

края (плоскости концов) продольных ребер, как и края обшивки, лежат в одной координатной плоскости  $YZ$ .

**Оценка эффективности подкрепления.** Несущая способность тонких оболочек и оболочечных покрытий определяется их устойчивостью. Поэтому для оценки эффективности подкрепления введем коэффициент относительной эффективности  $\mu$ , равный отношению критических давлений для подкрепленной ( $q_{kr}$ ) и гладкой ( $q_{okr}$ ) оболочек равного объема (материала):

$$\mu = \frac{q_{kr}}{q_{okr}} \quad (1)$$

При этом, естественно, рассматриваются оболочки одинаковых радиуса  $R$  и длины  $L$ .

Объем гладкой оболочки определяется выражением:

$$V_o = \pi R L h_o, \quad (2)$$

где  $h_o$  – толщина гладкой оболочки.

Объем ребристой оболочки определяется суммой объемов обшивки и ребер:

$$V = \pi R L h + A_c k L + A_w k_1 \pi R = \pi R L h \left( 1 + \frac{A_c k}{\pi R h} + \frac{A_w k_1}{L h} \right), \quad (3)$$

где  $h$  – толщина обшивки ребристой оболочки;  $A_c$  – площадь поперечного сечения стрингера,  $A_w$  – площадь поперечного сечения шпангоута,  $k$  – количество стрингеров,  $k_1$  – количество шпангоутов.

Приравняв (2) к (3), найдем толщину гладкой оболочки, равной по объему материала рассматриваемой ребристой оболочке:

$$h_o = h \left( 1 + \frac{A_c k}{\pi R h} + \frac{A_w k_1}{L h} \right).$$

Введем безразмерные параметры критического внешнего давления  $q$  для ребристой и гладкой оболочек согласно выражениям:

$$\bar{q} = \frac{R^2}{E h^2} q_{kr}; \quad \bar{q}_o = \frac{R^2}{E h_o^2} q_{okr}. \quad (4)$$

Тогда критические нагрузки для ребристой и гладкой оболочек можно представить следующим образом:

$$q_{kr} = E \frac{h^2}{R^2} \bar{q};$$

$$q_{okr} = E \frac{h_o^2}{R^2} \bar{q}_o = E \frac{h^2}{R^2} \bar{q}_o \left( 1 + \frac{A_c k}{\pi R h} + \frac{A_w k_1}{L h} \right)^2.$$

Подставляя эти выражения в (1), получим коэффициент  $\mu$  в виде:

$$\mu = \frac{\bar{q}}{\bar{q}_o} \frac{1}{\left( 1 + \frac{A_c k}{\pi R h} + \frac{A_w k_1}{L h} \right)^2}. \quad (5)$$

Выразив отсюда выражение в скобках и подставив его в (3) с учетом (4), получим зависимость для объема подкрепленной оболочки в виде:

$$V = \pi R L h \sqrt{\frac{\bar{q}}{\bar{q}_o \mu}} = \pi R L h \sqrt{\frac{R^2 q}{E h^2 \bar{q}_o \mu}} = \pi R^2 L \sqrt{\frac{q}{E \bar{q}_o \mu}}.$$

Все величины, входящие в последнее выражение, кроме  $\mu$ , являются для покрытий с одинаковыми генеральными размерами ( $R$  и  $L$ ) при заданной расчетной нагрузке  $q$  константами. Соответственно получаем, что минимуму объема покрытия отвечает максимум коэффициента относительной эффективности  $\mu$ . Выполняя анализ изменения  $\mu$ , можно производить оценку эффективности подкрепления оболочек и находить наиболее рациональные параметры подкрепления. При этом надо уметь вычислять критические нагрузки (давления) для гладкого и подкрепленного оболочечных покрытий.

**Решение задачи устойчивости.** Решение задачи устойчивости выполняется энергетическим методом [2, 3], который связан с выбором аппроксимирующих выражений для функций перемещений, описывающих деформированное состояние подкрепленного оболочечного покрытия при потере устойчивости и удовлетворяющих граничным условиям его опирания. Будем считать, что обеспечены условия шарнирного опирания и что до потери устойчивости оболочка сохраняет свою первоначальную (цилиндрическую) форму [2]. Выражение полной потенциальной энергии системы через перемещения срединной поверхности оболочки получено [4] в виде:

$$\begin{aligned} U = & \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^R \left\{ C_1 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2C_{12} \frac{\partial u}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} \right) + C_{22} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{w}{R} \right)^2 + \right. \\ & + C_{66} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + D_{11} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{22} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \\ & + 4D_{66} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + D_{11} \left[ \left( \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right] + k_0 C_{55} \psi_1^2 + \\ & + k_0 C_{44} \psi_2^2 - 2D_{12} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial \psi_2}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right) + \\ & + D_{22} \left[ \left( \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right] + D_{66} \left[ -4 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial \psi_1}{\partial y} + \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right) + \right. \\ & \left. + \left( \frac{\partial \psi_1}{\partial y} + \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right)^2 \right] - \sigma_x h \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \sigma_y h \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R} \right) w \Big\} dx dy + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \int_0^L \left\{ E_c F_c \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + h_c \left( -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right) \right]^2 + k_c G_c F_c \psi_1^2 + \right. \\ & + E_c J_{yc} \left( \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + G_c J_{xc} \left( -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \\ & - \sigma_x F_c \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \Big\} \Big|_{y=y_i} dx + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k_1} \int_0^R \left\{ E_w F_w \left[ \frac{\partial v}{\partial y} + \right. \right. \\ & \left. \left. + h_w \left( -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right) - \frac{w}{R} \right]^2 + k_w G_w F_w \psi_2^2 + \right. \\ & \left. + E_w J_{xw} \left( \frac{\partial \psi_2}{\partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{w}{R^2} \right)^2 + G_w J_{krw} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial y} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{h_w}{R} \left( -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \right) \right]^2 + \sigma_y F_w \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R^2} \right) w \right\} \Big|_{x=x_j} dy. \end{aligned}$$

Здесь обозначено:  $u, v, w$  – перемещения точек срединной поверхности в направлениях осей  $X, Y, Z$ ,  $\psi_1$  и  $\psi_2$  – углы сдвига, то есть углы поворота прямолинейного отрезка по отношению к нормали к деформированной срединной поверхности соответственно по направлениям осей  $X$  и  $Y$  в результате сдвига;  $k_0$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по толщине обшивки;  $C_{jk}, D_{jk}$  – жесткости многослойной обшивки, определяемые выражениями [1]

$$C_{jk} = 2 \left[ B_{jk}^{m_c+1} h_{m_c+1} + \sum_{s=1}^{m_c} B_{jk}^s (h_s - h_{s+1}) \right];$$

$$D_{jk} = 2 \left[ B_{jk}^{m_c+1} h_{m_c+1}^3 + \sum_{s=1}^{m_c} B_{jk}^s (h_s^3 - h_{s+1}^3) \right],$$

где  $B_{11}^s = \frac{E_1^s}{1 - \nu_{12}^s \nu_{21}^s}$ ;  $B_{22}^s = \frac{E_2^s}{1 - \nu_{12}^s \nu_{21}^s}$ ;  $B_{12}^s = B_{21}^s = -\frac{\nu_{12}^s E_1^s}{1 - \nu_{12}^s \nu_{21}^s}$ ;

$B_{44}^s = G_{23}^s$ ;  $B_{55}^s = G_{13}^s$ ;  $B_{66}^s = G_{12}^s$ ;  $E_1^s, E_2^s$  – модули Юнга для материала  $s$ -го слоя обшивки соответственно по направлениям  $x$  и  $y$ ;  $G_{23}^s, G_{13}^s, G_{12}^s$  – модули сдвига материала  $s$ -го слоя обшивки, характеризующие изменение углов между главными направлениями  $u$  и  $z, x$  и  $z, x$  и  $u$  соответственно;  $\nu_{12}^s, \nu_{21}^s$  – коэффициенты Пуассона материала  $s$ -го слоя обшивки;  $K_c, K_w$  – коэффициенты, учитывающие неравномерность распределения касательных напряжений по высоте сечений стрингеров и шпангоутов;  $E_c, G_c$  и  $E_w, G_w$  – модули упругости и сдвига материалов стрингеров и шпангоутов;  $A_c, J_{yc}, J_{kc}$  и  $A_w, J_{yw}, J_{kw}$  – площади поперечных сечений, моменты инерции и кручения сечений соответственно стрингеров и шпангоутов;  $h_c, h_w$  – эксцентриситеты стрингеров и шпангоутов.

Докритическое состояние принимается безмоментным и зависимость между внешним давлением  $q$  и радиальными напряжениями в покрытии  $\sigma_y$  определяется выражением:

$$q_{kr} = \frac{\sigma_y h}{k_{Aw} R},$$

где  $k_{Aw} = 1 / \left( 1 + \frac{A_w}{h l_w} \right)$ .

Здесь  $l_w$  – шаг шпангоутов.

Выражения для аппроксимирующих функций перемещений приняты в виде:

$$u = a_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}; \quad v = b_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R};$$

$$w = c_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}; \quad \psi_1 = d_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} \quad (7)$$

$$\psi_2 = e_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{ny}{R},$$

где  $m, n$  – число полуволн вдоль образующей (вдоль оси  $x$ ) и окружности обшивки (вдоль оси  $y$ );  $a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}, e_{mn}$  – неизвестные константы (перемещения), соответствующие данному волнообразованию.

Подставляя аппроксимирующие функции перемещений (7) в (6) и выполняя интегрирование, получим выражение полной потенциальной энергии в следующем виде:

$$U = f_{11} a_{mn}^2 + f_{13} a_{mn} c_{mn} + f_{14} a_{mn} d_{mn} + f_{22} b_{mn}^2 + f_{33} c_{mn}^2 + f_{34} c_{mn} d_{mn} + f_{35} c_{mn} e_{mn} + f_{44} d_{mn}^2 + f_{45} d_{mn} e_{mn} + f_{55} e_{mn}^2, \quad (8)$$

где:

$$f_{11} = \frac{\pi}{8LR^3} \left[ C_{66} L^2 n^2 R^2 + C_{11} m^2 \pi^2 R^4 + 2G_w J_{krw} L n^2 \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) + 2A_c E_c m^2 \pi R^3 \sum_{i=1}^k \sin^2 \left( \frac{n}{R} y_i \right) \right];$$

$$f_{13} = \frac{m\pi^2}{4L^2 R^3} \left[ C_{12} L^2 R^3 - 2A_c E_c h_c m^2 \pi R^3 \sum_{i=1}^k \sin^2 \left( \frac{n}{R} y_i \right) - 2G_w J_{krw} L n^2 (h_w - R) \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) \right];$$

$$f_{14} = \frac{\pi}{2LR^2} \left[ G_w h_w J_{krw} L n \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) + A_c E_c h_c m^2 \pi R^2 \sum_{i=1}^k \sin^2 \left( \frac{n}{R} y_i \right) \right];$$

$$f_{22} = \frac{\pi}{8LR} \left[ C_{22} L^2 n^2 + C_{66} m^2 \pi^2 R^2 + 2A_w E_w L n^2 \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) \right];$$

$$f_{33} = \frac{1}{8L^3 R^3} \left[ D_{22} L^4 n^4 \pi + C_{22} L^4 \pi R^2 + 2D_{12} L^2 m^2 n^2 \pi^3 R^2 + D_{11} m^4 \pi^5 R^4 + h L^4 \pi R^2 (1 - n^2) \sigma_y + 2G_w J_{krw} L m^2 n^2 \pi^3 (h_w - R)^2 \times \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) + 2L^3 \pi (E_w J_{krw} (n^2 - 1)^2 + E_w A_w (R - h_w n^2)^2 - A_w R^2 (n^2 - 1) \sigma_y) \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) + 2R^3 (G_c J_{krc} L^4 + E_c m^4 \pi^4 (A_c h_c^2 + J_{yc})) \sum_{i=1}^k \sin^2 \left( \frac{n}{R} y_i \right) \right];$$

$$f_{34} = -\frac{m\pi^2}{4L^2 R^2} \left[ D_{12} L^2 n^2 R + D_{11} m^2 \pi^2 R^3 + 2G_w h_w J_{krw} L n (h_w - R) \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) + 2E_c m^2 \pi R^2 (A_c h_c^2 + J_{yc}) \sum_{i=1}^k \sin^2 \left( \frac{n}{R} y_i \right) \right];$$

$$f_{35} = -\frac{n\pi}{4LR^2} \left[ D_{22} L^2 n^2 + (D_{12} + 2D_{66}) m^2 \pi^2 R^2 + 2E_w L (J_{xw} (n^2 - 1) + A_w h_w (h_w n^2 - R)) \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) \right];$$

$$f_{44} = \frac{1}{8LR} \left[ D_{66} L^2 n^2 \pi + (C_{55} k_o L^2 + D_{11} m^2 \pi^2) R^2 \pi + 2G_w h_w^2 J_{krw} L \pi \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) + 2R (A_c G_c k_c L^2 + E_c m^2 \pi^2 (A_c h_c^2 + J_{yc})) \sum_{i=1}^k \sin^2 \left( \frac{n}{R} y_i \right) \right];$$

$$f_{45} = \frac{1}{8} (D_{12} + 2D_{66}) m n \pi^2;$$

$$f_{55} = \frac{\pi}{8LR} \left[ D_{22} L^2 n^2 + R^2 (C_{44} k_o L^2 + D_{66} m^2 \pi^2) + 2L (E_w n^2 (A_w h_w^2 + J_{xw}) + A_w G_w k_w R^2) \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2 \left( \frac{m\pi}{L} x_j \right) \right].$$

Применяя условие минимума энергии к выражению (8) по параметрам волнообразования  $a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}, e_{mn}$ , получим систему разрешающих уравнений в виде:

$$\begin{cases} K_{11} \cdot a_{mn} + K_{12} \cdot b_{mn} + K_{13} \cdot c_{mn} + K_{14} \cdot d_{mn} + K_{15} \cdot e_{mn} = 0; \\ K_{21} \cdot a_{mn} + K_{22} \cdot b_{mn} + K_{23} \cdot c_{mn} + K_{24} \cdot d_{mn} + K_{25} \cdot e_{mn} = 0; \\ K_{31} \cdot a_{mn} + K_{32} \cdot b_{mn} + K_{33} \cdot c_{mn} + K_{34} \cdot d_{mn} + K_{35} \cdot e_{mn} = 0; \quad (9) \\ K_{41} \cdot a_{mn} + K_{42} \cdot b_{mn} + K_{43} \cdot c_{mn} + K_{44} \cdot d_{mn} + K_{45} \cdot e_{mn} = 0; \\ K_{51} \cdot a_{mn} + K_{52} \cdot b_{mn} + K_{53} \cdot c_{mn} + K_{54} \cdot d_{mn} + K_{55} \cdot e_{mn} = 0, \end{cases}$$

где введены обозначения:

$$K_{11} = \frac{\pi}{4LR^5} [C_{66}L^2n^2R^4 + C_{11}m^2\pi^2R^6 + 2G_w J_{krw} Ln^2 \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2\left(\frac{\pi m}{L} x_j\right) + 2A_c E_c m^2 \pi R^5 \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2\left(\frac{\pi m}{L} x_j\right)].$$

$$K_{13} = K_{31} = \frac{m\pi^2}{4L^2R^4} [C_{12}L^2R^4 - 2G_w J_{krw} Ln^2 (h_w - R) \times \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2\left(\frac{\pi m}{L} x_j\right) - 2A_c E_c h_c m^2 \pi R^4 \sum_{i=1}^k \sin^2\left(\frac{n}{R} y_i\right)];$$

$$K_{14} = K_{41} = \frac{\pi}{2LR^4} [G_w h_w J_{krw} Ln \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2\left(\frac{\pi m}{L} x_j\right) + A_c E_c h_c m^2 \pi R^4 \sum_{i=1}^k \sin^2\left(\frac{n}{R} y_i\right)];$$

$$K_{12} = K_{21} = 0; K_{22} = \frac{\pi}{4LR} [C_{22}L^2n^2 + C_{66}m^2\pi^2R^2 + 2A_w E_w Ln^2 \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2\left(\frac{\pi m}{L} x_j\right)];$$

$$K_{33} = \frac{\pi}{4L^3R^3} [D_{22}L^4n^4 + R^2(C_{22}L^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})L^2m^2n^2\pi^2 + D_{11}m^4\pi^4R^2) + hL^4\pi R^2(1-n^2)\sigma_y + 2G_w J_{krw} Lm^2n^2\pi^3(h_w - R)^2 \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2\left(\frac{\pi m}{L} x_j\right) + 2L^3(E_w J_{xw}(n^2-1)^2 + E_w A_w h_w^2 n^2 - A_w R^2(n^2-1)\sigma_y) \times \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2\left(\frac{\pi m}{L} x_j\right) + 2G_c J_{krc} L^2 m^2 n^2 \pi R \sum_{i=1}^k \sin^2\left(\frac{n}{R} y_i\right) + 2E_c m^4 \pi^3 R^3 (A_c h_c^2 + J_{yc}) \sum_{i=1}^k \sin^2\left(\frac{n}{R} y_i\right)];$$

$$K_{23} = K_{32} = 0;$$

$$K_{34} = K_{43} = -\frac{m\pi^2}{4L^2R^3} [(D_{12} + 2D_{66})L^2n^2R^2 + D_{11}m^2\pi^2R^4 + 2G_w h_w J_{krw} Ln^2(h_w - R) \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2\left(\frac{\pi m}{L} x_j\right) + 2E_c m^2 \pi R^3 (A_c h_c^2 + J_{yc}) \sum_{i=1}^k \sin^2\left(\frac{n}{R} y_i\right)];$$

$$K_{15} = K_{51} = 0;$$

$$K_{35} = K_{53} = -\frac{n\pi}{4LR^2} [D_{22}L^2n^2 + (D_{12} + 2D_{66})m^2\pi^2R^2 + 2E_w L(J_{xw}(n^2-1) + A_w h_w^2 n^2) \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2\left(\frac{m\pi}{L} x_j\right)];$$

$$K_{24} = K_{42} = 0;$$

$$K_{44} = \frac{1}{4LR^3} [D_{66}L^2n^2\pi R^2 + \pi R^4(C_{55}k_oL^2 + D_{11}m^2\pi^2) + 2G_w h_w^2 J_{krw} Ln^2 \pi \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2\left(\frac{m\pi}{L} x_j\right) + 2R(A_c G_c k_c L^2 + E_c m^2 \pi^2 (A_c h_c^2 + J_{yc})) \sum_{i=1}^k \sin^2\left(\frac{n}{R} y_i\right)];$$

$$K_{25} = K_{52} = 0;$$

$$K_{45} = K_{54} = \frac{1}{8}(D_{12} + 2D_{66})m\pi^2;$$

$$K_{55} = \frac{\pi}{4LR} [D_{22}L^2n^2 + R^2(C_{44}k_oL^2 + D_{66}m^2\pi^2) + 2L(E_w n^2(A_w h_w^2 + J_{xw}) + A_w G_w k_w R^2) \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2\left(\frac{m\pi}{L} x_j\right)].$$

Приравняв определитель системы уравнений (9) к нулю, получаем уравнение устойчивости, решая которое, определяем критическое внешнее давление на покрытие, выполняя при этом минимизацию решения по параметрам волнообразования  $m, n$ .

**Автоматизация расчетов на устойчивость.** На основе разработанной методики разработана компьютерная программа расчета на устойчивость тонких подкрепленных цилиндрических покрытий (рис. 2). Для ввода и редактирования параметров оболочки, стрингеров и шпангоутов используются диалоговые окна. В результате расчета получаем критическое значение внешнего давления для покрытия.

**К исследованию влияния параметров подкрепления на величины критических нагрузок.** Для удобства исследования влияния параметров подкрепления на величины критических нагрузок удобно ввести безразмерные параметры подкрепления:

$$\varphi'_1 = \frac{V_{reb}}{V_{obsh}} = \frac{A_c Lk + A_w \pi Rk_1}{\pi R L h} = \frac{A_c k}{\pi R h} + \frac{A_w k_1}{L h};$$

$$\varphi'_2 = \frac{V_c}{V_w} = \frac{A_c Lk}{A_w \pi R k_1}; \quad a_1 = \frac{\pi R}{kh}; \quad a_2 = \frac{L}{k_1 h};$$

$$\bar{\Psi}_1 = \frac{H_c}{B_c}; \quad \bar{\Psi}_2 = \frac{H_w}{B_w},$$

где  $\varphi'_1$  – отношение объема всех ребер к объему обшивки;  $\varphi'_2$  – отношение объема стрингеров к объему шпангоутов;  $a_1$  – отношение расстояния между стрингерами к толщине обшивки;  $a_2$  – отношение расстояния между шпангоутами к толщине обшивки;  $\bar{\Psi}_1$  – отношение высот стенок ребер стрингеров к их толщинам;  $\bar{\Psi}_2$  – отношение высот стенок ребер шпангоутов к их толщинам.

Подставляя эти зависимости в (5), выражение для вычисления коэффициента относительной эффективности получим в виде:

$$\mu = \frac{\bar{q}}{\bar{q}_0} \frac{1}{(1+\varphi'_1)^2}.$$

Процедура исследования влияния и определения рациональных параметров подкрепления теперь может быть сформулирована следующим образом. Задаемся значениями главных размеров оболочки  $L, R$ , и принимая за предельные напряжения предел текучести  $\sigma_T$ , из условия прочности найдем толщину и объем  $V$  гладкой оболочки. Определяем критическое давление для нее. Если критические напряжения для гладкой оболочки ниже предела текучести, то требуется ее подкрепление. Варьируя безразмерные параметры подкрепления, теперь следует найти такое их соотношение, которое бы повысило критические напряжения, по крайней мере, до предела текучести или выше его. Это состояние и будет рациональным для рассматриваемого покрытия.

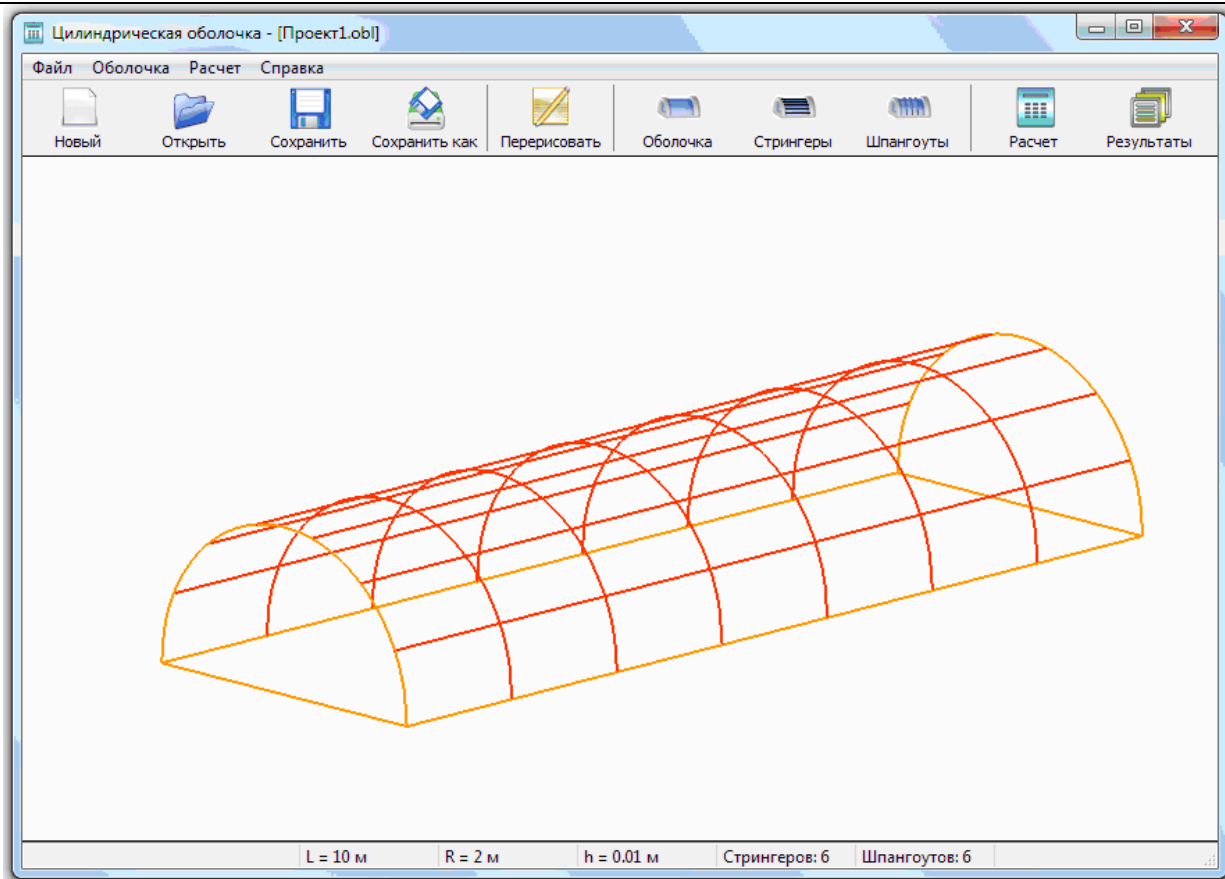


Рис. 2. Главное окно программы, окна редактирования и результатов расчета

Соотношения между задаваемыми безразмерными параметрами подкрепления и действительными размерами подкрепленных оболочек покрытия определяются зависимостями, представленными ниже.

Задаваясь значением параметра  $\varphi'_1$ , учитывая соотношение:  $V_{reb} = \varphi'_1 V_{obsh}$  получим для объема оболочки выражение  $V = V_{obsh} + V_{reb} = (1 + \varphi'_1) V_{obsh}$ , которое позволяет выразить объемы обшивки и ребер:

$$V_{obsh} = \frac{V}{1 + \varphi'_1};$$

$$V_{reb} = V - V_{obsh} = V - \frac{V}{1 + \varphi'_1} = V \left( 1 - \frac{1}{1 + \varphi'_1} \right).$$

После этого можно вычислить толщину обшивки (оболочки):

$$h = \frac{V_{obsh}}{\pi R L} = \frac{V}{\pi R L} \left( 1 - \frac{1}{1 + \varphi'_1} \right).$$

Задаваясь значением параметра  $\varphi'_2$  и записывая объем ребер в виде:  $V_{reb} = V_w + V_c = V_w + \varphi'_2 V_w = V_w (1 + \varphi'_2)$ , найдем объемы стрингеров и шпангоутов:

$$V_w = \frac{V_{reb}}{1 + \varphi'_2} = \frac{V}{1 + \varphi'_2} \left( 1 - \frac{1}{1 + \varphi'_1} \right);$$

$$V_c = V_{reb} - V_w = V \left( 1 - \frac{1}{1 + \varphi'_1} \right) \left( 1 - \frac{1}{1 + \varphi'_2} \right).$$

Количество стрингеров  $k$  и шпангоутов  $k_1$  определяются с использованием безразмерных параметров  $a_1$  и  $a_2$ :

$$k = \frac{\pi R}{a_1 h} = \frac{\pi^2 R^2 L}{a_1 V} \frac{1}{\left( 1 - \frac{1}{1 + \varphi'_1} \right)};$$

$$k_1 = \frac{L}{a_2 h} = \frac{\pi R L^2}{a_2 V} \frac{1}{\left( 1 - \frac{1}{1 + \varphi'_1} \right)}.$$

После этого несложно определить и площади поперечных сечений ребер

$$A_c = \frac{V_c}{L k}; \quad A_w = \frac{V_w}{\pi R k_1}$$

и, например, для прямоугольной формы сечений, используя параметры  $\bar{\Psi}_1$  и  $\bar{\Psi}_2$ , можно определить размеры сечений:

$$B_c = \sqrt{\frac{A_c}{\bar{\Psi}_1}}; \quad H_c = \frac{A_c}{B_c}; \quad B_w = \sqrt{\frac{A_w}{\bar{\Psi}_2}}; \quad H_w = \frac{A_w}{B_w}.$$

Варьируя значения безразмерных параметров, можно производить оценку эффективности подкрепления оболочки, определяя величину коэффициента относительной эффективности  $\mu$ .

Например, рассмотрим подкрепленную оболочку покрытия радиусом  $R = 2,4$  м, длиной  $L = 6$  м, изготовленную из материала с  $E = 6,67 \cdot 10^4$  МПа и пределом текучести  $\sigma_T = 147$  МПа. Варьируя параметры подкрепления оболочки будем осуществлять, сохраняя постоянным ее объем, который принимаем равным объему гладкой оболочки, имеющей указанные размеры  $R$  и  $L$  и толщину  $h_0 = 3$  мм. Критические напряжения для такой гладкой оболочки равны 53 МПа, что меньше предела текучести и что соответственно свидетельствует о необходимости подкрепления такого покрытия.

Выполним исследование влияния безразмерных параметров подкрепления на коэффициент относительной эффективности подкрепления  $\mu$ . На рис. 3–6 представлены зависимости коэффициента  $\mu$  соответственно от параметров  $\varphi'_1$ ,  $\varphi'_2$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  при неизменных величинах остальных параметров. Анализ представленных зависимостей показывает, что наибольшим величинам коэффициента относительной эффективности подкрепления  $\mu$  здесь соответствуют области изменения параметров, близкие к  $\varphi'_1=0,4$ ,  $\varphi'_2=0,55$ ,  $a_1=550$ ,  $a_2=260$ .

Для определения наиболее рациональных параметров подкрепления необходим перебор параметров  $\varphi'_1$ ,  $\varphi'_2$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\bar{\psi}_1$ ,  $\bar{\psi}_2$  в пределах всей области их возможного изменения. При этом наиболее рациональные параметры подкрепления будут соответствовать максимальному значению коэффициента относительной эффективности.

**Заключение.** Разработана методика, позволяющая выполнять оценку эффективности подкрепления цилиндрических оболочечных покрытий с помощью коэффициента относительной эффективности подкрепления, равного отношению критических давлений для под-

крепленного и гладкого покрытий равного объема. Получено, что минимуму объема оболочки соответствует максимум коэффициента относительной эффективности подкрепления, что позволяет определять наиболее рациональные параметры подкрепления, соответствующие наименьшему объему материала покрытия.

Представлена процедура решения задачи устойчивости и разработанная компьютерная программа расчета на устойчивость тонких подкреплённых цилиндрических покрытий. Представлен пример влияния параметров покрытия на эффективность подкрепления.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Амбарцумян, С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 446 с.
2. Методы расчета оболочек: в 5 т. – Т. 2: Теория ребристых оболочек / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий – К.: Наукова думка, 1980. – 368 с.
3. Тимошенко, С. П. Устойчивость упругих систем. – М.-Л.: Гостехиздат, 1946. – 532 с.
4. Игнатов, А.Ю. К расчету тонких подкреплённых цилиндрических покрытий на устойчивость при внешнем давлении / А.Ю. Игнатов, В.И. Игнатюк // Вестник БрГТУ. – 2009. – № 1: Строительство и архитектура. – С. 15–19.

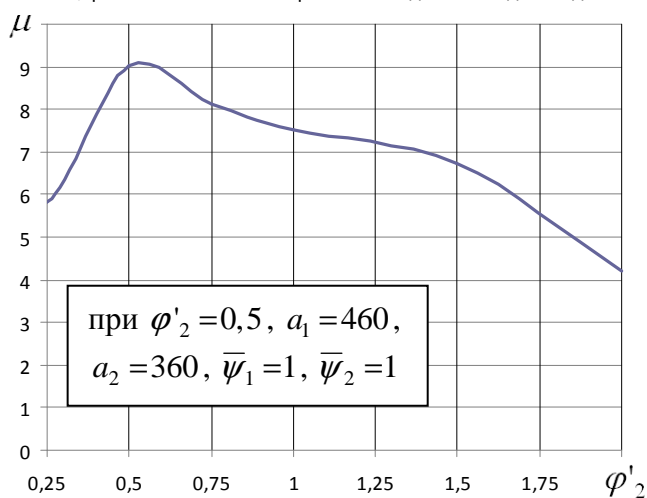


Рис. 3

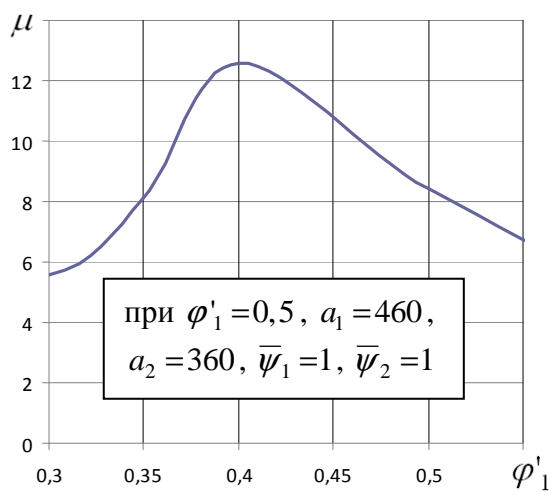


Рис. 4

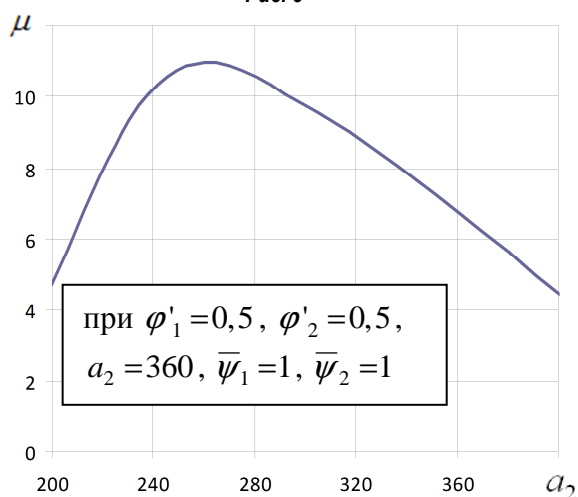


Рис. 5

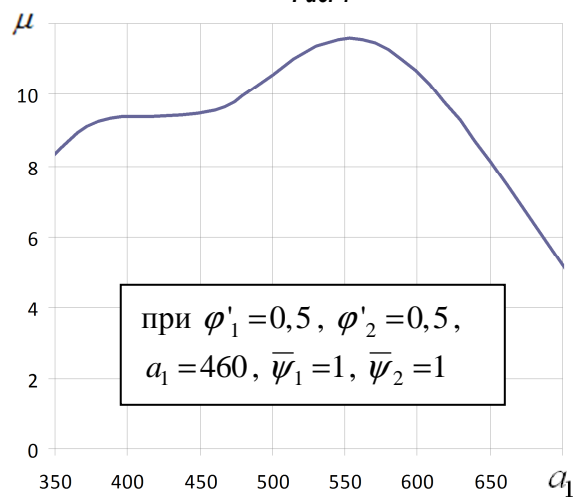


Рис. 6

Материал поступил в редакцию 10.03.11

IGNATOV A.Yu., IGNATIUK V.I. To an estimation of efficiency of a reinforcement of thin-walled ridge cylindrical coverings loaded with external pressure

The article discusses a methodology enabling calculation of rational reinforcement for thin cylindrical shells under external pressure. The methodology is based on an appraisal of the efficiency of reinforcement, using a coefficient of efficiency of reinforcement equal to a ratio of critical pressures of reinforced and flat shells of identical volume. The maximum of the coefficient of efficiency of reinforcement fits the most rational reinforcement.