

ФОРМАТ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ РАСЧЁТОВ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Тур В. В., Тур А. В.

Введение. В соответствии с ТКП EN 1992 (EC2) [1] при проектировании по методу предельных состояний расчеты железобетонных конструкций следует производить с использованием идеализации как геометрических параметров, так и поведения конструктивного элемента (системы) при соответствующих сочетаниях воздействий (эффектов воздействий). При этом в 5.11(4)Р отмечается, что “степень идеализации должна соответствовать рассматриваемой проблеме”. В общем случае для идеализации поведения конструкции применяют следующие виды анализа:

- Линейно-упругий расчет;
- Линейно-упругий расчет с ограниченным перераспределением;
- Пластический расчет, включая метод “подкосов и затяжек” (англ. *strut and ties method*);
- Нелинейный расчет.

В последние годы как при проектировании новых, так и при проверках предельных состояний существующих конструкций все более широкое применение получают нелинейные расчеты. Так, при проверках живучести конструктивных систем в особых расчетных ситуациях адекватные решения могут быть получены только при применении нелинейного анализа. При этом критерий проверок предельного состояния формулируется не в терминах предельных усилий, а предельных перемещений [2].

Применение нелинейных расчетов в практике проектирования стало возможным с одной стороны, благодаря интенсивному развитию компьютерной техники, а с другой – в результате разработки программных продуктов, реализующих нелинейные расчетные процедуры.

Вместе с тем, действующее в настоящее время нормы проектирования конструкций [1] хотя и допускают возможность выполнения нелинейных расчетов, но содержат довольно ограниченные указания, как по их применению, так и трактовке полученных результатов расчета.

Формат безопасности и правила, содержащиеся в нормах проектирования конструкций, базируются, главным образом, на классических процедурах, использующих линейно-упругий анализ для определения эффектов воздействий с последующей проверкой отдельных критических сечений.

Нелинейный анализ по своей природе всегда является оценкой глобального типа, при котором все конструктивные элементы системы и их сечения находятся во взаимодействии. Как показано в ряде работ [3, 4] современные нормы проектирования не допускают прямого применения метода частных коэффици-

ентов при выполнении нелинейных расчетов, и, поэтому следует устанавливать новый формат безопасности, который с одной стороны позволяет обеспечить требуемый уровень надежности проектируемой конструктивной системы, а с другой стороны – максимально не искажает сверх допустимого реального физического поведения конструкции при выполнении расчетной процедуры.

Следует отметить, что как международные [5, 6], так и национальные [1, 7] нормы проектирования содержат предложения по регулированию уровня надежности при выполнении нелинейных расчётов с помощью т. н. глобального коэффициента безопасности (или сопротивления). При этом практически во всех случаях проблема сводится к одностороннему оцениванию надежности, когда устанавливают расчетные значения сопротивления без учёта изменчивости воздействий. В данном случае расчетное сопротивление выражают через значения воздействий, соответствующих рассматриваемому предельному состоянию.

Как было показано в работах [3, 8] проверка т. н. глобального сопротивления конструктивной системы (при применении глобального коэффициента), основанная на применении нелинейных расчетов, имеет следующие преимущества:

- 1) При выполнении нелинейных расчетов выполняют проверку всех типов сечений, а не только выбранных критических;
- 2) Формат глобальной безопасности позволяет получить информацию о конструктивной безопасности, пластической деформативности, и, в конечном итоге, о живучести конструктивной системы в целом, что недоступно при выполнении классических проверок отдельных критических сечений.

Следует подчеркнуть, что сформулированные выше оптимистические утверждения следует принимать с определенной долей осторожности.

Это связано с тем, что при выполнении нелинейных расчетов существует довольно много аспектов, требующих соответствующей инженерной оценки. Так, например, следует ясно ориентироваться в организации процедуры нелинейного расчета, реализованной в расчетном комплексе, а так же принятых критериях и ограничениях. Следует отметить, что практически все действующие нормы, за исключением рекомендаций по проверке живучести конструктивных систем в особых расчетных ситуациях (например, FEMA [9] или UFC [10]) не содержат соответствующих критериев, применяемых при традиционном проектировании.

Поэтому, на настоящем этапе нелинейные расчеты следует, очевидно, рассматривать как некоторый более совершенный, но дополнительный инструмент, который используют в тех случаях, когда применение простых стандартных методов расчета сечений является недостаточным и не дает полной информации о поведении конструктивной системы. Не следует забывать и о том, что нелинейный анализ является более затратным и требует привлечения для его выполнения специалистов более высокой квалификации.

Кроме того, одним из существенных недостатков метода является то, что при выполнении нелинейных расчетов не действует принцип суперпозиции и требуется выполнение отдельных нелинейных расчетов для каждой возможной комбинации воздействий.

В соответствии с [3] термин **глобальное сопротивление** (англ. global resistance) и используется для оценивания конструктивной системы на уровне более высоком, чем отдельные сечения. Следует сделать еще одну ремарку, прежде чем говорить о применении нелинейного анализа. Это связано с тем, что при применении данной процедуры рассматривается две группы задач:

1) **Нелинейный конечно-элементный анализ отдельных конструктивных элементов или простейших систем** (неразрезных балок, плоских рам и т. д.), когда предпринимают попытку физического моделирования поведения конструкции под нагрузкой с учетом трещинообразования, совместной работы арматуры с бетоном и т. д. Для этих целей применяют современные довольно мощные вычислительные комплексы (DIANA, ANSYS, ABAQUS, NASTRAN и т. д.).

Безусловно, в такой постановке крайне трудоемко моделировать поведение реальных конструктивных систем со сложными сопряжениями отдельных конструктивных элементов и фактическими схемами армирования. Очевидно, что в настоящее время к такому анализу можно относиться скептически, но принимать во внимание перспективы его развития в будущем. При этом такой нелинейный анализ чрезвычайно полезен, в частности, при решении задач локального сопротивления в узлах, контактных задач и т. д. при отсутствии обоснованных аналитических моделей.

2) **Нелинейный конечно-элементный анализ идеализированных конструктивных систем**, когда моделирование выполняется, например, на уровне стержневой аппроксимации. Такие расчеты являются более приближенными к практическому проектированию и позволяют находить, с определенной долей приближения, решения для реальных сложных конструктивных систем. Для железобетонных конструкций проблема решается, например, врезкой пластических шарниров.

При решении нелинейных задач этой группы отказ (или “разрушение”) идентифицируются: 1) в случае, когда угол поворота в пластическом шарнире превышает допустимые (предельные) значения из диаграммы “ $M - \theta$ ” для описания пластического шарнира; 2) образуется такое количество пластических шарниров, при котором элемент конструктивной системы или система в целом превращается в механизм. При этом следует рассматривать достижение любого из этих условий по принципу – “что достигается ранее”.

Возможно, что рациональным подходом следует считать применение задач первого типа (при условии, что они достаточно хорошо моделируют сопротивление железобетонного элемента) для получения диаграммы, описывающих поведение пластических шарниров (например, «момент-кривизна» или «момент-угол поворота»), применяемых на следующем уровне аппроксимации. Вместе с тем, как для задач первого, так и второго типа обязательным условием является обеспечение требуемого уровня надежности.

Следует отметить, что формат безопасности при выполнении нелинейных расчётов остаётся, по-прежнему, одной из наиболее обсуждаемых и противоречивых проблем теории надёжности и предлагаемые методы подвергаются постоянной модификации. Ниже рассмотрим некоторые из базовых методов, по-

средством которых обеспечивают требуемый уровень надёжности нелинейных расчётов.

1. Метод частных коэффициентов. В соответствии с требованиями ТКП EN 1990 [5] проверки предельных состояний следует выполнять применяя:

- 1) Полностью вероятностный метод;
- 2) Полувероятностный метод частных коэффициентов;
- 3) Расчёты, подкрепляемые результатами испытаний.

Практически все нормы, действующие в настоящее время, применяют для проверок предельных состояний метод частных коэффициентов.

В соответствии с п. 6.1(1)Р [5], “метод частных коэффициентов следует применять для подтверждения того, что во всех соответствующих расчетных ситуациях ни одно из значимых предельных состояний не будет превышено, если в расчетных моделях воздействий (эффектов воздействий) и моделях сопротивлений приняты расчетные значения базисных переменных”. При проверках предельных состояний несущей способности (ULS) это условие в общем случае выражается критерием:

$$E_d \leq R_d; \quad (1)$$

$$E_d = E \{ g_{F,i} F_{rep,i}; a_d \}; i \geq 1 \quad (2)$$

$$R_d = R \left\{ h_{F,i} \frac{f_{k,i}}{g_{M,i}}; a_d \right\}; i \geq 1 \quad (3)$$

$$g_{F,i} = g_{E,d} \cdot g_{f,i} \quad (4)$$

$$g_{M,i} = g_{R,d} \cdot g_{m,i} \quad (5)$$

В выражения (1)..(5):

E_d, R_d – соответственно расчетные значения эффекта воздействия и сопротивления;

$F_{rep,i}$ – репрезентативное значения воздействия ($y_d F_{k,i}$);

g_{Ed} – частный коэффициент, учитывающий неопределенности:

а) расчетной модели, используемой для определения эффекта воздействия; б) моделирования изменчивости собственного воздействия.

g_{Rd} – частный коэффициент, учитывающий неопределенности (ошибки моделирования) модели сопротивления;

g_{md} – частный коэффициент, учитывающий отклонение прочности материала от его характеристического значения. Значение частных коэффициентов $g_{F,i}, g_{M,i}$ калибруют для установленного уровня надёжности, выраженного в нормированной вероятностью отказа p_f или соответствующего ей целевого значения индекса надёжности b_{tag} , по правилам, изложенным в приложении С к ТКП EN 1990 [5].

Нормы ограничивают применение метода частных коэффициентов при выполнении нелинейных расчетов. Так, в разделе 6.2 ТКП EN 1990 [5] содержится следующая запись: “для нелинейных расчетов и расчетов на усталость следует применять подробные правила, изложенные в соответствующих час-

тях EN 1991 – EN 1999”. Следует отметить, что в окончательной версии ТКП EN 1992 [1] названные правила после ряда изменений так и не были окончательно сформулированы. Так, с одной стороны, в п. 3.1.5(1) [1] приводится аналитическое описание диаграммы деформирования для бетона « $s_c - e_c$ » со средними величинами (значениями) параметрических точек, которую следует применять при нелинейных расчетах конструкций, хотя подобная диаграмма для арматурной стали отсутствует.

Принятие “средней” диаграммы для бетона является вполне обоснованным опираясь на п.5.7.4(3) Р[1]: “при выполнении нелинейных расчетов следует использовать характеристики материалов, которые позволяют наиболее реально отобразить жесткостные характеристики конструкции, но учитывают погрешности (неопределённости) расчётной модели, описывающей разрушение”. Представленное требование приводит, по-существу, к оцениванию средних сопротивлений конструкции. Следует отметить, что в ряде предварительных версий EN 1992-1-1[1] критерии метода частных коэффициентов были записаны отдельно для проверок, основанных на расчётах сечений (см. ф. (1)...(5)) и нелинейных расчетов конструкций в виде:

$$R_d = \frac{R}{\gamma_R} (f_{cm}, f_{yR}, f_{p,R} \dots a_d), \quad (6)$$

где f_{cm} – средняя прочность бетона;

$f_{yR} = 1,1 f_{yk}$ – средняя прочность арматуры;

$f_{pR} = 1,0 f_{pk}$ – средняя прочность напрягающих элементов;

γ_R – глобальный коэффициент безопасности, устанавливаемый статический калибровый (например, в СНБ 5.03.01 было принято $\gamma_R = 1,35$ по результатам исследования [11]).

К сожалению, окончательная версия EN 1992-1-1 [1], выдержавшая голосование, содержит только общие фразы, относящиеся к проверкам предельных состояний при применении нелинейных расчётов. Кроме того, трудно объяснить с точки зрения физического моделирования включение в окончательную редакцию EN1992-1-1 [1] требования проверки углов поворота в пластическом шарнире при выполнении ограниченного перераспределения базируясь на расчётных (f_{cd}, f_{yd}), а не средних (f_{cm}, f_{ym}) (как это было практически во всех промежуточных версиях документа) характеристиках свойств материалов.

Очевидно, не требует дополнительного обсуждения и тот факт, что нелинейный анализ, базирующийся на расчётных характеристиках прочности, представленных экстремально низкими значениями имеющих очень низкую вероятность появления, и не отражающих реальных свойств материала, может не только приводить к нереалистичным перераспределениям эффектов воздействия (внутренних усилий) но и изменять форму разрушения. Данный подход может приводить к небезопасному результату.

Кроме того, применение диаграмм деформирования материалов с расчётными значениями прочностей (параметрических точек диаграмм) приводит к искажению матрицы жесткости конечно-элементной модели.

2. Вероятностный метод. Расчётное сопротивление R_d может быть оценено с применением вероятностного подхода в соответствии с общим форматом безопасности [5]. В рамках вероятностного подхода функция сопротивления $r(r)$ формулируется с использованием нелинейной модели железобетона. Безопасность следует оценивать, опираясь на нормируемое целевое значение индекса надёжности β_{tag} или связанной с ним вероятности отказа p_f , значения которых для соответствующего класса (RC) приведены в ТКП EN 1990 [5].

В расчётах учитывается статистическая изменчивость характеристик свойств материалов, геометрических характеристик, неопределённости (ошибка моделирования) собственно принятой модели сопротивления. В соответствии с положениями вероятностного метода т. н. глобальное расчётное сопротивление может быть выражено:

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R(\alpha_R \beta_{tag}), \quad (7)$$

где $R(\alpha_R \beta_{tag})$ – сопротивление, соответствующее заданному уровню надёжности (целевому индексу надёжности β_{tag} согласно [1]) с учётом понижающего коэффициента α_R (коэффициент чувствительности при одностороннем оценивании сопротивления при отдельной оценке безопасности согласно ТКП EN 1990 [1]);

γ_{Rd} – частный коэффициент, учитывающий несовершенства расчётной модели сопротивления.

В общем случае вероятностный анализ базируется на симуляции случайных выборок и может быть представлен следующими этапами:

(1) Формулирование нелинейной численной модели сопротивления. Такую модель описывают, как правило, функцией сопротивления $r(r)$, которая позволяет выполнять детерминистический расчёт сопротивления для конкретного набора входных значений базисных переменных.

(2) Рандомизация или случайный выбор входных переменных из соответствующих функций плотности распределения вероятностей (или генерированной базы данных) характеристик свойств материалов, геометрических размеров, ошибок моделирования, граничных условий и т. д. Кроме того, входные данные могут включать некоторые параметры, которые не входят в функцию эффектов воздействий $e(e)$.

Базисные переменные задают соответствующими функциями плотности распределения вероятности со своими статистическими параметрами (среднее значение, стандартное отклонение и т. д.). Рандомизация может быть выполнена двумя способами: (1) при использовании случайных переменных, когда входные параметры рассматривают как константы в пределах одной конструкции; или (2) случайных полей, когда параметр случайным образом изменяется ещё и в пределах одной конструкции. При этом следует рассматривать соответствующую корреляцию переменных. Так, например, считаем, что прочность бетона изменчива, но одинакова для всех сечений конструкции (способ 1) или

прочность бетона изменчива, кроме того, и во всех локальных сечениях по длине конструкции (способ 2).

(3) Выполняют вероятностный расчет, применяя, например, симуляцию Монте-Карло. Результаты расчёта позволяют получать функцию распределения плотности вероятности сопротивления со своими статистическими параметрами.

(4) Определяют расчётное сопротивление из функции распределения сопротивления при целевом индексе надёжности β_{tag} . Согласно ТКП EN 1990 [5] при $\alpha_R = 0,8$, $\alpha_R \beta = 0,8 \times 3,8 = 3,04$. Это соответствует вероятности отказа $p_f \cong 10^{-3}$.

Необходимо отметить, что вероятностное моделирование хотя и позволяет напрямую рассчитать расчётное значение сопротивления R_d , но является достаточно трудоёмкой процедурой, требующей не только существенных затрат времени, но и соответствующей подготовки специалистов. Очевидно, что полностью вероятностный подход может быть применён для калибровок значений глобального коэффициента, но не в практическом проектировании.

3. Методы глобального сопротивления. При применении метода глобального сопротивления к оцениванию результатов нелинейных расчётов формат безопасности выражают следующим образом:

$$\sum_i \gamma_G \cdot G_{ki} + \sum_j \gamma_Q \cdot Q_{kj} \cdot \psi_{oj} \leq \frac{F_m}{\gamma_{GL}}, \quad (8)$$

где F_m – максимальное значение прямого/непрямого воздействия, получаемое из нелинейного расчёта. По-существу, это значение представляет собой сопротивление R_m .

γ_{GL} – глобальный коэффициент.

В соответствие с общим подходом, нелинейный анализ следует выполнять с “реальными” (наиболее вероятными) значениями базисных переменных, применяя для описания свойств материалов диаграммы деформирования со средними плотностями (f_{cm} , f_{ym}). Вместе с тем, значения глобального коэффициента γ_{GL} рекомендовано [3, 8] определять двумя различными способами в зависимости от формы разрушения (по растянутой арматуре или по сжатоному бетону).

При разработке данного метода был предложен ряд модификаций, среди которых можно выделить два основных [4, 8], базирующихся на использовании средних значений прочностей материалов, но по-разному представляющие глобальные коэффициенты в выражении (8).

Так, согласно [4] формат безопасности предложено выражать:

$$E(\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k) \leq \frac{R(f_{ym}, f_{cm}, a_{nom})}{\gamma_R \left(\varepsilon_{s1}, \rho_{tot}, \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)}, \quad (9)$$

а согласно [8]:

$$E(\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k) \leq \frac{R(f_{ym}, f_{cm}, a_{nom})}{\gamma_R(x/d)}. \quad (10)$$

В предложениях Mancini [4] проверку предельных состояний несущей способности при выполнении нелинейных расчётов рекомендовано производить, пользуясь критерием:

$$E(\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k) \leq \frac{R(q_u)}{\gamma_{GL}} = \frac{R(q_u)}{\gamma_{Rd} \cdot \gamma_{gl}}, \quad (11)$$

где q_u – максимальное значение воздействия, полученное из нелинейного расчёта при пониженной прочности бетона на сжатие ($f_{cm} \cong 0,85 f_{ck}$) и средней прочности арматурной стали.

Ошибки моделирования в явном виде выражены коэффициентом $\gamma_{GL} = \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{gl}$, в котором $\gamma_{Rd} = 1,08$ представляет коэффициент, учитывающий несовершенство модели и γ_{gl} – глобальный коэффициент сопротивления, учитывающий собственно изменчивость базисных переменных.

По отношению к методу глобальных коэффициентов можно сделать три основных замечания:

1. Глобальный коэффициент безопасности применяют к воздействиям, минуя рассмотрение эффектов воздействий (внутренних усилий) и соответственно без дополнительного анализа поведения конструкций;

2. Формат безопасности, применяемый на уровне воздействий, не соответствует концепции полувероятностного метода частных коэффициентов, при котором выполняют проверку детерминистических неравенств вида (1).

3. Не учитываются неопределенности как модели сопротивления, так и модели воздействий (эффектов воздействий) несмотря на то, что они имеют фундаментальное значение при выполнении нелинейных расчётов.

Допущение о том, что сопротивление железобетонного элемента подчиняется логнормальному (LN) распределению в основном принято научным сообществом. Вместе с тем, эта базовая гипотеза неоднократно подвергалась критике. Так, например, в работах Henriques и др. [12] показано, что даже при анализе простых моделей сопротивления для железобетонных конструкций, имеющих одну преобладающую форму разрушения (при изгибе или при осевом сжатии), функция распределения плотности вероятности сопротивления отличается от принятой логнормальной и зависит от количества растянутой арматуры.

Анализируя представленный метод можно сделать следующие замечания:

- 1) глобальный коэффициент сопротивления γ_G не является постоянным для различных задач;
- 2) логнормальное распределение (LN) не корректно представляет сопротивление.

3. 1 Метод коэффициента глобального сопротивления. Данный метод приведён в EN 1992 [1] и новой версии кодекса-образца Model Code 2010 (MC 2010) [6]. В соответствии с этим методом расчётное сопротивление выражают следующим образом:

$$R_m = \frac{r(f_m, \dots, a_d)}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}}. \quad (12)$$

Функция нелинейного сопротивления элемента r содержит средние значения прочностных характеристик материалов, которые выражены следующим образом:

- для арматурной стали

$$y_m = 1,1 f_{yk}, \quad (13)$$

где f_{yk} – характеристическое значение прочности арматуры;

f_{cm} – средняя прочность бетона (пониженное значение)

Принимая согласно [1] значения частных коэффициентов $\gamma_s = 1,15$, $\gamma_c = 1,5$, значение средней прочности получено:

$$f_{cm} \cong 0,85 f_{ck}. \quad (14)$$

Значения частных коэффициентов γ_R и γ_{Rd} принятые в МС2010 [6] составляют соответственно 1,2 и 1,06, а глобальный коэффициент $\gamma_{GL} = 1,2 \times 1,06 = 1,27$.

Обоснование принятому подходу приведено в работах [3, 4]. На рис. 1 показаны функции плотности распределения вероятности прочности для стальной арматуры и бетона (в относительных единицах прочности $f_i/f_{d,i}$ – по горизонтальной оси). Принято, что расчётные значения прочности для арматурной стали и бетона имеют равные вероятности (это вытекает из принятых калибровок по EN 1990 [5]). Учитывая, что расчётные значения описывают квантили одного порядка, их относительные значения соответствуют точке 1 на рис. 1. Расчётные значения сопротивления арматуры выведены при частном коэффициенте $\gamma_s = 1,15$ ($f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$), а средние значения приняты равными $f_{ym} = 1,1 f_{yk}$.

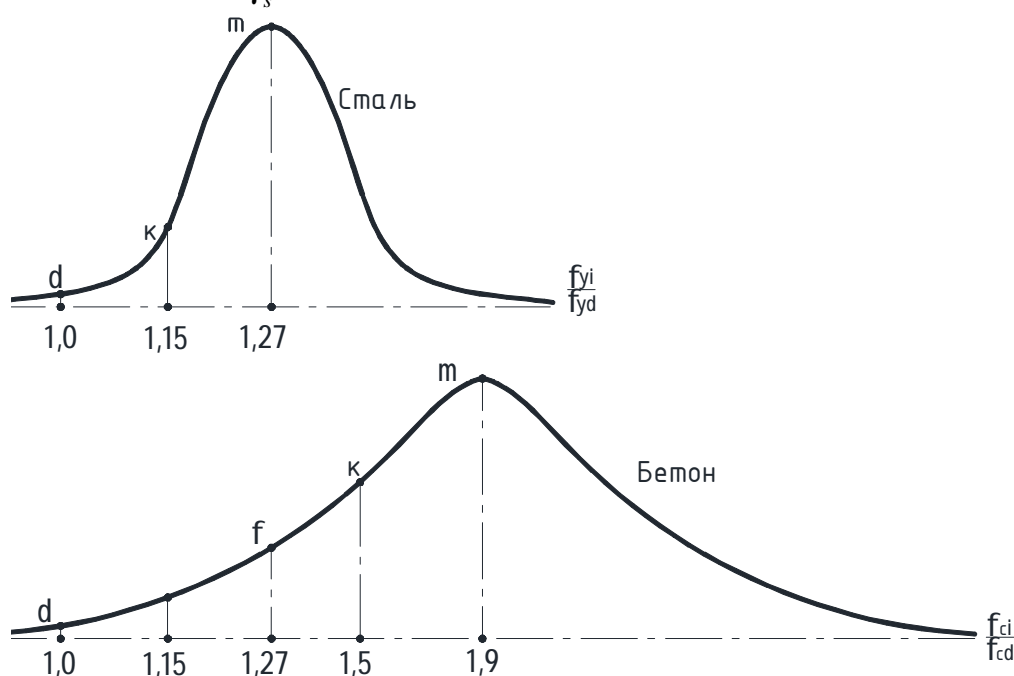


Рисунок 1 – Концепция обеспечения надёжности по МС 2010 и EN 1992-2 согласно [3]

В данном случае глобальный коэффициент безопасности для сопротивления при разрушении по растянутой арматуре:

$$\gamma_{GL}^{steel} = 1,1 \times 1,15 = 1,27$$

по сжатою бетону:

$$\gamma_{GL}^{concrete} = 1,1 \times 1,5 = 1,65.$$

Для того чтобы получить равные значения глобальных коэффициентов γ_{GL} для разрушения по растянутой арматуре (γ_{GL}^{steel}) и сжатою бетону ($\gamma_{GL}^{concrete}$) и исключить необходимость анализа прогнозируемой формы разрушения, авторы [3, 12] вводят в МС 2010 [6] формальную величину “средней” прочности бетона, лишенной полностью физического смысла (см. рис. 1):

$$\gamma_{cm} = \frac{1,1\gamma_s}{\gamma_c} \cdot f_{ck} \cong 0,85f_{ck} \quad (!) \quad (15)$$

В этом случае глобальный коэффициент

$$\gamma_{GL}^{concrete} = \frac{f_{cm}}{f_{cd}} = \frac{0,85f_{ck}}{f_{ck}/1,5} = 1,27.$$

Следует ещё раз подчеркнуть, что полученное пониженное значение $\gamma_{cm} \cong 0,85f_{ck}$ не только не является средней прочностью в представлении метода предельных состояний, но и вносит существенные погрешности в результаты расчётов, особенно когда нелинейный расчёт опирается на корректировку жесткостных характеристик элементов.

3.2 Метод оценивания коэффициента вариации сопротивления (ECOV). Метод предложен в работах [3, 12] и базируется на утверждении о том, что сопротивление конструкции подчиняется некоторой функции распределения плотности вероятности, для которой коэффициент вариаций может быть определён, опираясь на средние R_m и характеристические значения R_k сопротивления.

Принимая согласно [3] логнормальный закон распределения для сопротивления, коэффициент вариаций сопротивления определяется:

$$V_R = \frac{1}{1,65} \ln\left(\frac{R_m}{R_k}\right). \quad (16)$$

Глобальный коэффициент безопасности сопротивления γ_R определяется согласно [3]:

$$\gamma_R = \exp(\alpha_R \beta \cdot V_R), \quad (17)$$

где α_R – коэффициент чувствительности (весовой коэффициент), принимаемый равным $\alpha_R = 0,8$.

Расчётное сопротивление определяют:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R}. \quad (18)$$

Ключевым этапом данного метода является определение среднего R_m и характеристического R_k значений сопротивления. Предлагается их определять, выполняя два отдельных нелинейных расчёта и использованием средних и характеристических значений для свойств материалов:

$$R_m = r(f_{cm}, f_{ym}, \dots, a_d); \quad (19)$$

$$R_k = r(f_{ck}, f_{yk}, \dots, a_d). \quad (20)$$

3.3 Новые предложения для формата безопасности (после выхода МС2010). Не смотря на то, что формат безопасности для нелинейных расчётов конструкций, по-прежнему, является довольно спорной и противоречивой темой, за последние несколько лет после выхода МС 2010 [6] опубликовано только два относительно новых подхода, являющихся по своей сути некоторой модификацией описанного выше метода оценивания коэффициентов вариации сопротивления (ECOV).

Первый из них базируется на работах Schlune и др. [4]. Исследования параметров изменчивости сопротивления были выполнены с применением изгибаемых и сжатых элементов с учётом возможной формы разрушения при срезе. В рамках усовершенствованного подхода в расчётных моделях сопротивления используют средние значения прочностных характеристик материалов (f_{ym}, f_{cm}), номинальные значения геометрических параметров аном. Расчётное сопротивление записывают:

$$R_d = \frac{R(f_{ym}, f_{cm}, a_{nom})}{\gamma_R}. \quad (21)$$

Опять же опираясь на логнормальное (LN) распределение сопротивления глобальный коэффициент определяют:

$$\gamma_R = \frac{\exp(\alpha_R \beta \cdot V_R)}{\theta_m}. \quad (22)$$

Несовершенства модели сопротивления учитываются при помощи коэффициента θ_m , который определяется как среднее отношение экспериментальных и расчётных значений сопротивления. Как показано в [4], значение коэффициента θ_m изменяется от 0,7 до 1,2 при сжатии, изгибе и срезе.

Коэффициент вариации сопротивления определяется согласно [5]:

$$V_R = \sqrt{V_g^2 + V_m^2 + V_f^2}, \quad (23)$$

где V_g^2, V_m^2, V_f^2 – коэффициенты вариаций геометрических параметров, ошибки моделирования, характеристик свойств материалов соответственно, определяемые согласно [4].

Главным параметром является коэффициент вариации, учитывающий изменчивость прочностей бетона и арматурной стали, который определяется согласно [4]:

$$V_f = \frac{\sqrt{\left(\frac{R_m - R_{\Delta f_c}}{\Delta f_c}\right)^2 \cdot \sigma_{f_c}^2 + \left(\frac{R_m - R_{\Delta f_y}}{\Delta f_y}\right)^2 \cdot \sigma_{f_y}^2}}{R_m}, \quad (24)$$

где $\sigma_{f_c}, \sigma_{f_y}$ – соответственно стандартные отклонения для прочности бетона на сжатие и арматурной стали на растяжение.

$\Delta f_c, \Delta f_y$ – конечные отклонения сопротивлений материалов;

$R_{\Delta f_c}, R_{\Delta f_y}$ – результаты нелинейного расчёта, выполненного с использованием значений $(f_{cm} - \Delta f_c)$ для прочности бетона на сжатие и $(f_{ym} - \Delta f_y)$ – арматурной стали при растяжении.

Коэффициент вариации V_R может быть рассчитан после выполнения трех отдельных нелинейных расчётов:

один – при средних значениях всех базисных переменных расчетной модели;

и два других – со значениями $(f_{cm} - \Delta f_c)$ и $(f_{ym} - \Delta f_y)$ соответственно. Как видно, предложенный подход является несколько более усовершенствованным вариантом ECOV – метода.

Ещё один подход, основанный на работах [3, 8] предлагает отдельную форму записи для глобального коэффициента сопротивления ($\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}$):

$$R_d = \frac{R(f_m, a_{nom})}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}}, \quad (25)$$

где γ_R – коэффициент вариаций сопротивления, зависящий от изменчивости базисных переменных, который рассчитывают по формуле (26):

$$\gamma_R = \exp(\alpha_R \beta \cdot V_R). \quad (26)$$

Результаты расчёта существенным образом зависят от допущений принятых в моделях, используемых в нелинейных расчётах.

Коэффициент, учитывающий неопределенности расчётной модели сопротивления (ошибки моделирования) γ_{Rd} учитывает различия в поведении реальной конструкции и результатами численного моделирования рассматриваемой конструкции. Его значение определяют, как правило, на фоне опытных данных, полученных при экспериментальных исследованиях применяя методы статистического оценивания. Значения коэффициента γ_{Rd} может быть определено согласно [8]:

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{\exp\left(-\alpha_R \beta V_{vR}\right)} - \exp\left(\alpha_R \beta V_{vR}\right), \quad (27)$$

$\alpha_R = 0,4\alpha_R$ – коэффициент чувствительности для ошибки моделирования сопротивления;

V_{vR} – коэффициент вариаций для ошибки моделирования сопротивления.

3.4 Некоторые замечания к методам глобального сопротивления.

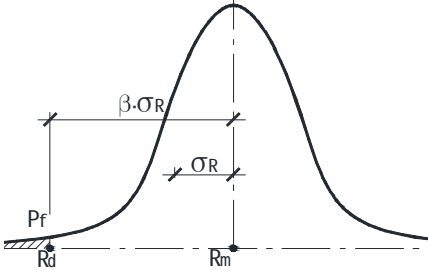
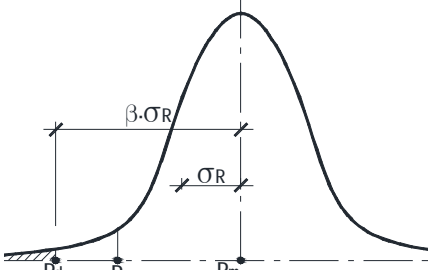
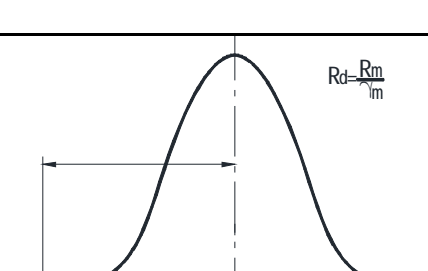
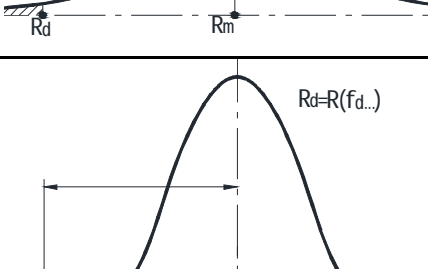
Описанные выше методы предназначены для оценивания расчетных сопротивлений конструкции при различных условиях аппроксимации. Согласно [12] международный комитет JCSS рассматривает полностью вероятностный метод (см. табл. 1) как наиболее рациональный. При применении этого метода генерируется распределение сопротивления конструкции, из которого далее напрямую вычисляется квантиль установленного порядка, соответствующая расчетному сопротивлению при заданном уровне надежности (нормируемым значениям вероятности отказа P_f или связанным с ним индексом надежности β). Безусловно, такой подход выглядит наиболее привлекательным и представляет как условно точное оценивание, принимая во внимание нормируемые значения [5] вероятности отказа. Вместе с тем, процедура вероятностного оценивания имеет ряд неопределенностей, которые требуют отдельного обсуждения. Это связано, главным образом, с процедурой оценивания квантилей малых порядков. Применительно к рассматриваемой проблеме следует учитывать целый ряд дополнительных факторов, влияющих на результаты оценивания надежности. Во-первых, принимая симметричное исходное нормальное (или логнормальное) распределение со своими статистическими параметрами для описания прочности бетона, после фильтрации с применением критериев соответствия (в процессе контроля соответствия прочности в процессе производства) получаем набор данных с неизвестным распределением. Это распределение восстанавливают, опираясь на статистические методы. Далее полученное условное распределение применяют в модели сопротивления.

По существу, это довольно оптимистичное утверждение. Что после генерации случайных величин сопротивления получаем функцию распределения сопротивления. Скорее, опять получаем генерированную выборку случайных величин сопротивления. Полученную выборку аппроксимируют некоторым распределением, из которого, затем вычисляют квантиль требуемого порядка. В результате таких операций получают расчетное сопротивление, как квантиль заданного порядка, но при совершенно неизвестной обеспеченности. В подобных случаях наиболее рациональным следовало бы считать применение для оценивания квантили метода порядковых статистик, как это предложено в наших работах.

Другие методы (см. табл. 1) являются аппроксимациями, базирующимися на упрощенных допущениях, позволяющих производить оценивание расчетных значений сопротивлений. Как было показано в ряде работ [3–8], формат безопасности при выполнении нелинейных расчетов зависит не только от изменчивости базисных переменных расчетной модели, но и формы разрушения. Например, для конструкции из одного бетона, но имеющей различные формы разрушения могут быть получены различные статистические параметры характеризующие изменчивость сопротивления. Концепция метода 2 (см. табл. 1) близка к вероятностному формату, т.к. оценивание, базирующееся на средних и характеристических значениях, относительно устойчивы. Однако основная проблема принятое *a priori* логнормальное распределение сопротивления.

Очевидно, что более рациональным подходом следует считать модифицированный метод коэффициента вариации сопротивления (ECOV-mod.) при котором коэффициент вариации сопротивления следует определять, минуя зависимость (16), соответствующую логнормальному распределению. В этом случае, согласно ТКП EN 1990 [5] для простых моделей сопротивления коэффициент вариации может быть рассчитан:

Таблица 1 - Методы оценивания расчетных сопротивлений. Уровни аппроксимации

Метод	Концепция надежности	Описание базисных переменных	Кол-во расч.	Цель аппроксим.
(1) Полностью вероятн. подход		Функции плотности распредел. вероятности базисных переменных	не менее 35	Условно точное решение
(2) ECOV и его мод.		Характерист. средние	2	Изменчивость сопротивления
(3) МС 2010		Характерист. $\gamma_R = 1,27$ const	1	Средние значения
(4) метод частных коэфф. (PSF)		Расчётные	1	Расчётные значения

$$V_R^2 = (V_\delta^2 + 1) \left[\prod_{i=1}^j (V_{x,i}^2 + 1) - 1 \right]. \quad (28)$$

При малой изменчивости базовых переменных

$$V_R^2 = V_\delta^2 + V_{rt}^2, \quad (29)$$

где $V_{rt}^2 = \sum_{i=1}^j V_{x,i}^2$. (30)

Для сложных моделей:

$$V_R^2 = \frac{\text{VAR}(g_{rt}(x))}{g_{rt}^2(x_m)} \cong \frac{1}{g_{rt}^2(x_m)} \cdot \sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial g_{rt}}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2. \quad (31)$$

В выражениях (28)...(31):

V_δ – коэффициент вариации для ошибки моделирования, определяемый, например, согласно [5].

V_{rt} – коэффициент вариации для модели сопротивления, зависящий от изменчивости базисных переменных x_i .

Исследования [11] показывают, что для модели сопротивления изгибу, совместному действию продольных сил и изгибающих моментов, коэффициент вариации для ошибки моделирования составляет $V_\delta \cong 0,1$, а коэффициент вариации сопротивления $V_R \cong 0,12$. При этом глобальный коэффициент:

$$\gamma_R \cong \exp(3,04 \cdot 0,12) = 1,44.$$

При этом следует учитывать, что комплексы могут давать результаты расчета с различной ошибкой моделирования даже при равных или близких вариациях собственно модели сопротивления, вытекающих из изменчивости базисных переменных.

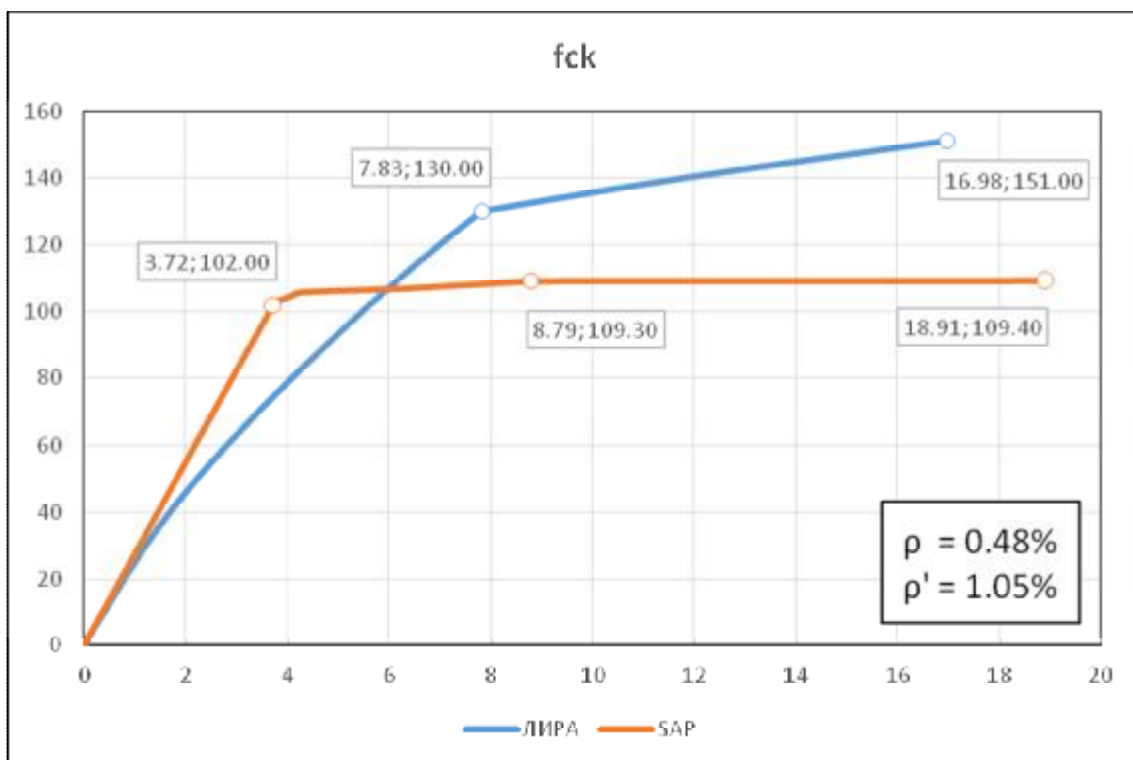
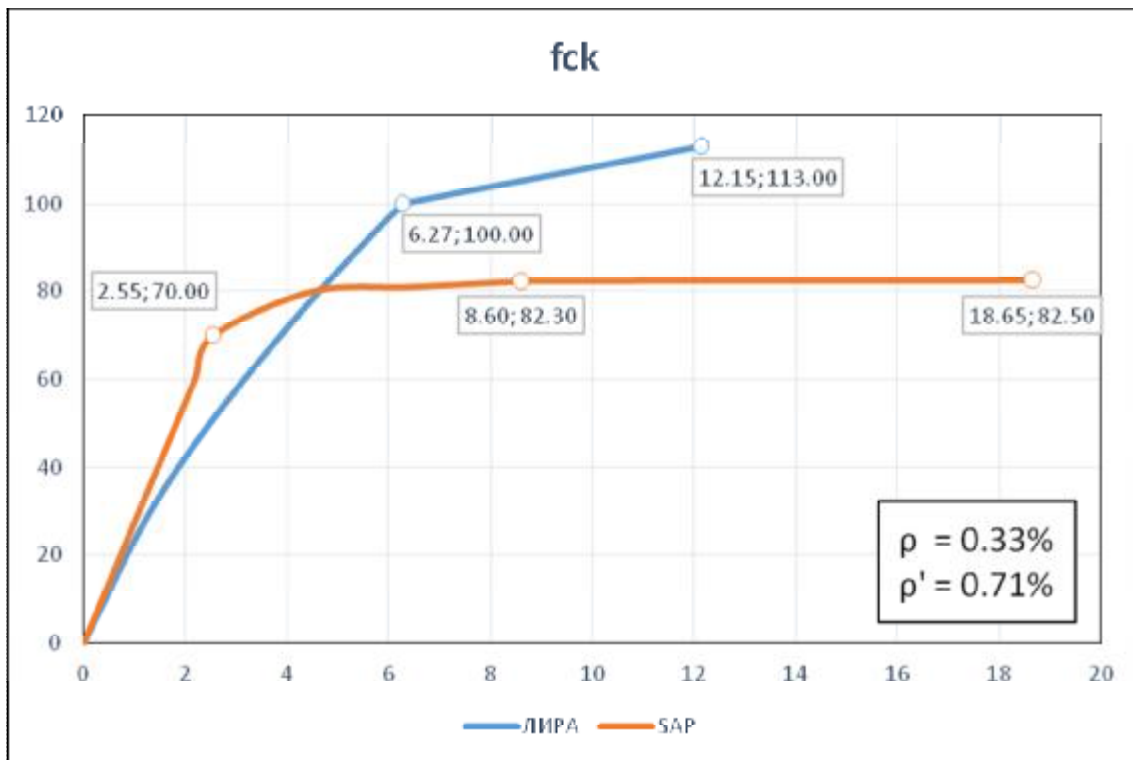
Так, в качестве примера приведем результаты нелинейного расчета однопролетной балки, заземленной по концам. Сечение балки принято: 300x500 мм, коэффициенты армирования: для варианта 1: $\rho_l = 0,33\%$ (минимальный коэффициент армирования), $\rho_l' = 0,71\%$ и вариант 2: $\rho_l = 0,48\%$, $\rho_l' = 1,05\%$ (где ρ_l коэффициент армирования пролетный, а ρ_l' опорной арматуры). Значение глобального коэффициента определяем по ECOV–методу выполняя два расчета: при характеристических и средних значениях базисных переменных (прочность бетона и арматурной стали). Для бетона класса $C^{25}/_{30}$ среднее $f_{cm} = 33$ МПа и характеристическое $f_{ck} = 25$ МПа значения прочности принимали по ТКП EN 1992-1-1 [1]. Для расчета применяли комплекс «ЛИР А-САПР» и «SAP2000».

Результаты расчетов в виде нелинейной реакции балки показаны на рис. 2, 3 и приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Сравнение результатов расчета глобального коэффициента сопротивления по методу ECOV

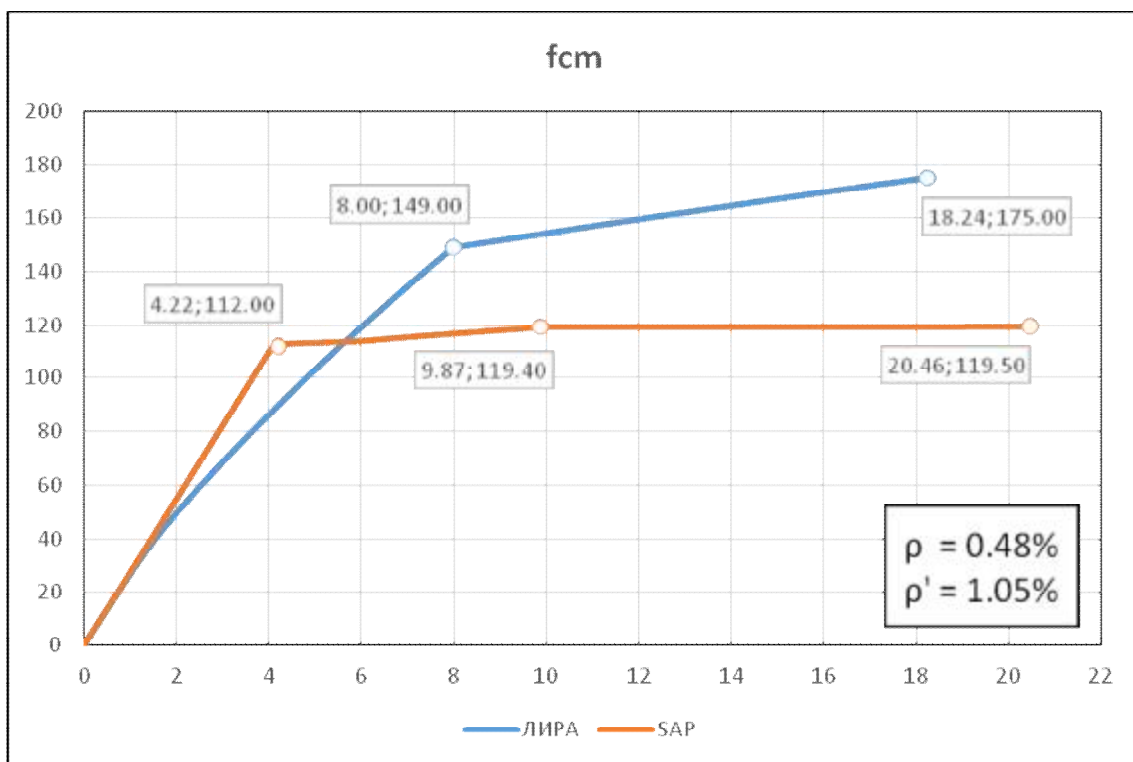
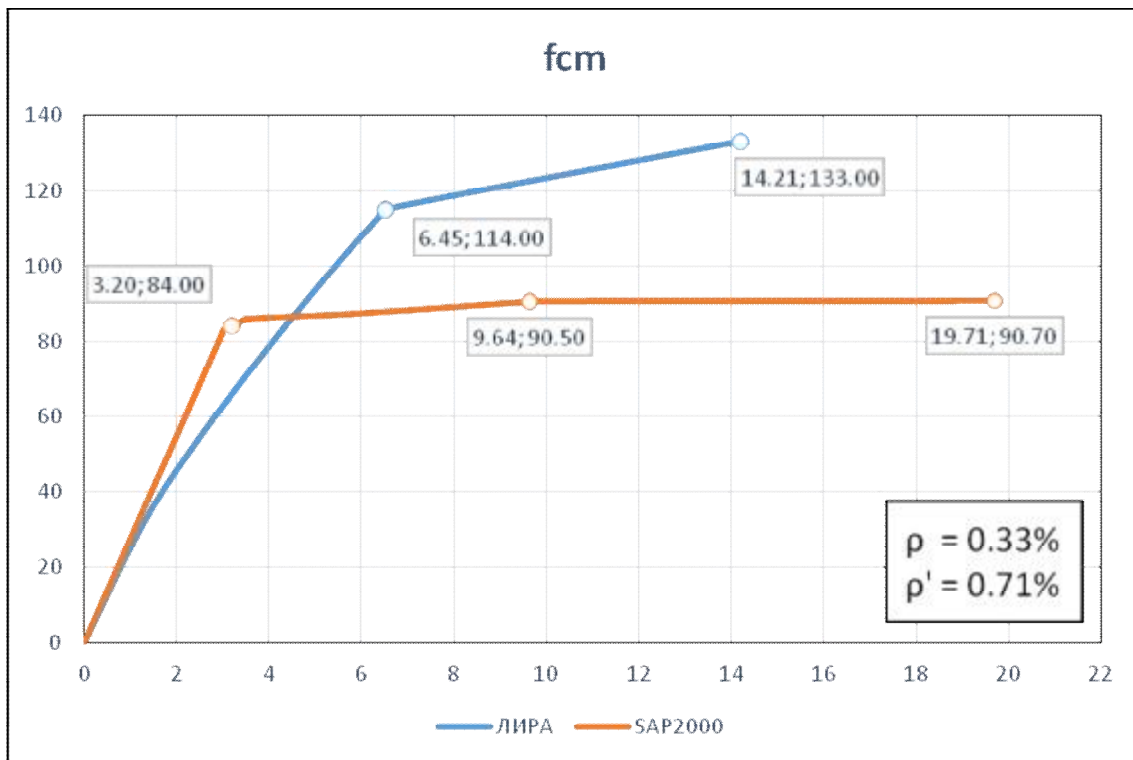
Вариант расчёта	$\rho_l / \rho_l', [\%]$	Макс. нагрузка кН/м		$V_R = \frac{1}{1,65} \ln\left(\frac{R_m}{R_k}\right)$	$\gamma_R = \exp(3,04 \cdot V_R)$
		R_m	R_k		
1	0,33/0,71	<u>133</u>	<u>113</u>	<u>0,099</u>	<u>1,35</u>
		90,7	82,5	0,057	1,19
2	0,48/1,05	<u>175</u>	<u>151</u>	<u>0,089</u>	<u>1,31</u>
		119,5	109,4	0,054	1,18

Примечание: над чертой – нелинейный расчет по ЛИР А-САПР, под чертой – то же по SAP2000



по горизонтальной оси отложено значение перемещения в мм
по вертикальной оси – нагрузки в кН/м

Рисунок 2 - Зависимости “сила-перемещение”, полученные из нелинейного расчёта с использованием характеристических значений свойств материалов по ПК SAP и ЛИРА-САПР



по горизонтальной оси отложено значение перемещения в мм
 по вертикальной оси – нагрузки в кН/м

Рисунок 3 - Зависимости “сила-перемещение”, полученные из нелинейного расчёта с использованием средних значений свойств материалов по ПК SAP и ЛИРА-САПР

Как видно из результатов расчета, показанных на рис. 2,3 и приведенных в таблице 2 два комплекса принятых для сравнения дают различные результаты. Как при оценивании средних сопротивлений, глобальных коэффициентов, так и соответственно расчетных значений сопротивления (результаты расчетов различаются примерно на 30%!). Отдельно следовало бы проанализировать и нелинейную реакцию «нагрузка – перемещение», получаемую при применении различных расчетных комплексов. Но это специальный вопрос, заслуживающий отдельной публикации.

Заключение. Проанализированы различные методы, обеспечивающие требуемый формат безопасности нелинейных расчетов. Следует отметить, что каждый из них имеет как преимущества, так и серьезные недостатки, каждое следует, по возможности, исключать при разработке новых и модификации существующих методов. Необоснованным является применение некоторого постоянного значения глобального коэффициента γ_R (как, например, согласно [6, 13] $\gamma_R = 1,27$) при выполнении любых нелинейных расчетов. Как видно из приведенного сравнения различные вычислительные комплексы могут давать различные значения статистических параметров ошибки моделирования.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Проектирование конструкций из бетона. Общие правила для зданий: ТКП EN 1992-1-1 (EC2) (IDT: EN 1992-1-1:2004: Design of Concrete Structures. General rules and rules for buildings). – 276 p.
2. Тур, А. В. Сопротивление изгибаемых железобетонных элементов при внезапном приложении нагрузки: дисс. канд. техн. наук 05.23.01 / А. В. Тур. – Брест, 2012. – 228 с.
3. Cervenka, V. Reliability – based non-linear analysis according to fib Model Code 2010, Structures Concrete, diurnal of fib / March 2013. – Vol. 14. – ISSN 1464-4177. – P. 19–28.
4. Schlune, H. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures / H. Schlune, M. Plos [etc.] // Engineering Structures. – Elsevier. – №8 / August 2011. – Vol. 33
5. Основы проектирования строительных конструкций: ТКП EN 1990 (IDT: EN 1990:2002 Basis of Structural Design) – Минск: ЦИТП, 2012 – 126 с.
6. Model Code 2010, First Complete Draft – Fib, 2010. – Vol. 1, 2 – СН – 1015 – 293 p.
7. Бетонные и железобетонные конструкции: СНБ 5.03.01-02. – Введ. 01.07.2003. – Минск: Министерство строительства и архитектуры Республики Беларусь, 2003. – 144 с.
8. Bertagnoli G, Giordanol., etc. Safety format for the non-linear analysis of Concrete Structures. Studies and Researches. – Italy: Polytechnico di Milano, 2004. – V. 25.
9. Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Federal Emergency Management Agency (FEMA) 356, November, 2000. – 561 p.
10. Unified Facilities Criteria – Design of Building to Resist Progressive Collapse: UFC 4-023-03. – January, 2010.
11. Тур, В.В. Прочность и деформации бетона в расчётах конструкций / В.В. Тур, Н.А.Рак – Брест: Изд-во БрГТУ, 2003 – 252 с.
12. Walraven, J., (editor), «fib Model Code for Concrete Structures 2010», September 2013, ISBN: 978-3-433-03061-5.
13. Cervenka, V. (editor): SARA – Structural Analysis and Reliability Assessment. User's manual. Cervenka consulting, Prague, 2003 – 128 p.