МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«Брестский государственный технический университет»

Кафедра «Техническая эксплуатация автомобилей»

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ АВТОМОБИЛЕЙ. ОПТИМИЗАЦИЯ СРЕДСТВ ОБСЛУЖИВАНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторным занятиям
по дисциплине
«ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
И ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ»
для студентов специальностей
1 - 37 01 06 «**Техническая эксплуатация автомобилей**»,
1 – 37 01 07 «**Автосервис**»

Брест 2015

УДК 629.331.08

Методические указания к лабораторным занятиям по дисциплине «Основы научный исследований и инновационной деятельности» для студентов специальностей 1-37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей», 1- 37 01 07 «Автосервис» содержат методики расчета показателей надежности автомобилей, выбора теоретического закона распределения показателей надежности, а так же оптимизации средств обслуживания автомобилей на основе систем массового обслуживания и могут использоваться при выполнении лабораторных работ и дипломного проекта по вышеназванным специальностям.

Составители: С.В. Монтик, зав. кафедрой ТЭА, доцент, к.т.н.
П.С. Концевич, ст. преподаватель кафедры ТЭА, м.т.н.
С.О. Березуцкая, ассистент кафедры ТЭА

Рецензент: Н.М. Пекун, директор Совместного белорусско-голландского предприятия «СоТЖер»

Лабораторная работа
РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ АВТОМОБИЛЕЙ

Цель: освоить методику расчета показателей надежности автомобилей

Порядок выполнения работы

Используя изложенную ниже методику расчета показателей надежности и табличный процессор MS Excel выполнить задания № 1 и № 2 (см. ниже). Письменно ответить на контрольные вопросы. Исходные данные и шаблон отчета по лабораторной работе содержатся в файле **Лаб_раб_ОНИиИД.xls.**

Содержание отчета по лабораторной работе

Тема, цель, исходные данные, распечатка отчета по лабораторной работе (файл **Лаб_раб_ОНИиИД.xls),** письменные ответы на контрольные вопросы.

1 Основные показатели надежности

1.1 Основные определения

Надежность - свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать **безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость** или определенные сочетания этих свойств.

Безотказность - свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки.

Долговечность - свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта. Безотказность и долговечность — это свойства автомобиля сохранять работоспособное состояние. Но безотказность — свойство автомобиля непрерывно сохранять работоспособное состояние, а долговечность — свойство автомобиля длительно сохранять работоспособное состояние с необходимыми перерывами для технического обслуживания и ремонта.

Ремонтопригодность - свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость - свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и (или) транспортирования

Исправное состояние (исправность) - состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Неисправное состояние (неисправность) - состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Работоспособное состояние (работоспособность) - состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно- технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Неработоспособное состояние - состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Исправность предполагает, что выполняются все требования, относящиеся как к основным, так и к второстепенным параметрам, установленным нормативно-технической документацией. Работоспособность характеризует только требования, относящиеся к основным параметрам. Требования, относящиеся к второстепенным параметрам, могут не выполняться. Так, например, автомобиль остается работоспособным, когда у него повреждены лакокрасочные или антикоррозионные покрытия, сгорела лампочка освещения щитка приборов и т. д.

Предельное состояние - состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

Повреждение - событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния.

Отказ - событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Наработка - продолжительность или объем работы объекта. Наработка может быть как непрерывной величиной (продолжительность работы в часах, километраж пробега и т. п.), так и целочисленной величиной (число рабочих циклов, запусков и т. п.).

Наработка до отказа - наработка объекта от начала эксплуатации до возникновения первого отказа. **Наработка между отказами** - наработка объекта от ремонта после отказа до возникновения следующего отказа.

Ресурс - суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта до предельного состояния.

Срок службы - календарная продолжительность эксплуатации от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после ремонта до предельного состояния.

Срок сохраняемости - это календарная продолжительность хранения и (или) транспортирования объекта, в течение которой сохраняются требования безотказности, долговечности и ремонтопригодности, установленным нормативно-технической документацией.

Остаточный ресурс - суммарная наработка объекта от момента контроля его технического состояния до перехода в предельное состояние

Восстанавливаемый объект - объект, для которого проведение восстановления работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической документации, например, автомобиль. **Невосстанавливаемый объект** – не предусмотрено восстановление.

1.2 Показатели безотказности

Вероятность безотказной работы *P(l)* - вероятность того, что в пределах заданной наработки (пробега l) отказ автомобиля не возникнет.

$$P(l) = 1 - \frac{n(l)}{N},$$

где n(l) – количество отказавших автомобилей (агрегатов) за наработку (пробег); N - количество наблюдаемых автомобилей (агрегатов).

Вероятность отказа за наработку (пробег l) определяется

$$F(l) = \int_0^l f(l)dl \approx \frac{n(l)}{N},$$

где $f(l) = \frac{1}{N} \cdot \frac{dn(l)}{dl}$ - плотность вероятности отказа, которая характеризует распределение вероятности отказов от пробега. Связь между вероятностью безотказной работы P(l), вероятностью отказа F(l) и плотностью вероятности отказа f(l) имеет вид (см. рис. 1.1):

$$P(l) = 1 - \frac{n(l)}{N} = 1 - \int_0^l f(l)dl = \int_l^\infty f(l)dl .$$

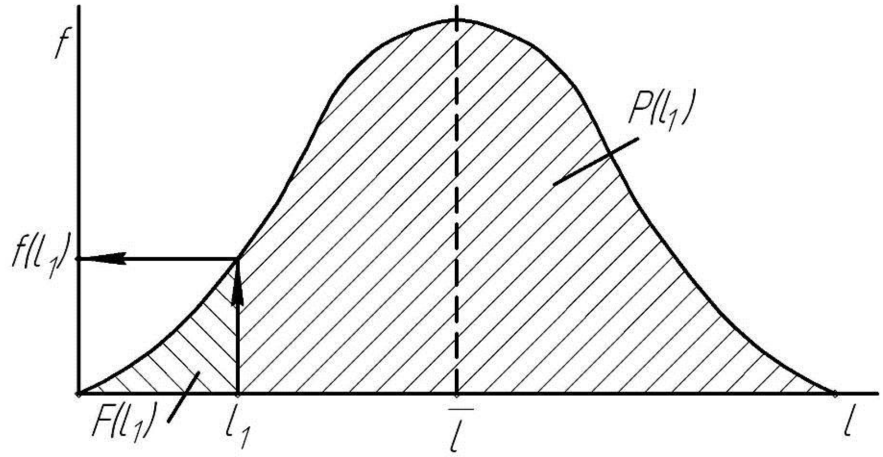

Рисунок 1.1 - Связь между вероятностью безотказной работы P(l), вероятностью отказа F(l) и плотностью вероятности отказа f(l)

Вероятность безотказной работы P(l) и вероятность отказа F(l) связаны зависимостью

P(l)=1- F(l)

Гамма-процентная наработка до отказа l_γ - наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью гамма γ, выраженной в процентах.

Гамма-процентную наработку l_γ вырабатывают без отказа не менее гамма-процентов оцениваемых изделий, т.е. вероятность безотказной работы $P(l_\gamma) \geq \gamma$ (см. рис. 1.2). Обычно γ = 90%; 95%.

Гамма-процентная наработка используется при определении периодичности технического обслуживания (ТО) по заданному уровню безотказности. Выражение $l_{TO} = l_\gamma$ означает, что обслуживание с периодичностью l_{TO} гарантирует вероятность безотказной работы $P(l_{TO}) \geq \gamma$ и вероятность отказа $F(l_{TO}) \leq (1-\gamma)$.

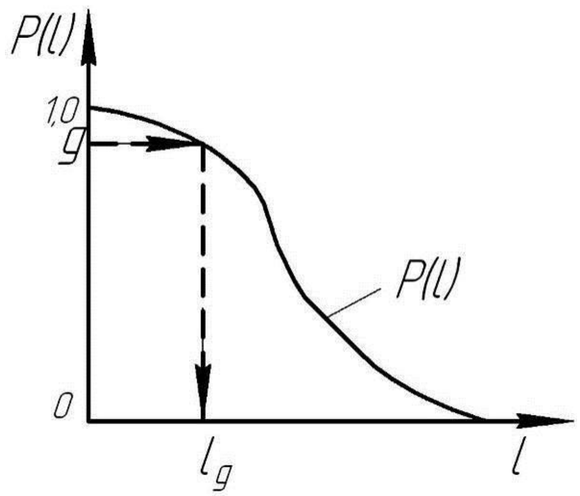

Рисунок 1.2 – Графическое определение гамма-процентной наработки на отказ l_g (g – гамма).

Средняя наработка до отказа - математическое ожидание наработки объекта до первого отказа.

Средняя наработка на отказ - отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки. Применительно к автомобилям и их агрегатам ее можно определить из выражения

$$l_{СР\_НА\_ОТКАЗ} = \frac{L}{n},$$

где L – суммарный пробег всех подконтрольных автомобилей за определенный период, км; n – количество отказов, возникших на всех подконтрольных автомобилях за тот же период.

Интенсивность отказов λ(l) - условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник. Она определяется из выражения

$$\lambda(l) = \frac{1}{N_И} \cdot \frac{dn(l)}{dl} = \frac{1}{N - n(l)} \cdot \frac{dn(l)}{dl} = \frac{f(l)}{P(l)}.$$

После преобразований получаем выражение, устанавливающее связь между вероятностью безотказной работы P(l) и интенсивностью отказов λ(l):

$$P(l) = \exp\left(-\int_0^l \lambda(l)dl\right).$$

Интенсивность отказов при статистическом определении можно определить как число отказов, приходящихся на единицу времени или пробега одного исправного изделия при условии, что до данного момента времени отказ не возник.

Параметр потока отказов - отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за достаточно малую его наработку к значению этой наработки. Параметр потока отказов $\omega(x)$ можно также определить как число отказов, приходящееся на единицу времени или пробега одного восстанавливаемого изделия.

Осредненный параметр потока отказов - отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за конечную наработку к значению этой наработки. В период нормальной эксплуатации осредненный параметр потока отказов можно определить как величину обратную средней наработке на отказ:

$$\omega_{CP}(l) = \frac{1}{l_{CP\_HA\_OTKA3}}.$$

2 Расчет показателей надежности автомобилей

Задание №1: На основании результатов подконтрольной эксплуатации автомобилей используя табличный процессор MS Excel необходимо определить показатели надежности автомобиля: среднюю наработку до отказа, доверительный интервал, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации, экспериментальные зависимости вероятности отказа и вероятности безотказной работы автомобиля за наработку, плотности вероятности отказа.

Исходные данные и шаблон отчета по лабораторной работе содержатся в файле **Лаб_раб_ОНИиИД.xls**

Исходные данные для расчета

Для расчета показателей надежности автомобилей (средней наработки до отказа, вероятности отказа и вероятности безотказной работы за наработку и др.) могут использоваться результаты подконтрольной эксплуатации автомобилей.

При **подконтрольной эксплуатации автомобилей** в автотранспортном предприятии (АТП) выделяется специальная группа подконтрольных автомобилей (выборка), выполняющая обычную транспортную работу. На каждый автомобиль заводится специальный журнал, где фиксируется и накапливается информация о всех отказах и неисправностях, на каком пробеге они произошли или выявлены, данные о нагрузках, виде перевозимого груза, среднесуточных пробегах, пробегах до ТО и между ремонтами и т.п.

Другим способом сбора исходных данных для расчета показателей надежности автомобилей является использование данных из различных отчетных документов АТП: расход запасных частей и эксплуатационных материалов, заявки на текущий ремонт, межремонтные пробеги и т.п.

К достоинствам данных способов сбора информации о показателях надежности относится достоверность, так как результаты таких наблюдений учитывают реальные условия эксплуатации автомобилей (хотя сами показатели и являются случайными величинами).

При большом количестве наблюдаемых автомобилей результаты наблюдения группируют в интервальный ряд, который удобно представить в виде таблицы (см. табл.1.1) или гистограммы (см. рис. 1.3) эмпирического распределения показателя надежности (например, пробега до отказа).

При построении интервального ряда приближенную ширину интервала находят с помощью формулы Стеджерса [2]:

$$\Delta X = \frac{X_{MAX} - X_{MIN}}{1 + 3{,}31 lgN},$$

где X_{MAX}, X_{MIN} – максимальное и минимальное значение результатов наблюдений, N – количество наблюдений.

Таблица 1.1 – Исходные данные для расчета средней наработки до отказа (количество наблюдаемых автомобилей N=50)

№ инт i	Границы интервала пробега, тыс. км.		Количество отказов n_i в интервале
	от	до	
1	19	24	5
2	24	30	8
3	30	35	11
4	35	40	10
5	40	46	8
6	46	51	5
7	51	57	3

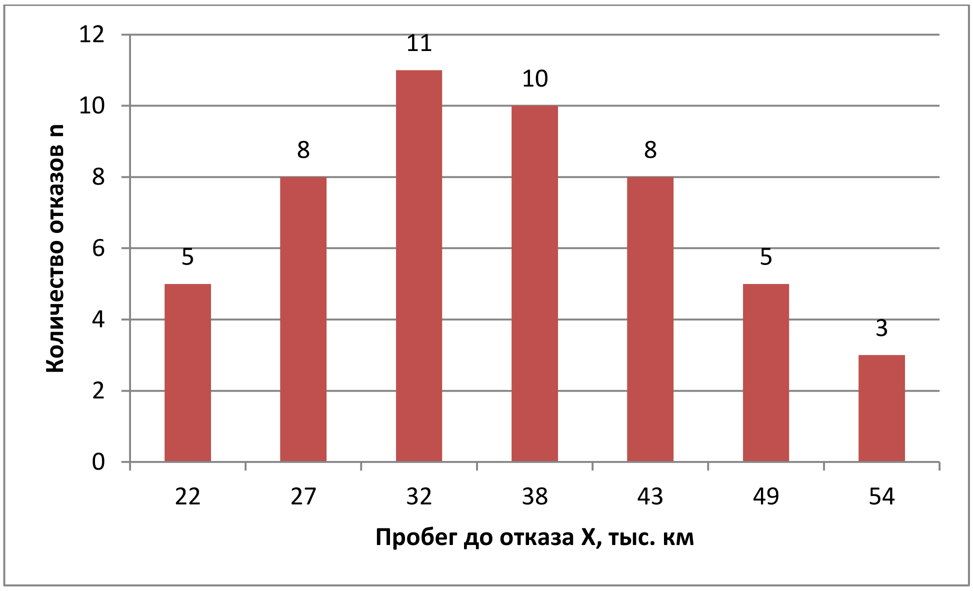

Рисунок 1.3 – Гистограмма экспериментального распределения пробега автомобилей до отказа (по какому-либо узлу или агрегату)

Порядок расчета

1 Определяем среднюю наработку до отказа, доверительный интервал, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Для этого определяем середины интервалов пробега $\bar{x}_i$ и относительные частоты m_i *[2]:*

$$m_i = \frac{n_i}{N},$$

где m_i — относительная частота (частость) экспериментальных значений, попавших в *i*-й интервал вариационного ряда, n_i - число попаданий экспериментальных значений в *i*-й интервал; N - общее количество наблюдаемых автомобилей. Для удобства расчета результаты расчета сводим в таблицу 1.2.

Средняя наработка до отказа, км, рассчитывается следующим образом [2]:

$$\overline{x}=\sum_{i=1}^{k}\overline{x}_i m_i \ ,$$

где k – количество интервалов, в примере k=7. Для примера $\bar{x} = 36.09$ тыс. км.

Среднее значение является приближенной экспериментальной **оценкой математического ожидания** *M(x).*

При расчете показателей надежности автомобилей приходится иметь дело с индивидуальными зависимостями параметра технического состояния автомобиля $y_i(l)$ от пробега l, свойственными каждому $i-му$ автомобилю. Причинами вариации (отклонения) технического состояния однотипных изделий (автомобилей одинаковой модели) являются: незначительные изменения от изделия к изделию качества материалов, обработки деталей, сборки; текущие изменения условий эксплуатации (скорость, нагрузка, температура и т.д.); качество ТО и ремонта, вождения автомобилей и др.

В результате каждый автомобиль будет иметь свою наработку l_i до отказа (см. рис. 1.4), при которой параметр его технического состояния $y_i(l)$ достигнет предельной величины $Y_П$, т.е. будет наблюдаться вариация наработки.

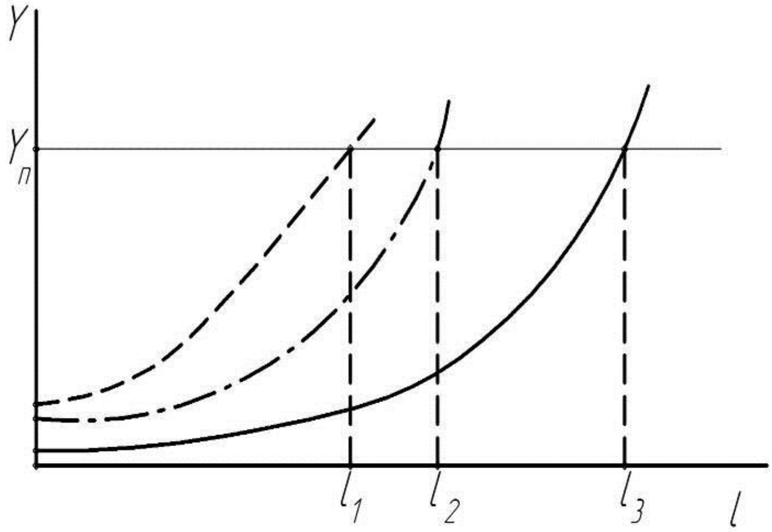

Рисунок 1.4 – Вариация наработки l (пробега) до наступления отказа Y_{Π}

Таблица 1.2 –Результаты расчета параметров экспериментального распределения пробегов автомобилей до отказа

№ инт. i	Границы интервала, тыс. км.		Количество отказов n_i в интервале	Относительная частота m_i	Середина интервала, $\overline{x}_i$, км	$\overline{x}_i m_i$	$(\overline{x}_i-\overline{x})^2$	$(\overline{x}_i-\overline{x})^2 n_i$
	от	до						
1	19	24	5	0,1	21,50	2,15	212,87	1064,34
2	24	30	8	0,16	27,00	4,32	82,63	661,02
3	30	35	11	0,22	32,50	7,15	12,89	141,77
4	35	40	10	0,2	37,50	7,50	1,99	19,88
5	40	46	8	0,16	43,00	6,88	47,75	381,98
6	46	51	5	0,1	48,50	4,85	154,01	770,04
7	51	57	3	0,06	54,00	3,24	320,77	962,30

$\sum_{i=1}^{k} \overline{x}_i m_i =$	36,09	$\sum_{i=1}^{k} (\overline{x}_i - \overline{x})^2 n_i =$	4001,35

Средние величины не отражают рассеивание значений показателей около его среднего, т.е. его вариацию. Для оценки вариации используют **дисперсию**:

$$D(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k} (\overline{x}_i - \overline{x})^2 n_i \,.$$

Для примера $D(x) = \frac{4001.35}{50} = 80.03$ тыс. км^2.

Недостатком дисперсии является то, что она имеет размерность квадрата случайной величины и поэтому не обладает должной наглядностью. Поэтому на практике чаще используют **среднее квадратическое отклонение**

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)}$$

Значение σ_x характеризует рассеивание, разброс значений показателя около его среднего $\overline{x}$. Для примера $\sigma_x = \sqrt{80.03} = 8.95$ тыс. км.

Коэффициент вариации $v_x = \frac{\sigma_x}{\overline{x}}$ характеризует относительную меру разброса значений показателя около среднего значения.

Для примера $v_x = \frac{8.95}{36.09} = 0.25$.

Оценка среднего значения $\overline{x}$, рассчитанная на основании результатов эксперимента (по выборке объема *N*), не позволяет непосредственно ответить на вопрос, какую ошибку можно совершить, принимая вместо точного значения (математического ожидания *M(x)*) его приближенное значение $\overline{x}$. В связи с этим во многих случаях при решении практических инженерных задач рекомендуется пользоваться интервальной оценкой – доверительным интервалом.

Доверительный интервал – это интервал, внутри которого с определенной (доверительной) вероятностью P_D находится истинное значение *M(x).* Он определяется следующим образом [2]:

$$\overline{x} - \Delta < M(x) < \overline{x} + \Delta$$

где Δ — предельная абсолютная ошибка (погрешность) интервального оценивания математического ожидания, характеризующая точность проведенного эксперимента и численно равная половине ширины доверительного интервала. Для *N* > 30 величина Δ определяется по формуле [2]

$$\Delta = t_{\alpha,\nu} \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}},$$

где $t_{\alpha,\nu}$ — значение критерия Стьюдента при доверительной вероятности $P_D = 1 - \alpha$ (α - уровень значимости; он характеризует вероятность ошибки) и числу степеней свободы $\nu = N - 1$.

Для уровня значимости $\alpha = 0,05$; доверительной вероятности P_D=0,95 и числе степеней свободы ν=49 по [2] значение критерия Стьюдента равно $t_{\alpha,\nu}$ =**2,012**. Предельная абсолютная ошибка (погрешность)

$$\Delta = t_{\alpha,\nu} \frac{\sigma_x}{\sqrt{N-1}} = 2{,}012 * \frac{8.95}{\sqrt{50-1}} = 2{,}57 \text{ тыс. км.}$$

Доверительный интервал наработки на отказ равен

$$36{,}09 - 2{,}57 < M(x) < 36{,}09 + 2{,}57\,,$$

$$33{,}52 \text{тыс.км} < M(x) < 38{,}66 \text{тыс.км}\,.$$

Физический смысл доверительного интервала заключается в том, что при доверительной вероятности P_D=0,95 (т. е. 95%) из 100 наблюдаемых автомобилей 95 будут иметь наработку до отказа в пределах доверительного интервала.

2. Расчет экспериментальных зависимостей вероятности отказа и вероятности безотказной работы автомобиля за наработку, плотности вероятности отказа

Для оценки и прогнозирования надежности автомобиля наиболее важным является зависимость вероятности отказа автомобиля от наработки (пробега). Для получения такой зависимости находят **функцию F(X) вероятности отказа за наработку X, которая показывает вероятность отказа автомобиля при пробеге X.**

Функция вероятности отказа F(X) за наработку X представляет собой **экспериментальную интегральную функцию распределения F($\overline{x_i}$) пробегов автомобиля до отказа,** которую рассчитывают как сумму накопленных относительных частот m_i в каждом интервале. В первом интервале $F(\overline{x}_1) = m_1$; во втором интервале $F(\overline{x}_2) = m_1 + m_2$ и т. д. , т.е.

$$F(\overline{x}_i) = \sum_{i=1}^{k} m_i\,.$$

Функция **F($\overline{x_i}$)** изменяется в интервале [0; 1].

Плотность вероятности отказа f(x) , которая характеризует распределение вероятности отказов от пробега, представляет собой **дифференциальную функцию эмпирического распределения пробегов автомобиля до отказа f(x),** определяемая как отношение относительной частоты m_i к длине интервала Δx:

$$f(\overline{x}_i) = m_i / \Delta x\,.$$

и характеризующая долю рассматриваемых событий в интервале, приходящихся на одно испытываемое изделие и на величину ширины интервала.

Результаты расчета данных функций представим в виде таблицы 1.3 и рисунков 1.5, 1.6.

Таблица 1.3 – *Расчет экспериментальных значений вероятности отказа Fэ(x), плотности вероятности отказа fэ(x) и вероятности безотказной работы* Рэ(x) *автомобиля за наработку x*

№ инт. i	Границы интервала X, тыс. км.		Количество отказов n_i в интервале	Относительная частота m_i	Вероятность отказа Fэ(X) за наработку X	Плотность вероятности отказа fэ(x)	Вероятность безотказной работы Рэ(X) автомобиля за наработку X
	от	до					
1	19	24	5	0,1	0,1	0,02	0,9
2	24	30	8	0,16	0,26	0,032	0,74
3	30	35	11	0,22	0,48	0,044	0,52
4	35	40	10	0,2	0,68	0,04	0,32
5	40	46	8	0,16	0,84	0,032	0,16
6	46	51	5	0,1	0,94	0,02	0,06
7	51	57	3	0,06	1	0,012	0

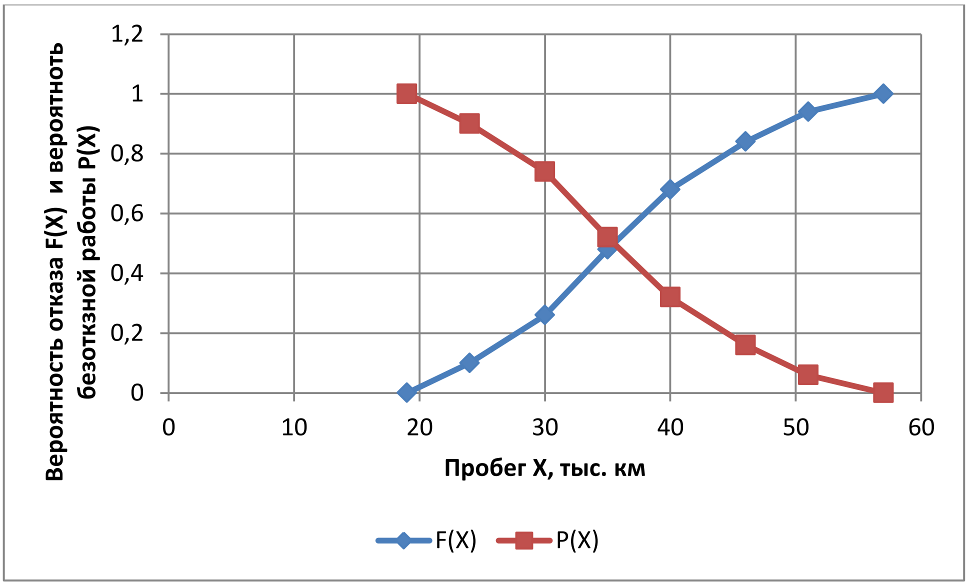

Рисунок 1.5 – Экспериментальная зависимость вероятности отказа Fэ(X) и вероятность безотказной работы Рэ(X) от пробега X

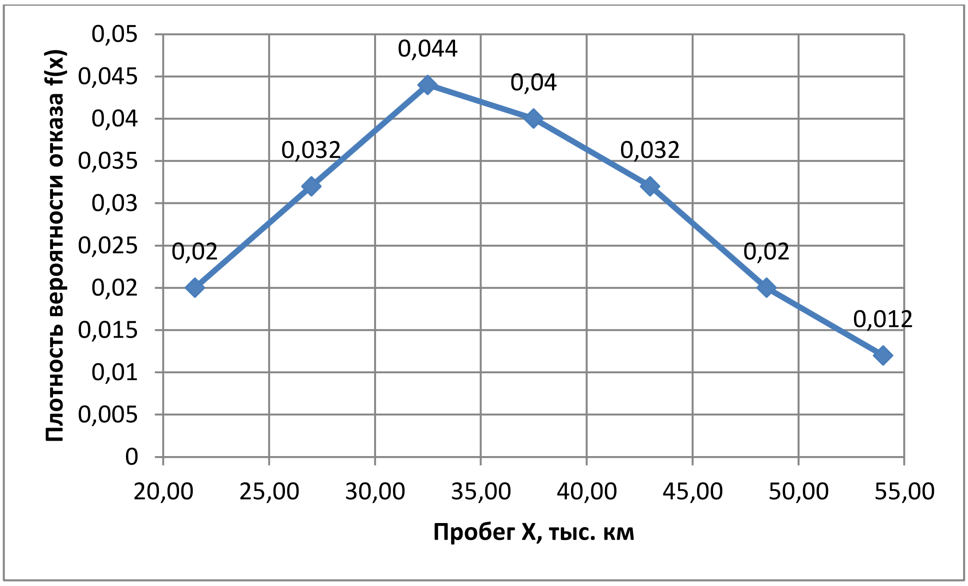

Рисунок 1.6 – Экспериментальная зависимость плотности вероятности отказа fэ(x) от пробега X

3 Выбор оптимальной вероятностной математической модели при обработке эксплуатационных испытаний на надежность, прогнозирование количества отказов

3.1 Определение вида вероятностной математической модели

Основная цель разработки математических моделей состоит в том, чтобы, проведя эксперимент (испытав партию автомобилей, т.е. выборку) можно было распространить результаты этих испытаний с доверительной вероятностью P_D на другие автомобили этой же модели, эксплуатируемые в тех же условиях (т. е. на генеральную совокупность) и спрогнозировать изучаемые показатели до начале эксплуатации, а также на период, на который испытания не распространялись.

Гипотезу о предполагаемом виде математической модели формулируют на основании:

— сходства внешнего вида гистограммы (или полигона) экспериментальных значений дифференциальной функции распределения *fэ(X)* и теоретических кривых *f(X.)*;

— значений коэффициента вариаций v_x;

— анализа физических закономерностей формирования теоретических законов распределения.

Вероятностной математической моделью (законом распределения) случайной величины ***x*** называется соответствие между возможными значениями ***x*** и их вероятностями ***P(x)***.

Для процессов ТЭА наиболее характерны следующие законы распределения: нормальный; логарифмически нормальный; закон распределения Вейбулла; экспоненциальный (показательный).

3.2 Формирование нормального распределения

Нормальное распределение характерно для показателей, на формирование которых оказывает влияние большое число независимых факторов.

Нормальное распределение характерно для распределения фактической трудоемкости (или продолжительности) выполнения видов ТО: ЕО; ТО-1; ТО-2; сезонного обслуживания, а также для наработки (пробега) до первого отказа детали, узла, агрегата и автомобиля в целом.

Дифференциальная функция нормального распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma_x^2}\right),$$

интегральная функция нормального распределения

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma_x^2}\right)dx$$

Закон является двухпараметрическим. Параметр $\overline{x}$ — математическое ожидание — характеризует положение центра рассеивания относительно начала отсчета, а параметр σ_x - среднее квадратическое отклонение характеризует растянутость распределения вдоль оси абсцисс. Характерные графики *f(x)* и *F(x)* приведены на рис. 1.7.

Для нормального закона распределения в практических задачах ТЭА коэффициент вариации $v_x \leq 0.4$.

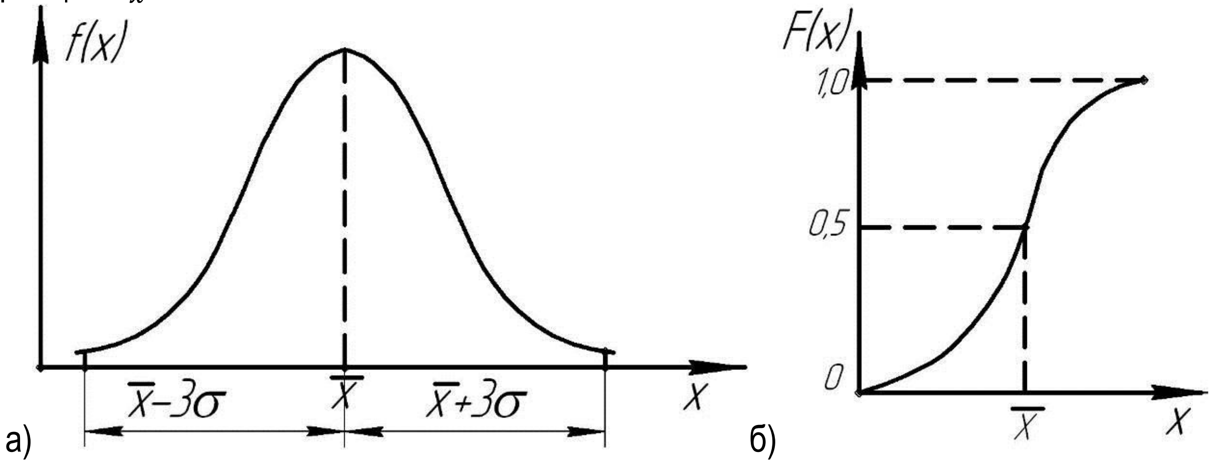

Рисунок 1.7 - Графики дифференциальной (а) и интегральной (б) функций нормального закона распределения

3.3 Формирование распределения Вейбулла

Закон распределения Вейбулла характерен для модели «слабого звена», когда система состоит из группы независимых элементов, отказ каждого из которых приводит к отказу всей системы.

Многие изделия (агрегаты, узлы, системы автомобиля) при анализе отказов могут быть рассмотрены как состоящие из нескольких элементов (участков). Это прокладки, уплотнения, шланги, трубопроводы, приводные ремни и т.д. Разрушение указанных изделий происходит в разных местах и при разной наработке (пробеге), однако ресурс изделия в целом определяется наиболее слабым его участком.

С помощью закона распределения Вейбулла можно моделировать возникновение внезапных отказов (когда параметр формы распределения *b=1)* и отказов из-за износа *(b=2,5*).

Математическая модель распределения Вейбулла задается двумя параметрами, что обуславливает широкий диапазон ее применения на практике. Дифференциальная функция имеет вид

$$f(x)=\frac{b}{a}\cdot\left(\frac{x}{a}\right)^{b-1}\cdot\exp\left(-\left(\frac{x}{a}\right)^{b}\right),$$

интегральная функция

$$F(x)=1-\exp\left(-\left(\frac{x}{a}\right)^{b}\right),$$

где b — параметр формы, оказывает влияние на форму кривых распределения: при b < 1 график функции *f(x)* обращен выпуклостью вниз, при b > 1 — выпуклостью вверх; a — параметр масштаба, характеризует растянутость кривых распределения вдоль оси абсцисс. При *b*=1 распределение Вейбулла преобразуется в экспоненциальное (показательное) распределение. Графики дифференциальной функции приведены на рис. 1.8.

Для закона распределения Вейбулла в практических задачах ТЭА коэффициент вариации $v_x \le 0.35-0.8$.

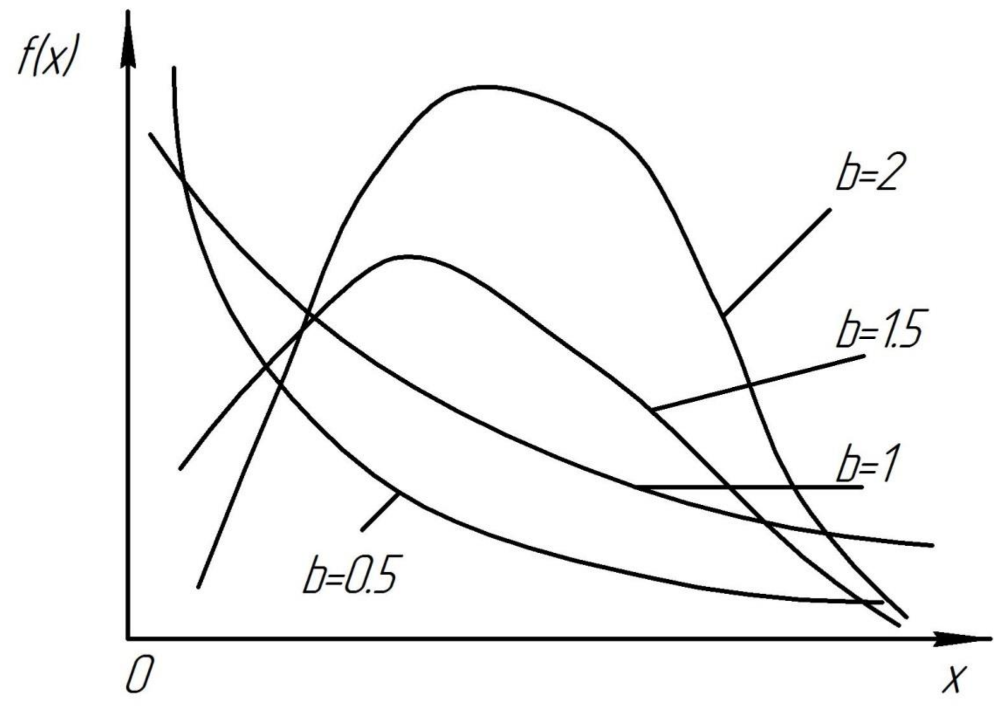

Рисунок 1.8 - Дифференциальная функция распределения Вейбулла

3.4 Формирование экспоненциального распределения

Экспоненциальное распределение показателя формируется, если не учитывается постепенного изменения факторов, влияющих на протекание исследуемого процесса. Данный закон используют чаще всего при описании внезапных отказов, наработки (пробега) между отказами, трудоемкости текущего ремонта и т.д. Для внезапных отказов характерным является скачкообразное изменение показателя технического состояния. Примером внезапного отказа является повреждение или разрушение в случае, когда нагрузка мгновенно превысит прочность объекта.

Вид дифференциальной функции f(x) представлен на рис. 1.9.

Дифференциальная функция распределения имеет вид $f(x)=\lambda\cdot e^{-\lambda x}$, а интегральная функция $F(x)=1-e^{-\lambda x}$, где λ - параметр распределения, характеризующий интенсивность или плотность событий в единицу времени, $\lambda=\frac{1}{\overline{x}}$, где $\overline{x}$ - среднее значение случайной величины X.

Для экспоненциального распределения в практических задачах ТЭА коэффициент вариации $v_x > 0.8$.

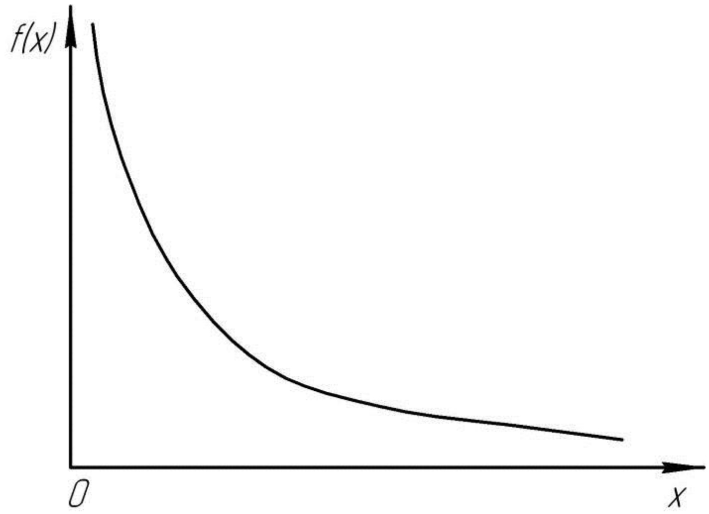

Рисунок 1.9 – График дифференциальной функции экспоненциального (показательного) распределения

Задание № 2: Используя данные задания №1 и табличный процессор MS Excel, выбрать теоретический закон распределения вероятности отказа и плотности вероятности отказа (нормальное или экспоненциальное распределение), построить графики данных функций, проверить совпадение экспериментального и теоретического распределения с помощью критерия Пирсона.

Используя выбранный теоретический закон распределения вероятности отказа, построить зависимость вероятности безотказной работы от наработки, определить гамма-процентную наработку до отказа, а также выполнить прогноз количества автомобилей той же модели, которые откажут в заданном интервале пробега и при заданном пробеге.

Порядок расчета

1 Выбор теоретического закона распределения вероятности отказа и плотности вероятности отказа, вероятности безотказной работы, построение графиков данных функций

Исходя из сходства внешнего вида экспериментальной зависимости плотности вероятности отказа f(X) от пробега X и графиков дифференциальных функций нормального и экспоненциального распределения, а также рассчитанного коэффициента вариации выбираем теоретический закон распределения.

Для примера, принимаем нормальный закон распределения, т.к. график экспериментальной зависимости плотности вероятности отказа f(X) от пробега X и график дифференциальных функций нормального распределения схожи по внешнему виду, а также рассчитанный коэффициент вариации $v_x = 0{,}25 \leq 0{,}4$.

Для расчета значений теоретической вероятности отказа (интегральная функция распределения F(X)) и плотности вероятности отказа (дифференциальная функция распределения f(X)) используем функции табличного процессора MS Excel:

Закон распределения	*Функция MS Excel*	
	Для дифференциальной функции	*Для интегральной функции*
нормальный	НОРМРАСП(x; $\overline{x}$; σ_x; ЛОЖЬ)	НОРМРАСП(x; $\overline{x}$; σ_x; ИСТИНА)
экспоненциальный	ЭКСПРАСП(x; λ; ЛОЖЬ)	ЭКСПРАСП(x; λ; ИСТИНА)
Вместо X указывается ячейка со значением границы интервала пробега (см. табл. 1.4)		

Результаты расчета теоретической вероятности отказа (интегральная функция распределения F(X)) и плотности вероятности отказа (дифференциальная функция распределения f(X)) и вероятности безотказной работы P(X) сводим в таблицу 1.4 и строим графики этих функций (см. рис. 1.10,1.11)

Таблица 1.4 – Значения теоретической вероятности отказа (интегральная функция распределения F(X)) и плотности вероятности отказа (дифференциальная функция распределения f(X)) и вероятности безотказной работы P(X)

Границы интервала, тыс. км.	Вероятность отказа (интегральная функция распределения F(X))	Плотность вероятности отказа (дифференциальная функция распределения f(X))	Вероятность безотказной работы P(X)
19	0,0280	0,0072	0,9720
24	0,0883	0,0179	0,9117
30	0,2480	0,0354	0,7520
35	0,4515	0,0443	0,5485
40	0,6690	0,0405	0,3310
46	0,8660	0,0241	0,1340
51	0,9522	0,0111	0,0478
57	0,9903	0,0029	0,0097

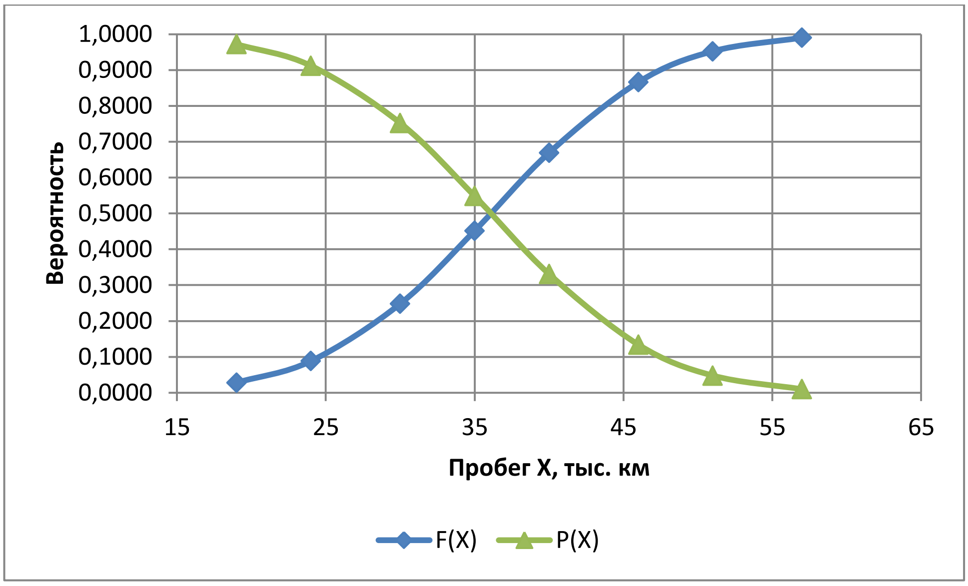

Рисунок 1.10 – Зависимость теоретической вероятности отказа F(X) и вероятности безотказной работы P(X) от пробега X

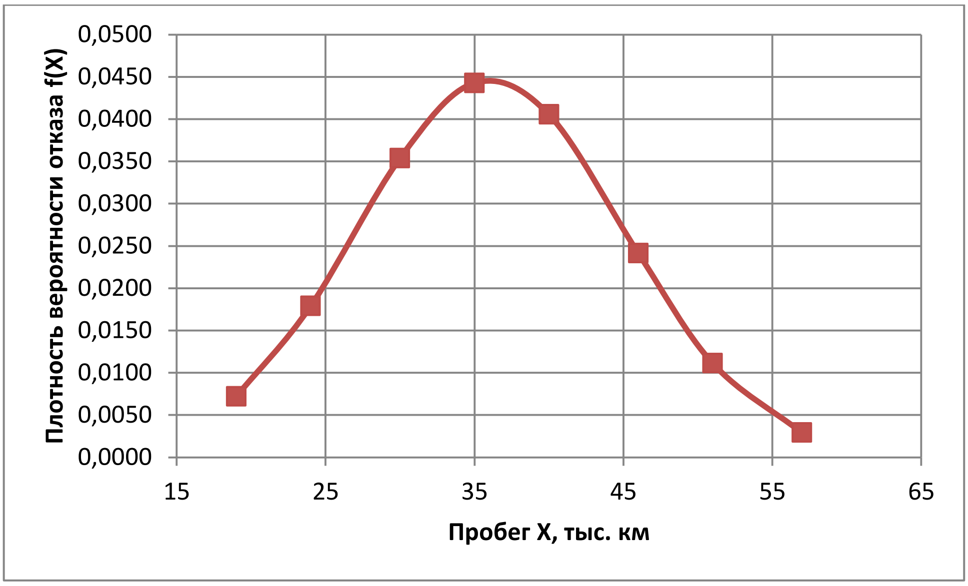

Рисунок 1.11 – Зависимость теоретической плотности вероятности отказа f(X) от пробега X

2 Проверка совпадение экспериментального и теоретического распределения

Необходимо определить, насколько хорошо подобрана вероятностная математическая модель (теоретический закон распределения вероятности отказа) и можно ли ее применять для прогнозирования, т.е. является ли **математическая модель адекватной**.

Для проверки совпадение экспериментального и теоретического распределения используем критерий Пирсона χ^2 (хи - квадрат). Для расчета критерия Пирсона определяем теоретическую частоту n_i^T попадания случайной величины в каждый из интервалов k, т. е. количество автомобилей n_i^T, у которых наступил отказ при пробеге в $i-$м интервале, определенное по теоретическому закону распределения

$$n_i^T = N \cdot [F(x_i) - F(x_{i-1})],$$

где $F(x_i)$ - значение интегральной функции распределения для границы $i - го$ интервала (принимаются из табл. 1.4).

Например, для первого интервала от 19 до 24 тыс. км пробега $n_1^T = 50 \cdot [F(24) - F(19)] = 50 \cdot [0,0883 - 0,0280] = 3,015 \approx 3$ и т.д.

Расчетное значение критерия χ^2 определяется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i^T)^2}{n_i^T}.$$

Разработанная вероятностная математическая модель адекватна результатам эксперимента, если

$$\chi^2 \le \chi^2_{\alpha,\nu},$$

где $\chi^2_{\alpha,\nu}$ - критическое значение критерия Пирсона для заданного уровня значимости α и числа степеней свободы ν. В противном случае математическая модель считается неадекватной и ее нельзя применять для обобщения результатов экспериментов и прогнозирования рассматриваемых показателей.

Результаты расчета критерия Пирсона χ^2 сводим в табл. 1.5.

Таблице 1.5 – Расчет критерия Пирсона

№ инт i	Границы интервала, тыс.км.		Количество отказов n_i в интервале	Теоретическая частота n_i^T	$(n_i - n_i^T)$	$(n_i - n_i^T)^2$	$\frac{(n_i - n_i^T)^2}{n_i^T}$
	от	до					
1	19	24	5	3	2	4	1,333
2	24	30	8	8	0	0	0,000
3	30	35	11	10	1	1	0,100
4	35	40	10	11	-1	1	0,091
5	40	46	8	10	-2	4	0,400
6	46	51	5	4	1	1	0,250
7	51	57	3	2	1	1	0,500
						$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i^T)^2}{n_i^T} =$	2,674

Определяем число степеней свободы $\nu = k - S - 1,$ где S — число оцененных параметров теоретического распределения. Для нормального закона распределения S = 2, для экспоненциального распределения S=1.

Для примера число степеней свободы для нормального распределения $\nu = k - S - 1 = 7 - 2 - 1 = 4$. В случае выбора экспоненциального распределения число степеней свободы $\nu = k - S - 1 = 7 - 1 - 1 = 5$.

По таблицам χ^2 — распределения Пирсона определяют критическое значение критерия $\chi^2_{\alpha,\nu}$ для заданного уровня значимости α и числа степеней свободы ν. Для уровня значимости α =0,05 и числа степеней свободы ν =4 критическое значение критерия $\chi^2_{\alpha,\nu}$ **=9,488** [2]. Для уровня значимости α =0,05 и числа степеней свободы ν =5 критическое значение критерия $\chi^2_{\alpha,\nu}$ **=11,070** [2].

Для примера 2,674 < 9.488, поэтому делаем вывод, что вероятностная математическая модель адекватна и теоретический закон распределения вероятности отказа автомобиля от наработки (пробега) - закон нормального распределения – выбран верно и его можно использовать для прогнозирования количества автомобилей той же модели, эксплуатируемые в тех же условиях, которые откажут (потребуют ремонта) в заданном интервале пробега или при заданном пробеге

3 Определение гамма-процентной наработки до отказа, выполнение прогноза количества автомобилей той же модели, которые откажут в заданном интервале пробега и при заданном пробеге

Для определения гамма-процентной наработки до отказа используем вероятность безотказной работы P(X) (см. п. 1.1 и рис. 1.2): задаем вероятностью гамма γ, выраженной в долях единицы и методом обратной интерполяции находим соответствующую ей наработку (пробег) X. Нужно учитывать, что если γ - вероятность безотказной работы, то величина (1-γ) – это вероятность отказа за ту же наработку.

Гамма-процентная наработка до отказа X_γ (величина γ принимается из исходных данных) с использованием функций табличного процессора MS Excel определяется:

- для нормального распределения

$$X_\gamma = \text{НОРМОБР}(1-\gamma; \bar{x}; \sigma_x)$$

- для экспоненциального распределения

$$X_\gamma = -\frac{1}{\lambda}\ln\gamma$$

В формулах γ подставляется в долях единицы. Для примера γ=95% или γ=0,95 в долях единицы.

$$X_\gamma = \text{НОРМОБР}(1-0{,}95; 36.09; 8.95) = 21{,}38 \text{ тыс. км.}$$

Прогнозируемое количество автомобилей, которые откажут (потребуют ремонта) при пробеге до X_1 определяется:

$$N_{\text{ОТК}} = N \cdot F(X_1),$$

где N – общее количество наблюдаемых автомобилей (задается в исходных данных), $F(X_1)$ - значение теоретической вероятности отказа (интегральной функции распределения F(X)) при пробеге X_1.

Прогнозируемое количество автомобилей, которые откажут (потребуют ремонта) в интервале пробега от X_1 до X_2 определяется по формуле

$$N_{\text{ОТК}} = N \cdot [F(X_2) - F(X_1)],$$

где $F(X_2)$ и $F(X_1)$ - значения теоретической вероятности отказа (интегральной функции распределения F(X)) при пробегах X_2 и X_1.

С использованием функций табличного процессора MS Excel значение теоретической вероятности отказа (интегральной функция распределения F(X)) определяется:

- для нормального закона распределения

$$F(X) = НОРМРАСП(X; \bar{x}; \sigma_x; ИСТИНА);$$

- для экспоненциального закона распределения

$$F(X) = ЭКСПРАСП(x; \lambda; ИСТИНА);$$

где вместо X поставляются требуемые границы интервала (X_2 или X_1).

Для примера, для заданного количества автомобилей N = 100 ед., которые аналогичным исследуемым, количество отказов при пробеге $X_1 = 34$ тыс. км составит $N_{ОТК} = N \cdot F(X_1) = 100 \cdot НОРМРАСП(34;\ 36.09; 8.95;\ ИСТИНА) = 40,76 \approx$ ≈ 41 ед. Округление выполняем в большую сторону.

Аналогично для примера для 100 автомобилей количество отказов при пробеге от 36 до 40 тыс. км составит

$$N_{ОТК} = 100 \cdot [F(40) - F(36)] = 100 \cdot [0{,}6690 - 0{,}4960] = 17{,}30 \approx 18 \text{ ед.}$$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятий безотказность и долговечность. В чем их отличие?
2. Дайте определение понятий: ремонтопригодность, сохраняемость, работоспособность, исправность, неисправность, отказ. В чем разница между работоспособностью и исправностью?
3. Дайте определение понятий: наработка, наработка до отказа, наработка между отказами, ресурс.
4. Что такое вероятность безотказной работы, вероятность отказа за наработку? Поясните с помощью графика связь между вероятностью безотказной работы P(l), вероятностью отказа F(l) и плотностью вероятности отказа f(l).
5. Дайте определение понятий: гамма-процентная наработка до отказа, параметр потока отказов.
6. Что такое подконтрольная эксплуатация автомобилей?
7. Укажите причины вариации (отклонения) технического состояния автомобилей одинаковой модели, которые эксплуатируются в одинаковых условиях?
8. Что характеризует среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации?
9. Дайте определение понятия доверительный интервал, в чем его физический смысл?
10. Что такое вероятностная математической моделью?
11. Назовите основная цель разработки вероятностных математических моделей.
12. Когда формируется нормальное распределение? Для каких показателей из области ТЭА характерно данное распределение? Запишите выражения для расчета дифференциальной и интегральной функций распределения, изобразите их графики.
13. Когда формируется распределение Вейбулла? Для каких показателей из области ТЭА характерно данное распределение? Запишите выражения для расчета диф-

ференциальной и интегральной функций распределения, изобразите график дифференциальной функции.

14. Когда формируется экспоненциальное распределение? Для каких показателей из области ТЭА характерно данное распределение? Запишите выражения для расчета дифференциальной и интегральной функций распределения, изобразите их графики.
15. Зачем определяется адекватность математической модели?
16. Как выполняется прогноз количества автомобилей той же модели, которые откажут в заданном интервале пробега и при заданном пробеге? Запишите соответствующие выражения и приведите расшифровку обозначений.

Лабораторная работа
ОПТИМИЗАЦИЯ СРЕДСТВ ОБСЛУЖИВАНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ НА ОСНОВЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБЛУЖИВАНИЯ

Цель: освоить методику оптимизация средств обслуживания автомобилей с использованием систем массового облуживания

Порядок выполнения работы

Используя изложенную ниже методику оптимизация средств обслуживания автомобилей с использованием систем массового облуживания и табличный процессор MS Excel выполнить задание (см. ниже). Письменно ответить на контрольные вопросы. Исходные данные и шаблон отчета по лабораторной работе содержатся в файле **Лаб_раб_ОНИиИД.xls.**

Содержание отчета по лабораторной работе

Тема, цель, исходные данные, распечатка отчета по лабораторной работе (файл **Лаб_раб_ОНИиИД.xls),** письменные ответы на контрольные вопросы.

1 Системы массового обслуживания.

Системы, в которых переменными и случайными являются моменты поступления требований на обслуживание и продолжительность самих обслуживании, называются **системами массового обслуживания (СМО).**

Примерами СМО в области технической эксплуатации автомобилей являются зоны диагностирования, ТО, текущего ремонта (ТР), участки ТР АТП, склады запасных частей, топливо- и маслораздаточные колонки автозаправочных станций и др.

1.1 Структура СМО

Система массового обслуживания состоит из следующих элементов (рис.1.1):

1- **Входящий поток требований** - совокупность требований к СМО на проведение определенных работ (заправка, мойка, ТО, ТР и др.) или оказание услуг (покупка изделий, деталей, материалов и др.). Он характеризуется параметром потока требований $\omega(t)$, треб/ед.времени. Входящий поток требований может быть постоянным: $\omega(t)$ = const - и переменным: $\omega(t) \neq$ const. Требования бывают однородные (одинаковые виды работ или услуг) и неоднородные (разные виды работ или услуг).

2 - **Очередь** — требования, ожидающие обслуживания. Очередь оценивается *средней длиной очереди* $\boldsymbol{r}$ - числом автомобилей или клиентов, ожидающих обслуживания, а также *вероятностью образования очереди* $\boldsymbol{P_{оч}}$

3 - **Обслуживающие аппараты (каналы обслуживания**) - совокупность постов технического обслуживания (ТО), текущего ремонта (ТР), рабочих мест, исполнителей, оборудования, осуществляющих обслуживание требований по определенной технологии. Обслуживающие аппараты характеризуются: количеством обслуживающих аппаратов ***n***, интенсивностью обслуживания $\mu(t)$, треб/ед.времени. При *моделировании зоны ТР* как СМО обслуживающими аппаратами являются *посты ТР.* При моделировании зоны ТО как СМО обслуживающими аппаратами являются посты ТО или бригады ТО.

4 - **Выходящий поток требований** $\omega'(t)$ - поток требований, прошедших СМО. В общем случае выходящий поток может состоять из *требований обслуженных и необслуженных*. Пример необслуженных требований: отсутствие нужной детали для автомобиля, находящегося в ремонте. На автомобильном транспорте после обслуживания требований (ТО, ТР) автомобиль должен быть технически исправным.

5 - **Замыкание** (возможное) СМО - состояние системы, при котором входящий поток требований зависит от выходящего.

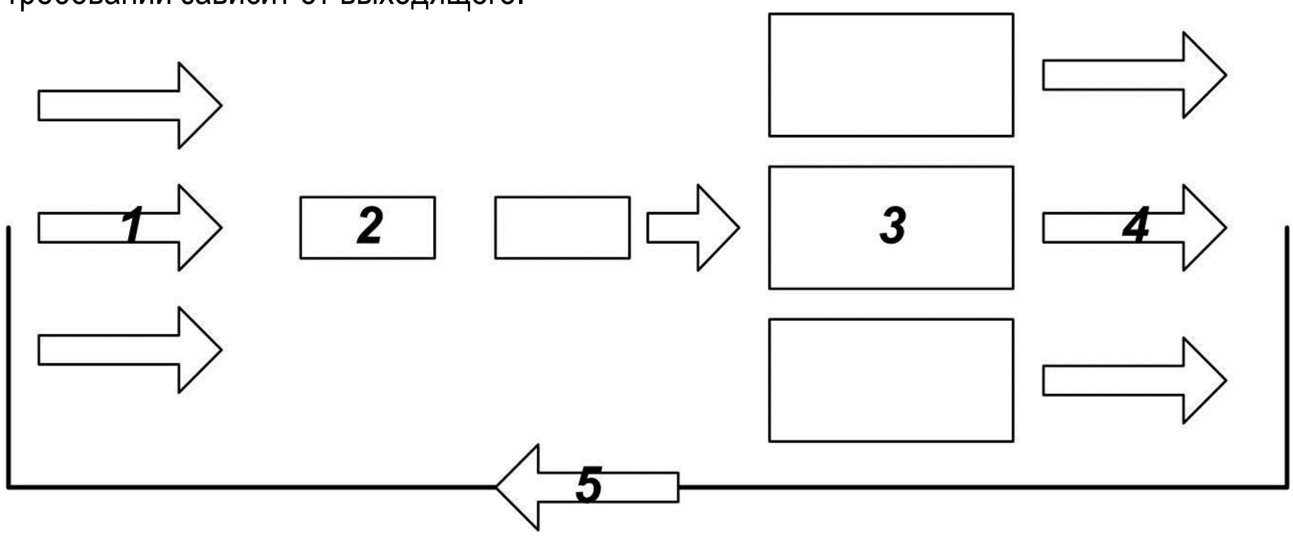

Рисунок 1.1 – Общая схема системы массового обслуживания.

1.2 Классификация СМО

СМО классифицируются следующим образом:

- *по ограничениям на длину очереди* **r** — с потерями (**r = 0**), без потерь ($\mathbf{r} \to \infty$) и с ограничением по длине очереди (**r = m**). В системах с потерями требование покидает ее, если все обслуживающие аппараты заняты. В системах без потерь требование поступает в очередь, если все аппараты заняты. Могут существовать ограничения на длину очереди или на время нахождения в ней;

- *по количеству каналов обслуживания* — одноканальные (**n = 1**) и многоканальные (**n > 1**);

- *по типу обслуживающих аппаратов* — однотипные (универсальные) и разнотипные (специализированные);

- *по порядку обслуживания* — одно- и многофазовые. *Однофазовые* — это такие системы, в которых требование обслуживается на одном посту. При *многофазовом* обслуживании требование последовательно проходит несколько обслуживающих аппаратов, например посты поточной линии ТО;

- *по приоритетности обслуживания* — с приоритетом и без приоритета. С приоритетом — это такие системы, в которых ряд требований будет обслуживаться в первую очередь независимо от наличия очереди других требований, например заправка топливом вне очереди автомобилей скорой медицинской помощи. Без приоритета — требования обслуживаются в порядке поступления в систему;

- *по величине входящего потока требований* — с ограниченным и неограниченным потоком;

- *по структуре системы* — замкнутые (входящий поток требований зависит от числа обслуженных требований) и открытые (входящий поток требований не зависит от числа обслуженных требований);

- *по взаимосвязи обслуживающих аппаратов* — с взаимопомощью и без нее. В системах без взаимопомощи параметры пропускной способности и производительности обслуживающих аппаратов постоянны и не зависят от загрузки или простоя других аппаратов. В системах с взаимопомощью пропускная способность обслуживающих аппаратов будет зависеть от занятости других аппаратов. Взаимопомощь между постами и исполнителями характерна при организации работы зон и участков ТО и ремонта и при коллективных методах труда, когда исполнители могут перемещаться по постам.

1.3 Граф состояний системы. Уравнение Эрланга

СМО представляет собой систему дискретного типа с конечным множеством состояний, а переход системы из одного состояния в другое происходит скачкообразно, когда осуществляется какое-либо событие. Процесс функционирования СМО хорошо иллюстрируются графом состояния системы, на котором прямоугольниками отмечены состояния системы (*S1, S2, S3, S4* (см. рис.1.2)), а стрелками - направления переходов. Если на графе у стрелок указаны интенсивности перехода λ_{ij}, то он называется **размеченным графом состояний** (рис. 1.1).

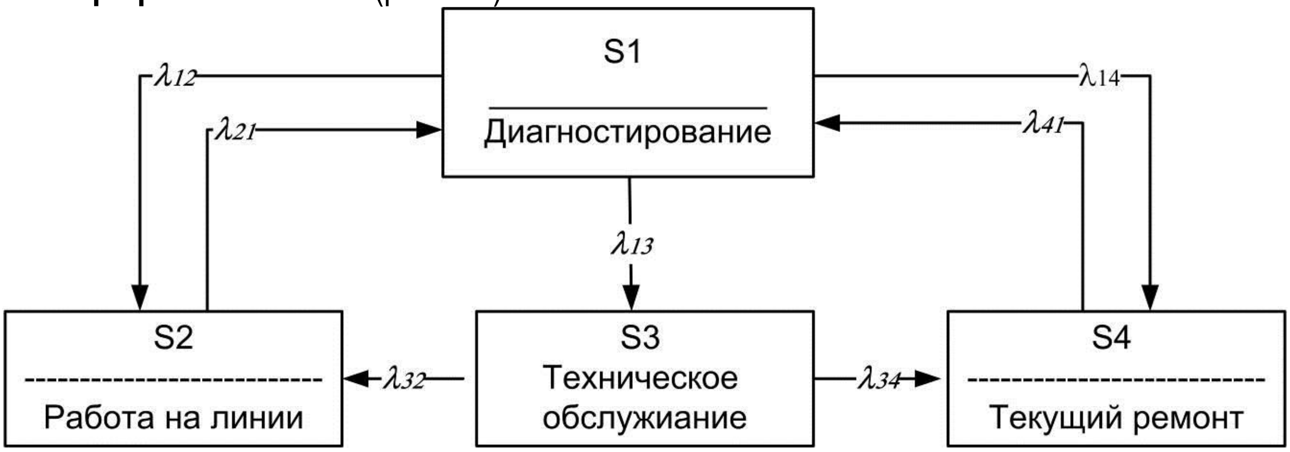

Рисунок 1.2 – Размеченных граф состояний СМО

Используя размеченный граф состояний СМО и зная интенсивности переходов (число заявок в единицу времени) можно определить вероятности $P_i(t)$ нахождения системы в любом состоянии с использованием системы дифференциальных уравнений Эрланга-Колмогорова, которые составляются по следующим правилам:

1) В левой части уравнения помещается производная вероятности соответствующего состояния $\frac{dP_i}{dt}$

2) Правая часть содержит столько членов, сколько переходов (стрелок в размеченном графе) связано с данным состоянием
3) Каждый член правой части уравнения равен произведению интенсивности переходов λ_{ij} на вероятность того состояния, из которого переход осуществляется.
4) Знак «+» ставится перед членом правой части уравнения при переходе в данное состояние (стрелка входит в данное состояние на графе), знак «-» - при выходе из данного состояния (стрелка выходит на графе)

Для одноканальной СМО с отказами (см. рис. 1.3) система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1$$

$$\frac{dP_1}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_1$$

где λ - интенсивность потока заявок (число заявка в единицу времени); μ - интенсивность потока обслуживаний (число обслуживаний в единицу времени).

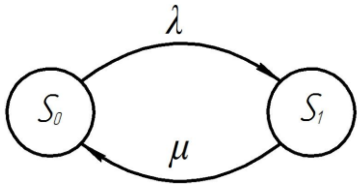

Рисунок 1.3 - Одноканальная СМО с отказами

При установившемся режиме работы системы, когда интенсивности переходов постоянны λ = const, μ=const, вероятность нахождения системы в любом состоянии не зависит от времени и $\frac{dP_i}{dt} = 0$, а дифференциальные уравнения превращаются в алгебраические. Для примера, рассмотренного выше, для одноканальной СМО с отказами:

$$-\lambda P_0 + \mu P_1 = 0$$

$$\lambda P_0 - \mu P_1 = 0$$

$$P_1 + P_0 = 1.$$

Последнее уравнение добавлено из условия, что в любой момент времени может система находится в одном из состояний S_1 или S_2. Одно из уравнений является избыточным. Решая данную систему уравнений, находят вероятности P_0 и P_1 нахождения системы в состоянии S_1 и S_2.

В общем случае **уравнение Эрланга** имеет вид:

$$P_k = \left(\frac{\rho^k}{k!}\right) \Big/ \sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} \quad ,(0 \le k \le n),$$

где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ – приведенная плотность потока заявок (среднее число заявок, приходящееся на среднее время обслуживания одной заявки), P_k – вероятность нахождения системы в k-м состоянии, n – количество каналов обслуживания (постов, бригад, и т.п.).

Для описания потока требований в СМО используются **простейшие потоки** требований**,** обладающие свойствами **стационарности (**интенсивность поступления требований постоянна), **ординарности (**вероятность поступления одновременно нескольких требований пренебрежимо мала) **и отсутствия последствия** (интенсивность поступления требований не зависит от количества ранее поступивших требований).

Для простейшего потока требований вероятность $P_k(t)$ возникновения ***k*** событий (k=0, 1, 2, …) за время ***t*** определяется **законом Пуассона**:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t},$$

где λ - интенсивность потока требований.

1.4 Примеры СМО.

Многоканальные СМО с очередью

В большинстве реальных систем массового обслуживания заявка, прибывшая в момент, когда все каналы заняты, становится в очередь и дожидается освобождения канала обслуживания. Порядок организации очередей может быть различным, рассмотрим наиболее типичный «вышел первый, первый обслужился». На рисунке 1.4 показан граф СМО, имеющий *n* каналов и *m* мест для очереди - если очередь не ограничена, то $m \to \infty$

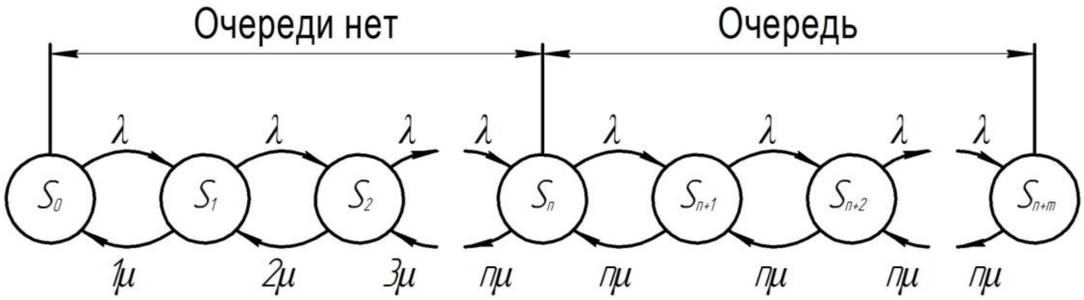

Рисунок 1.4 - Многоканальная СМО с очередью

1.5 Оптимизация СМО

Издержки от функционирования системы, руб/ед. времени, определяются

$$И = И_{аппарат}(n) + И_{требование}(n),$$

где $И_{аппарат}(n)$ - издержки из-за простоя обслуживающих аппаратов, т. е. из-за простоя постов ТО и ТР, $И_{требование}(n)$ - издержки из-за простоя требований в очереди, т. е. из-за простоя автомобилей в ожидании обслуживания, n – количество обслуживающих аппаратов (количество постов ТО или ТР).

Расчет производственных помещений, оборудования, штата рабочих, т.е. пропускной способности предприятия (участка, поста), исходя из средней потребности, может привести или к неполной загрузке зон и участков, или к необходимости ожидания момента обслуживания, т.е. к образованию очереди требований. Необходима оптимизация систем обслуживания.

При оптимизации СМО за определенный промежуток времени сопоставляются затраты, связанные с простоем автомобиля в ожидании ремонта или обслуживания и простоем оборудования и ремонтного персонала в ожидании автомобилей. По мере роста показателей, влияющих на пропускную способность средств обслуживания ***n*** (число постов, исполнителей, оснащение технологическим оборудованием и инструментом), затраты, связанные с простоем автомобилей в ожидании обслуживания, сокращаются (кривая 1 на рис. 1.5), а затраты, вызванные простоем средств обслуживания и персонала в ожидании загрузки, возрастают (кривая 2 на рис. 1.5). Минимальное значение суммы этих затрат (кривая 3 на рис. 1.5) будет соответствовать оптимальной структуре СМО (например, оптимальное число постов, исполнителей), при которой минимизируются потери предприятия, связанные с простоем средств обслуживания, ожиданием объектов обслуживания.

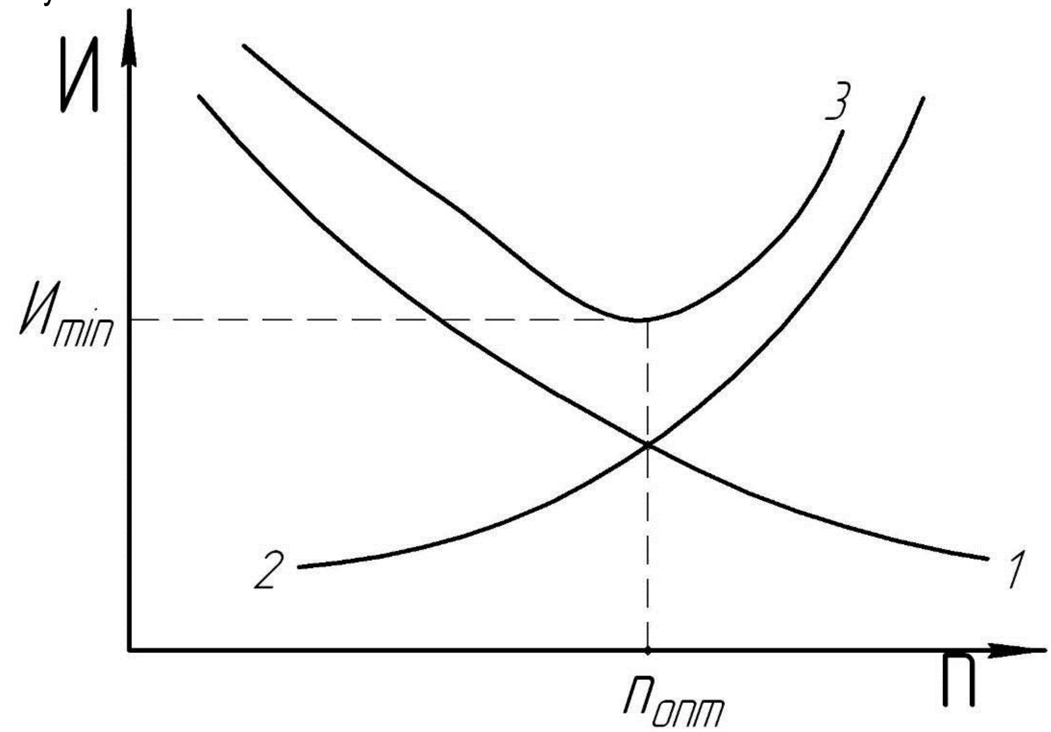

Рисунок 1.5 - Определение показателей пропускной способности систем обслуживания технико-экономическим методом: 1 - затраты от простоев автомобилей; 2 – затраты от простоев системы обслуживания (постов, ремонтных рабочих) в ожидании требований на обслуживание; 3 - суммарные затраты

Задание

В крупном АТП в зоне ТР в течение рабочей смены (продолжительность смены $t_{\text{СМ}}$, час) в среднем требуется устранение $N_{ОТК}$ отказов автомобилей. Среднее время ремонта автомобиля t_P , час. Простой одного автомобиля в ожидании ремонта обходится предприятию $C_{ПР}$, расчетных единиц (р. е.)/час, а заработная плата одного ремонтного рабочего $C_{РЕМ}$, расчетных единиц (р. е.)/час.

Требуется определить количество рабочих **n**, при котором общие затраты предприятия от простоя автомобилей в ожидании ремонта и на заработную плату ремонтных рабочих были бы минимальны. При расчете необходимо использовать табличный процессор MS Excel и файл **Лаб_раб_ОНИиИД.xls.**

Для примера: $t_{\text{СМ}}$=7 ч., $N_{ОТК}$=20, t_P=1,4 ч., $C_{ПР}$ =375 р.е./час, $C_{РЕМ}$ =75 р.е./час.

Порядок расчета

При расчете зону ТР будем рассматривать как СМО с неограниченной длиной очереди.

1 Интенсивность потока обслуживания каналом (интенсивность выполнения ремонта одним рабочим)

$$\mu = \frac{1}{t_{\text{Р}}} = \frac{1}{1{,}4} = 0{,}71\ \text{час}^{-1}$$

2 Интенсивность потока заявок λ равна отношению числа отказов за смену к длительности смены

$$\lambda = \frac{N_{\text{ОТК}}}{t_{\text{СМ}}} = \frac{20}{7} = 2{,}86\ \text{час}^{-1}$$

3 Приведенная плотность потока заявок (среднее число заявок, приходящееся на среднее время обслуживания одной заявки)

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2{,}86}{0{,}71} = 4{,}03 > 1$$

и при работе одного рабочего в зоне ТР (n=1) длина очереди будет расти до бесконечности (т.к. в зону ТР будет поступать больше автомобилей, чем смогут быть отремонтированы за тоже время).

Для того, чтобы длина очереди имела конечную величину необходимо, чтобы общая приведенная плотность потока заявок была не больше единицы:

$$\frac{\rho}{n} = \frac{\lambda}{n \cdot \mu} \leq 1.$$

4 Определим минимальное количество рабочих (из выражения, приведенного выше), для которого следует выполнять определение общих затрат предприятия

$$n \geq \rho.$$

Для примера $n \geq 4{,}03$, т.е. минимальное количество рабочих в зоне ТР n=5.

При расчете количество рабочих в зоне ТР изменяем от минимального до тех пор, пока не будет достигнута точка минимума суммарных затрат (т.е. затраты должны снизиться, а потом опять начать расти) (n=n_{min}*…10 и более).*

Вариант 1: индивидуальная работа – только один рабочий занимается ремонтом одного автомобиля, зона ТР моделируется многоканальной СМО с неограниченной длиной очереди.

5 Вероятность, что все рабочие свободны и в зону ТР не поступило ни одного автомобиля

$$P_o = \frac{1}{\dfrac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} + \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{\rho^k}{k!}}.$$

Для примера для количества рабочих n=5

$$P_o = \frac{1}{\dfrac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} + \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{\rho^k}{k!}} = \frac{1}{\dfrac{4,03^{5+1}}{5!(5-4,03)} + \sum\limits_{k=0}^{5} \dfrac{0,6^k}{k!}} =$$

$$= \frac{1}{\dfrac{4,03^{5+1}}{5!(5-4,03)} + \dfrac{4,03^0}{0!} + \dfrac{4,03^1}{1!} + \dfrac{4,03^2}{2!} + \dfrac{4,03^3}{3!} + \dfrac{4,03^4}{4!} + \dfrac{4,03^5}{5!}} = 0,013$$

Аналогично выполняем расчет для n=6, 7, 8 и т.д. Результаты расчета сводим в табл.1.1.

6 Средняя длина очереди автомобилей в зоне ТР [3]

$$r = \frac{\rho^{n+1} \cdot P_0}{n! \cdot n \cdot \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)^2}.$$

Для n= 5

$$r = \frac{4.03^{5+1} \cdot 0.013}{5! \cdot 5 \cdot \left(1 - \frac{4.03}{5}\right)^2} = 2.216.$$

Аналогично выполняем расчет для n=6, 7, 8 и т.д. Результаты расчета сводим в табл.1.1.

7 Среднее время ожидания в очереди

$$t_{\text{ОЖ}} = \frac{r}{\lambda}.$$

Для n= 5

$$t_{\text{ОЖ}} = \frac{2.216}{2.86} = 0.78 \text{ часа}.$$

Аналогично выполняем расчет для n=6, 7, 8 и т.д. Результаты расчета сводим в табл.1.1.

8 Суммарные затраты Со, р.е./час, предприятия от простоя автомобилей в ожидании ремонта и на заработную плату ремонтных рабочих определяются [3]

$$\text{С}_\text{О} = \text{С}_\text{ПР} \cdot r + \text{С}_\text{РЕМ} \cdot n,$$

где r – средняя длина очереди.

Для n=5

$$\text{С}_\text{О} = 375 \cdot 2.216 + 75 \cdot 5 = 1206 \text{ р.е./час}$$

Аналогично выполняем расчет для n=6, 7, 8 и т.д. Результаты расчета сводим в табл.1.1.

Таблица 1.1 –Расчет суммарных затрат Со в зоне ТР от числа ремонтных рабочих (многоканальная СМО)

К-во ремонтных рабочих n	5	6	7	8
Вероятность Ро	0,013	0,017	0,018	0,018
Средняя длина очереди **r**	2,216	0,570	0,180	0,059
Среднее время ожидания в очереди **tож**, час	0,78	0,20	0,06	0,02
Суммарные затраты Со, р.е./час	1206	664	593	622

*9 Строим графики зависимостей вероятности Ро, средней длины очереди **r,** среднего времени ожидания в очереди **tож,** суммарных затрат Со от количества ремонтных рабочих (см. рис. 1.6).*

В методических указаниях приведен только один из необходимых графиков. **В отчете должны быть приведены все графики.**

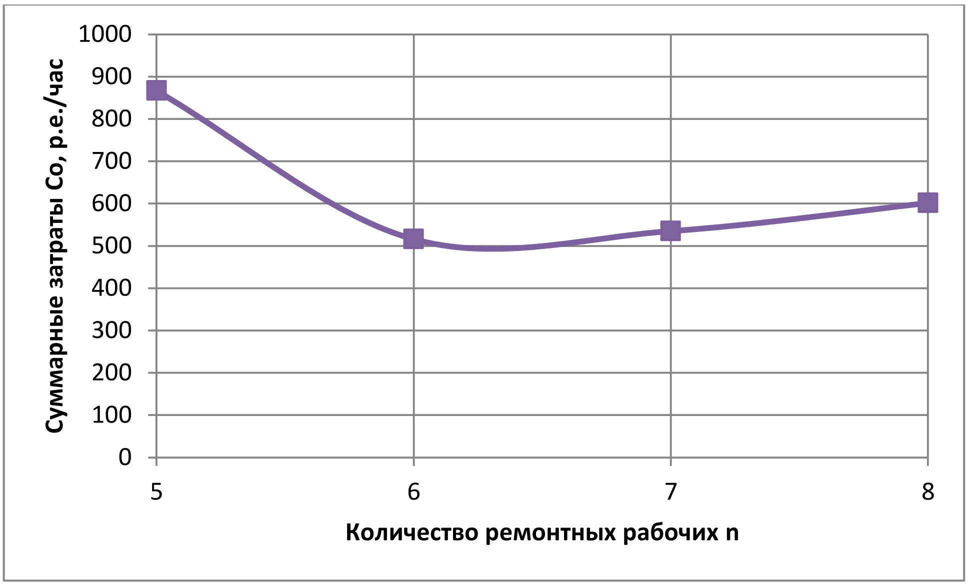

Рисунок 1.6 – Зависимость суммарных затрат Со от количества ремонтных рабочих n

10 Определяем оптимальное количество рабочих для индивидуального метода организации работ

Как видно из табл. 1.1 и рис. 1.6 *для индивидуального метода организации работ минимальные суммарные затраты от простоя автомобилей в ожидании ремонта и на заработную плату ремонтных рабочих будут при числе ремонтных рабочих n=7.*

Вариант 2 – бригадная организация работ – все рабочие единой бригадой участвуют в ремонте, зона ТР моделируется одноканальной СМО с неограниченной длиной очереди.

1 Определяем приведенную плотность потока заявок одноканальной СМО

$$\rho = \frac{\lambda}{n \cdot \mu_1},$$

где μ_1- интенсивность выполнения ремонта одним рабочим. Для примера

$$\mu_1 = \frac{1}{t_\text{Р}} = \frac{1}{1{,}4} = 0{,}71\ \text{час}^{-1}$$

$$\rho = \frac{2{,}86}{5 \cdot 0{,}71} = 0{,}80.$$

2 Вероятность, что все рабочие свободны и в зону ТР не поступило ни одного автомобиля

$$\text{P}_0 = 1 - \rho$$

Для примера для количества рабочих n=5

$$\text{P}_0 = 1 - 0{,}80 = 0{,}20$$

Аналогично выполняем расчет для n=6, 7, 8 и т.д. Результаты расчета сводим в табл.1.2.

3 Средняя длина очереди автомобилей в зоне ТР [3]

$$r = \frac{\rho^{n+1}}{1 - \rho}$$

Для n= 5

$$r = \frac{0.80^{5+1}}{1 - 0.80} = 1.31$$

Аналогично выполняем расчет для n=6, 7, 8 и т.д. Результаты расчета сводим в табл.1.2.

4 Среднее время ожидания в очереди

$$t_\text{ОЖ} = \frac{r}{\lambda}.$$

Для n= 5

$$t_\text{ОЖ} = \frac{1.31}{2.86} = 0.46\ \text{часа}.$$

Аналогично выполняем расчет для n=6, 7, 8 и т.д. Результаты расчета сводим в табл.1.1.

8 Суммарные затраты Co, р.е./час, предприятия от простоя автомобилей в ожидании ремонта и на заработную плату ремонтных рабочих определяются [3]

$$\text{C}_\text{О} = \text{C}_\text{ПР} \cdot r + \text{C}_\text{РЕМ} \cdot n,$$

где r – средняя длина очереди.

Для n=5

$$\text{C}_\text{О} = 375 \cdot 1.31 + 75 \cdot 5 = 866\ \text{р.е./час}$$

Аналогично выполняем расчет для n=6, 7, 8 и т.д. Результаты расчета сводим в табл.1.2.

Таблица 1.2 –Расчет суммарных затрат Со в зоне ТР от числа ремонтных рабочих (одноканальная СМО)

К-во ремонтных рабочих n	5	6	7	8
Приведенную плотность потока заявок ρ	0,80	0,67	0,57	0,50
Вероятность Ро	0,20	0,33	0,43	0,50
Средняя длина очереди **r**	1,31	0,18	0,03	0,004
Среднее время ожидания в очереди **tож**, час	0,46	0,06	0,01	0,001
Суммарные затраты Со, р.е./час	867	516	535	601

9 Строим графики зависимостей приведенной плотности потока заявок ρ вероятности Ро, средней длины очереди ***r,*** *среднего времени ожидания в очереди* ***tож,*** *суммарных затрат Со от количества ремонтных рабочих (см. рис. 1.7).* **В отчете должны быть приведены все графики.**

Рисунок 1.7 – Зависимость суммарных затрат Со от количества ремонтных рабочих n

10 Определяем оптимальное количество рабочих для бригадного метода организации работ

Как видно из табл. 1.2 и рис. 1.7 *для бригадного метода организации работ минимальные суммарные затраты от простоя автомобилей в ожидании ремонта и на заработную плату ремонтных рабочих будут при числе ремонтных рабочих n=6.*

11 Сравниваем оптимальное количество рабочих при индивидуальной работе и бригадной организации работ, а также суммарные затраты в зоне ТР

При бригадной организации работ требуется на одного рабочего меньше, а суммарные затраты *от простоя автомобилей в ожидании ремонта и на заработную плату ремонтных рабочих составят* $\frac{516}{593} \cdot 100\% = 87\%$ *от затрат при индивидуальной форме организации труда рабочих.*

В реальных условиях на рассматриваемую математическую модель будут накладываться дополнительные условия (например, если в зоне ремонта находится только один автомобиль, то вряд ли все рабочие бригады смогут одновременно участвовать в работе). Тем не менее, проведенные расчеты позволяют оценивать наиболее приемлемые решения по организации работ в зоне ТР автомобилей.

Для сравнения, если, не зная теории массового обслуживания, произвести расчет числа рабочих по методу средних, то число рабочих должно быть следующим. При средней трудоемкости ремонта одного автомобиля 1,4 ч один рабочий за смену (7 ч) может отремонтировать 5 автомобилей, а если в смену поступает 20 автомобилей, то число рабочих должно быть n=4. Очевидно, при таком числе рабочих будут возникать большие очереди автомобилей, ожидающих ремонта, что приведет к большим издержкам предприятия.

Контрольные вопросы

1. Что такое система массового обслуживания (СМО)?
2. Назовите основные элементы СМО. Чем характеризуется каждый элемент?
3. Приведите классификацию СМО
4. Для одноканальной СМО с отказами изобразите граф состояний системы и запишите систему алгебраические уравнения Эрланга-Колмогорова, позволяющих определить вероятности нахождения системы в любом состоянии.
5. Изобразите граф состояний многоканальной СМО с очередью, поясните обозначения.
6. Из каких составляющих складываются издержки от функционирования СМО? Как изменяются данные составляющие в зависимости от количества каналов обслуживания? Изобразите график и поясните, как выполняется оптимизация СМО по критерию суммарных издержек.
7. Какими свойствами обладает простейший поток требований? Поясните каждое свойство.
8. Каким законом описывается вероятность возникновения k событий за время t для простейшего потока требований? Запишите формулу, поясните обозначения.

Список используемых источников

1. Коваленко, Н. А. Научные исследования и решение инженерных задач в сфере автомобильного транспорта: учеб. пособие / Н. А. Коваленко. – Минск: Новое знание; М.: ИНФА-М, 2011 – 271 с.: ил.
2. Научные исследования и решение инженерных задач: Учебн. пособие/ С. С. Кучур, М. М. Болбас, В. К. Ярошевич. – Мн.: Адукацыя і выхаванне, 2003.

3. Малкин В.С. Техническая эксплуатация автомобилей: Теоретические и практические аспекты: учеб. Пособие для студ. Высш. Учеб. Заведений / В.С. Малкин. – М.: Изд. Центр «Академия», 2007. – 288 с.

Учебное издание

Составители: Монтик Сергей Владимирович
Концевич Павел Сергеевич
Березуцкая Светлана Олеговна

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ АВТОМОБИЛЕЙ. ОПТИМИЗАЦИЯ СРЕДСТВ ОБСЛУЖИВАНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторным занятиям
по дисциплине
«ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
И ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ»
для студентов специальностей
1 - 37 01 06 «**Техническая эксплуатация автомобилей**»,
1 – 37 01 07 «**Автосервис**»

Ответственный за выпуск Монтик С.В.
Редактор

Подписано к печати .2015 г. Формат 60x84/16 Бумага писчая N 1. Усл. п.л. ____. Уч. изд. л. . Заказ N . Тираж 40 экз. Отпечатано на ризографе Учреждения образования «Брестский государственный технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.