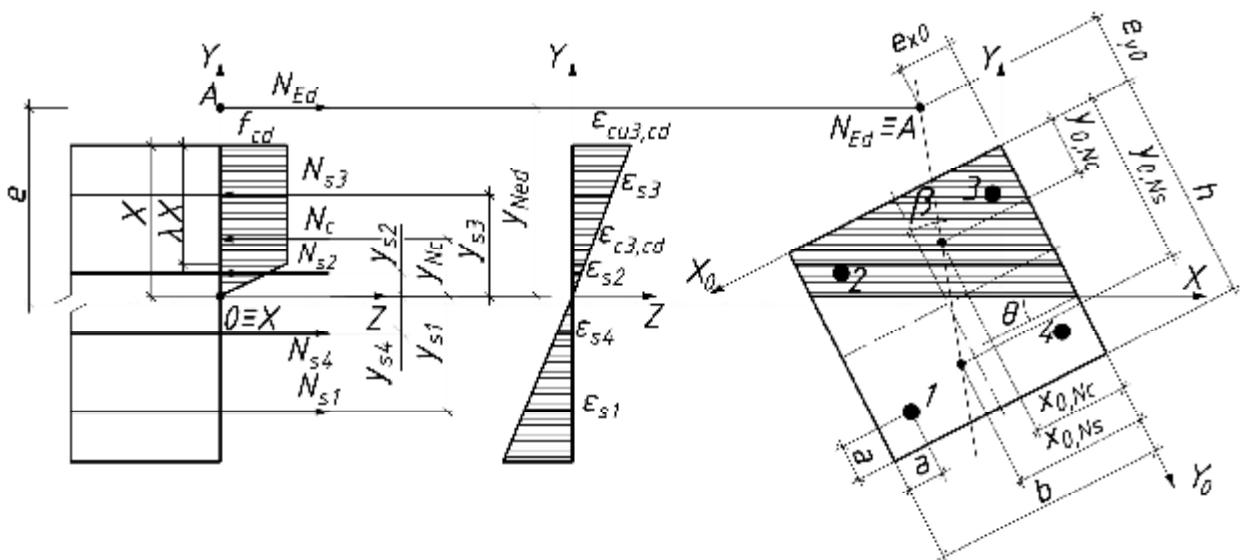


Рисунок 2 – Расчетная схема усилий, напряжений и деформаций в нормальном сечении кососжатой железобетонной колонны с трапециевидной формой сжатой зоны

После осуществления интегрирования функции (8 – 9) по оси Y , а затем по оси X в пределах трапециевидной формы сжатой зоны сечения (рис. 2) получены выражения для определения значений равнодействующей N_c и расстояния y_{N_c} от точки ее приложения до нейтральной линии:

$$N_c = \frac{f_{cd}b}{\cos q} \left(Xw - \frac{b \sin q}{2} \right); \quad (16)$$

$$y_{N_c} = \frac{S_{cx}}{N_c} = \frac{6X^2j - b \sin q (3X - b \sin q)}{3(2Xw - b \sin q)}; \quad (17)$$

$$S_c = \frac{f_{cd}b}{\cos q} \left(X^2j - \frac{b \sin q (3X - b \sin q)}{6} \right), \quad (18)$$

где ω, φ – соответственно коэффициенты полноты эпюры напряжений в бетоне сжатой зоны и относительного значения координаты точки приложения усилия N_c :

$$w = \frac{1+I}{2}, \quad (19)$$

$$j = \frac{2+2I-I^2}{6}. \quad (20)$$

Определение равнодействующих N_{si} предлагается выполнять в зависимости от значения напряжений σ_{si} , соответствующих деформациям ε_{si} на расчетной двухлинейной диаграмме деформирования арматуры, на основе следующего выражения:

$$N_{si} = s_{si} A_{si}, \quad (21)$$

где A_{si} – площадь поперечного сечения i -го стержня арматуры.

Значение напряжений σ_{si} определяются по формулам (3) – (4) в зависимости от относительных деформаций арматуры

$$e_{si} = \frac{y_{si} e_{cu3,cd}}{X}. \quad (22)$$

Для положения нейтральной линии, изображенного на рисунке 2, расстояния от нейтральной линии до точек приложения усилий определяются так:

$$y_{N_{Ed}} = e - (0,5h \cos q + 0,5b \sin q - X); \quad (23)$$

$$y_{s1} = (h - a) \cos q + (b - a) \sin q - X; \quad (24)$$

$$y_{s2} = X - (a \cos q + (b - a) \sin q); \quad (25)$$

$$y_{s3} = X - (a \cos q + a \sin q); \quad (26)$$

$$y_{s4} = (h - a) \cos q + a \sin q - X, \quad (27)$$

где e – эксцентриситет приложения силы N_{Ed} (расстояние от центра поперечного сечения колонны до линии действия силы N_{Ed});

X – высота сжатой зоны сечения;

b – ширина поперечного сечения железобетонной колонны;

θ – угол наклона нейтральной линии;

h – высота поперечного сечения железобетонной колонны;

a – расстояние от центра тяжести арматурного стержня до ближайших граней поперечного сечения колонны.

Решение системы уравнений (14) – (15) с учетом (16) – (27) дает возможность определить высоту X сжатой зоны бетона и предельное значение внешней нагрузки N_{Ed} . При этом определение значения угла θ наклона нейтральной линии предлагается осуществлять на основе условия о расположении внутренних усилий N_s и N_c и внешней силы N_{Ed} в одной плоскости. То есть, применяя уравнения, записанные в системе координат $X_0O_0Y_0$ (рис. 2):

$$\operatorname{tg} b = (x_{0,N_s} - x_{0,N_c}) / (y_{0,N_s} - y_{0,N_c}); \quad (28)$$

$$\operatorname{tg} b = (x_{0,N_s} - e_{x0}) / (y_{0,N_s} + e_{y0}), \quad (29)$$

где e_{y0}, e_{x0} – расстояния от начала системы координат до точки приложения силы N_{Ed} ;
 x_{0,N_s}, y_{0,N_s} – координаты точки приложения равнодействующей N_s ;

$$x_{0,N_s} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} x_{0,si}}{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}}; \quad (30)$$

$$y_{0,N_s} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} y_{0,si}}{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}}, \quad (31)$$

где σ_{si} – напряжение i -том арматурных стержней;
 A_{si} – площадь сечения i -того арматурного стержня;
 $x_{0,si}, y_{0,si}$ – координаты расположения i -того арматурного стержня;
 x_{0,N_c}, y_{0,N_c} – координаты точки приложения равнодействующей N_c в бетоне трапециевидной формы сжатой зоны, вычисление которых можно осуществить по формулам:

$$x_{0,N_c} = S_{c,Y_0} / N_c; \quad (32)$$

$$y_{0,N_c} = S_{c,X_0} / N_c, \quad (33)$$

где S_{c,Y_0}, S_{c,X_0} – статические моменты объемных фигур распределения напряжений в бетоне сжатой зоны относительно соответственно осей Y_0 и X_0 .

Соответствующие статические моменты сжатой зоны бетона определены в результате интегрирования функции распределения напряжений по площади сжатой зоны бетона в системе координат $X_0O_0Y_0$:

$$S_{cX_0} = \frac{f_{cd} b (3X^2 w_1 - 3Xb \sin q w + b^2 \sin^2 q)}{6 \cos^2 q}; \quad (34)$$

$$S_{cY_0} = \frac{f_{cd} b^2 (3X w - 2b \sin q)}{6 \cos q}, \quad (35)$$

где w_1 – коэффициент полноты эпюры напряжений в бетоне сжатой зоны для случая треугольной формы сжатой зоны, который вычисляется по выражению:

$$w_1 = \frac{1 + l + l^2}{3}. \quad (36)$$

После подстановки выражений (34) – (35) в (32) – (33) получены формулы для определения координат точки приложения усилия N_c :

$$x_{0,N_c} = \frac{b(3X w - 2b \sin q)}{3(2X w - b \sin q)}; \quad (37)$$

$$y_{0,N_c} = \frac{3X^2 w_1 - 3X w b \sin q + b^2 \sin^2 q}{3 \cos q (2X w - b \sin q)}. \quad (38)$$

Совместное решение уравнений (28) и (29) с учетом (30) – (31) и (37) – (38) дает возможность определить угол наклона нейтральной линии в сечении

кососжатой железобетонной колонны бескапительно-безбалочной конструктивной системы для случая трапецевидной формы сжатой зоны.

Выводы. В результате проведенных теоретических исследований на основе применения деформационной модели с двухлинейными диаграммами деформирования материалов получены аналитические зависимости для определения всех параметров, необходимых для решения задач прочности кососжатых железобетонных колонн бескапительно-безбалочной конструктивной системы. Уравнения могут быть использованы как при проверке несущей способности кососжатых колонн, так и при подборе необходимого количества арматуры, чем подтверждается обобщенность принятой расчетной модели.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ключко Оксана. Переживаючи економічну кризу, «Полтавабудінвест» розробляє нові технології, що здешевлюють будівництво на третину, і зводить сейсмостійкі багатопверхівки / Оксана Ключко // Вечірня Полтава. – 2009. – №7 (834). – С.4.
2. Павліков А.М. Впровадження безригельно-безкапительної каркасної конструктивної системи в проектування будівель під доступне житло / А.М. Павліков, О.В. Гарькава, Д.В. Безрукавий // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівліта споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 352 – 359.
3. Павликов А.Н. Использование бескапительно-безбалочной каркасной конструктивной системы при проектировании зданий доступного жилья / А.Н. Павликов, Ю.Л. Винников, О.В. Гарькавая // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров: сборник научных статей XIX Международного научно-методического семинара. – Брест: БрГТУ, 2014. – С. 169 – 175.
4. Павліков А. М. Розрахунок несучої здатності збірних залізобетонних елементів безкапительно-безбалкового перекриття методом граничної рівноваги / А.М. Павліков, С.М. Микитенко // Збірник наукових праць [Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка]. Сер. : Галузеве машинобудування, будівництво – 2014. – Вип. 3(1). – С. 132 – 139.
5. Гарькава О.В. Моделювання напружено-деформованого стану колон безкапительно-безригельної конструктивної системи будівель / О.В. Гарькава, А.О. Горіна, Г.Г. Височин, Ю.А. Дмитренко // Проблеми розвитку міського середовища: наук.-техн. збірник. – К: НАУ, 2014. – Вип. 2(12). – С. 172 – 181.
6. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : монографія / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 320 с.
7. Бойко О.В. Оцінка міцності навскісно зігнутих балок на основі дволінійних діаграм деформування бетону та арматури: автореф. дис. на здобуття наук ступеня канд. техн. наук спец. 05.32.01 «Будівельніконструкції будівліта споруди» / О.В. Бойко. – Полтава, 2010. – 22 с.
8. Chen S.F. Design of biaxially loaded short composite columns of arbitrary section / Chen S.F., Teng J.G., Chan S.L. // Journal of Structural Engineering, 2001. – Vol. 127(6). – P. 678 – 685.
9. Hong H. Strength of Slender Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / H. Hong // Journal of Structural Engineering, 2001. – Vol.127(7). – P. 758 – 762.
10. Bouzid T. Practical method for analysis and design of slender reinforced concrete columns subjected to biaxial bending and axial loads / T. Bouzid, K. Demagh // Slovak journal of civil engineering . – Bratislava: Slovak university of technology, 2011. – Vol.1. – P. 24 – 32.
11. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2001. – 230 p.