

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра сопротивления материалов и теоретической механики

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения контрольных работ №1, №2

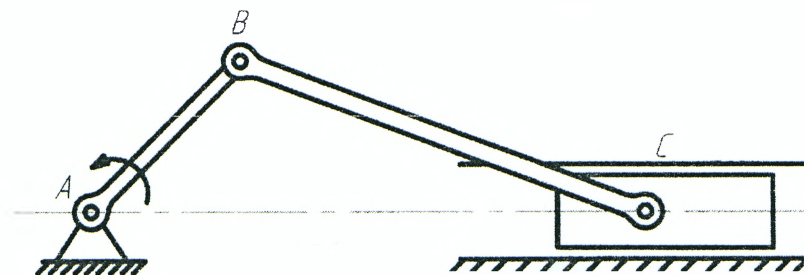
по механике материалов

для студентов специальностей

1-36 01 01 – “Технология машиностроения”

1-37 01 06 – “Техническая эксплуатация автомобилей”

заочной формы обучения



Брест 2009

УДК 539.3/8

Механика материалов является одной из фундаментальных дисциплин инженерного образования.

Изучение курса позволяет студентам специальностей 1-36 01 01, 1-37 01 06 овладеть методами расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций (машин, сооружений, механизмов, устройств), обеспечивающих надежность их работы и экономичность.

Для приобретения навыков инженерных расчетов студенты выполняют контрольные работы, задачи которых охватывают основные разделы курса.

Составители: В. Л. Мартиновский, доцент
О.В. Мартиновская, ст. преподаватель
С. Р. Онысько, ассистент

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение	4
Правила оформления контрольной работы	5
Контрольная работа №1	6
<u>Задача 1.</u> Расчет статически определимого ступенчатого бруса	6
Пример расчета ступенчатого бруса	6
<u>Задача 2.</u> Расчет статически неопределимой стержневой системы	9
Пример расчета статически неопределимой стержневой системы	10
<u>Задача 3.</u> Плоское напряженное состояние	14
Пример определения главных напряжений	15
<u>Задача 4.</u> Геометрические характеристики плоских сечений	17
Пример определения геометрических характеристик площади плоских фигур	17
Контрольная работа №2	21
<u>Задача 5.</u> Расчет валов на кручение	21
<u>Задача 6.</u> Расчет винтовых цилиндрических пружин	22
<u>Задача 7.</u> Построение эпюр внутренних силовых факторов в статически определимых балках	23
Пример построения эпюр Q и M в статически определимых балках	25
<u>Задача 8.</u> Построение эпюр внутренних силовых факторов в статически определимых рамах	28
Пример построения эпюр M , Q , N в статически определимых рамах	29
Список использованных источников	32
Приложения	33

ВВЕДЕНИЕ

Инженерная дисциплина, в которой рассматриваются экспериментальные и теоретические основы методов оценки прочности и жесткости конструкций с одновременным учетом требований экономичности, получила название механика материалов.

Эта дисциплина в учебных планах технического университета играет несколько ролей. Во-первых, с ее помощью студент впервые вводится в круг важнейших инженерных понятий, которые необходимы для расчетов на прочность и жесткость конструкций и которые получают дальнейшее развитие в специальных учебных дисциплинах на старших курсах. Во-вторых, эта дисциплина имеет самостоятельное применение в инженерной практике, потому что представленная в ней система оценок надежности вполне достаточна для решения проблемы целиком, начиная с отыскания всех внешних сил, действующих на конструкционный элемент, и заканчивая рекомендациями об оптимальных значениях его поперечных размеров.

Таким образом, механика материалов является одной из фундаментальных дисциплин инженерного образования.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 1) Первой страницей контрольной работы является ее титульный лист установленной формы. «Приложение 1».
- 2) Текстовая часть выполняется рукописным способом на одной стороне листа белой бумаги формата А4 (210 × 297).
- 3) На страницах, где помещен текстовый документ, по границам полей располагается линия рамки на расстоянии 20 мм от левой границы листа и 5 мм – сверху, снизу и справа. Угловой штамп размещается по форме Приложения 2.
- 4) Страницы нумеруются арабскими цифрами. Титульный лист включается в общую нумерацию страниц, но номер на нем не ставится.
- 5) Перед решением задачи нужно написать полностью ее условие с числовыми данными, составить аккуратный в масштабе эскиз и указать в нем в числах все величины, необходимые для расчета.
- 6) Чертежи и схемы выполняются с соблюдением правил графики и масштабов.
- 7) Расчеты выполняются в общем виде, представляются значения величин, записывается числовой результат с указанием размерности полученной величины. Все вычисления производятся в десятичных дробях с точностью не менее до трех значащих цифр. В конце результата необходимо указывать размерность всех величин.
- 8) Эшоры усилий строятся на одном листе с расчетной схемой, при этом на них указываются числовые значения характерных ординат и единицы расчетных величин.
- 9) Все рисунки должны быть пронумерованы, обозначены, упомянуты в тексте и приведены после соответствующей ссылки в самом тексте.
- 10) Шифры для выполнения контрольных работ – индивидуальны и выдаются преподавателем.
- 11) Студент своевременно представляет на проверку выполненную контрольную работу в деканат заочного факультета (не позднее 10 дневного срока до начала сессии). В случае правильного выполнения контрольной работы последняя допускается к защите. При защите контрольной работы необходимо ответить на вопросы, связанные с ее выполнением, а также уметь решать задачи по ее тематике.
- 12) Исходные данные для выполнения контрольных работ следует выбирать из соответствующих таблиц согласно заданному шифру и первым четырем буквам русского алфавита.
Например. записав шифр и под каждой цифрой его буквы выбирают из указанной таблицы число, которое находится на пересечении соответствующей строки и столбца. Причем, вначале берется буква, а затем находится цифра.
шифр – 4 1 2 8
буква – а б в г
- 13) Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не рассматриваются.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

ЗАДАЧА 1

Расчет статически определимого ступенчатого бруса

Для ступенчатого бруса, нагруженного продольными осевыми нагрузками требуется:

- 1) построить эпюру продольных сил (N);
- 2) построить эпюру нормальных напряжений (σ);
- 3) построить эпюру перемещений (δ);
- 4) произвести проверки прочности и жесткости бруса.

Данные взять из таблицы 1.

Таблица 1

Схема по рис 1	a м	A 10^{-4} м^2	Нагрузки				[σ_p] МПа	[σ_c] МПа	E 10^5 МПа	[δ] l
			q ₁ кН/м	q ₂ кН/м	F ₁ кН	F ₂ кН				
1	1,2	25	15	32	80	55	70	70	0,7	1/1000
2	1,4	32	25	40	70	60	80	80	0,8	1/800
3	1,6	37	35	19	65	85	90	90	0,9	1/700
4	1,8	42	37	23	60	90	100	100	1,1	1/600
5	2,0	21	40	18	90	65	110	110	1,2	1/650
6	1,3	27	38	16	85	70	120	120	1,3	1/750
7	1,5	35	34	29	95	75	130	130	1,4	1/850
8	1,7	29	26	32	55	80	140	140	1,5	1/900
9	1,9	31	28	17	75	90	150	150	1,8	1/950
0	2,1	33	19	38	100	70	160	160	2,1	1/550
а	б	в	г	а	б	в	г	а	б	в

$$[\delta] = \frac{l}{k};$$

где l – $\sum a$ – длина; k – заданное число.

Пример расчета ступенчатого бруса

Дано: Для ступенчатого бруса, нагруженного продольными осевыми нагрузками, требуется:

- 1) построить эпюру продольных сил (N);
- 2) построить эпюру нормальных напряжений (σ);
- 3) построить эпюру перемещений (δ);
- 4) произвести проверки прочности и жесткости бруса.

Принять: $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; $F_1 = 50 \text{ кН}$; $F_2 = 40 \text{ кН}$; $F_3 = 60 \text{ кН}$; $q = 5 \text{ кН/м}$;
 $a = 1,5 \text{ м}$; $b = 4 \text{ м}$; $c = 5 \text{ м}$; $A_1 = 10 \text{ см}^2$; $A_2 = 20 \text{ см}^2$; $[\sigma_p] = 70 \text{ МПа}$;

$$[\sigma_c] = 90 \text{ МПа}; [\delta] = \frac{1}{500} \cdot l.$$

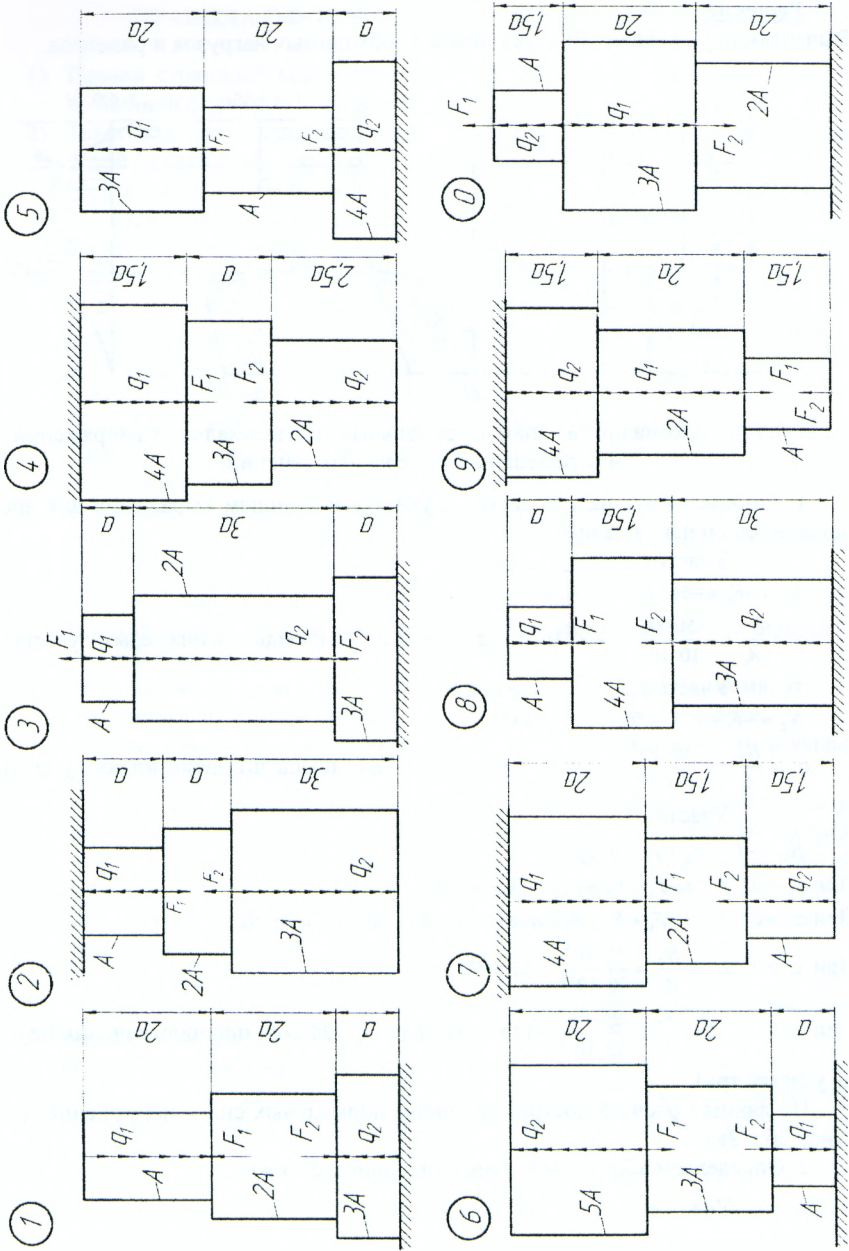


Рисунок 1 – Схемы ступенчатых брусков

Решение:

Вычертим брус в масштабе с указанием необходимых нагрузок и размеров.

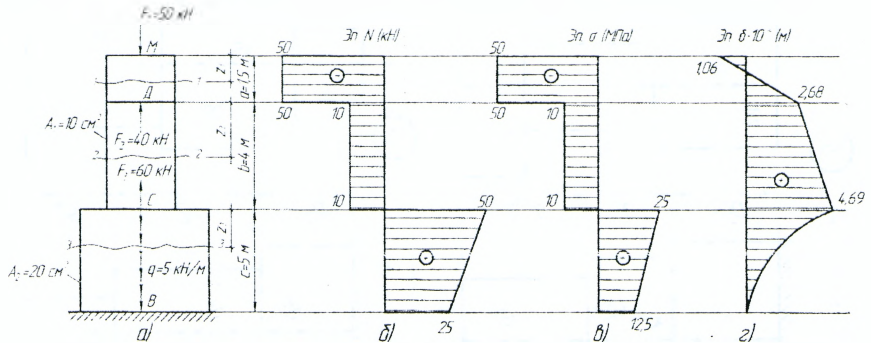


Рисунок 2 – Схема бруса. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений

1. Разобьем брус на три силовых участка и запишем выражения для продольных сил и напряжений.

Участок 1 $a \geq z_1 \geq 0$

$$N_1 = -F_1 = -50 \text{ кН};$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-50 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -50 \text{ МПа (где } A_1 = 10 \text{ см}^2, \text{ площадь сечения первого участка).}$$

Участок 2 $b \geq z_2 \geq 0$

$$N_2 = -F_1 + F_2 = -50 + 40 = -10 \text{ кН};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -10 \text{ МПа (где } A_2 = 10 \text{ см}^2, \text{ площадь сечения второго участка).}$$

Участок 3 $c \geq z_3 \geq 0$

$$N_3 = -F_1 + F_2 + F_3 - q \cdot z_3.$$

При $z_3 = 0$: $N_3 = -F_1 + F_2 + F_3 = -50 + 40 + 60 = 50 \text{ кН};$

При $z_3 = c$: $N'_3 = -F_1 + F_2 + F_3 - q \cdot c = -50 + 40 + 60 - 5 \cdot 5 = 25 \text{ кН}.$

При $z_3 = 0$: $\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{50 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^{-4}} = 25 \text{ МПа};$

При $z_3 = c$: $\sigma'_3 = \frac{N'_3}{A_3} = \frac{25 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^{-4}} = 12,5 \text{ МПа (где } A_3 = 20 \text{ см}^2, \text{ площадь сечения бруса на участке три).}$

По данным расчета построены эпюры нормальных сил и напряжений (рисунок 2б и 2в).

2. Определяем абсолютное изменение длины стержня.

Участок 1 $\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot a}{E \cdot A_1}$, тогда

$$\Delta l_1 = \frac{-50 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -3,75 \cdot 10^{-4} \text{ м (сжатие).}$$

Участок 2 $\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot b}{E \cdot A_2}$, тогда

$$\Delta l_2 = \frac{-10 \cdot 10^3 \cdot 4,0}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -2,0 \cdot 10^{-4} \text{ м (сжатие)}.$$

Участок 3 $\Delta l_3 = \int_0^l \frac{N_3 \cdot dz}{E \cdot A_3} = \frac{\omega_N}{E \cdot A_3}$,

где ω_N – площадь эпюры N .

$$\Delta l_3 = \frac{(50 + 25)}{2} \cdot 10^3 \cdot 5,0}{2 \cdot 10^{11} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = 4,69 \cdot 10^{-4} \text{ м (растяжение)}.$$

Абсолютное изменение длины будет:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = (-3,75 - 2,0 + 4,69) \cdot 10^{-4} = -1,06 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Определяем перемещения:

Перемещение сечения B : $\delta_B = 0$, т.к. брус жестко закреплен.

Перемещение сечения C : $\delta_C = \Delta l_3 = 4,69 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

Перемещение сечения D : $\delta_D = \Delta l_3 + \Delta l_2 = (4,69 - 2,0) \cdot 10^{-4} = 2,69 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

Перемещение сечения M : $\delta_M = \Delta l_3 + \Delta l_2 + \Delta l_1 = (4,69 - 2,0 - 3,75) \cdot 10^{-4} = -1,06 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

По данным расчета построена эпюра перемещений поперечных сечений (рисунок 2г).

3. Проверка прочности бруса.

Анализ эпюры σ показывает, что опасными сечениями для заданного бруса являются: сечение C – в растянутой зоне и сечение D – в сжатой области бруса.

$$\sigma_D = 50 \text{ МПа} < [\sigma_c] = 90 \text{ МПа};$$

$$\sigma_c = 25 \text{ МПа} < [\sigma_p] = 70 \text{ МПа}.$$

Условия прочности выполняются.

4. Проверка жесткости бруса.

Условие жесткости имеет вид:

$$\delta \leq [\delta];$$

$$\delta_M = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ м} < [\delta] = \frac{l}{500} = \frac{5+4+1,5}{500} = 21 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Условие жесткости выполняется.

ЗАДАЧА 2

Расчет статически неопределимой стержневой системы

Абсолютно жесткий стержень, опирающийся на шарнирно-неподвижную опору, прикрепленный к двум стержням при помощи шарниров и нагруженный сосредоточенной силой F или распределенной нагрузкой q .

Требуется:

- 1) определить усилия в стержнях;
- 2) подобрать сечения стержней 1 и 2 из 2-х равнобоких уголков при $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$;

- 3) определить разрушающую нагрузку $F_{раз}$ или $q_{раз}$ при $\sigma_v = 240 \text{ МПа}$;
- 4) определить коэффициент запаса прочности при расчетах по допускаемым напряжениям и по разрушающим нагрузкам;

$$n = \frac{F_{раз}}{F} \quad \text{или} \quad n = \frac{q_{раз}}{q}$$

Данные взять из таблицы 2.

Таблица 2

Номер строки	Схема по рис. 3	Нагрузки		Длины (м)					$\frac{A_1}{A_2}$	Угол (град) α
		F кН	q кН/м	a	b	c	l_1	l_2		
1	1	400	—	1,0	3,0	1,8	2,0	1,0	1,5	40
2	2	—	200	1,5	2,5	2,0	2,0	1,5	1,6	45
3	3	500	—	2,0	2,0	1,8	2,0	1,6	1,7	60
4	4	—	100	2,5	1,5	2,8	2,0	1,5	1,8	75
5	5	600	—	3,0	1,0	2,0	1,6	1,5	1,9	60
6	6	—	150	1,8	1,0	2,0	1,6	2,0	2,0	50
7	7	700	—	1,5	1,5	3,0	1,5	1,2	2,1	60
8	8	—	300	2,0	1,0	2,0	2,0	2,0	2,2	45
9	9	800	—	2,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,9	65
0	0	—	200	3,0	2,0	2,5	1,4	1,8	1,8	70
	а		б	в	г	а	б	в	г	а

Пример расчета статически неопределимой стержневой системы

Дано: Абсолютно жесткий стержень, опирающийся на шарнирно-неподвижную опору, прикрепленный к двум стержням при помощи шарниров нагруженный сосредоточенной силой F и распределенной нагрузкой q .

Для заданной стержневой системы требуется:

- 1) определить усилия в стержнях;
- 2) подобрать сечения стержней 1 и 2 из 2-х равнобоких уголков при $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$;
- 3) определить разрушающую нагрузку $F_{раз}$ или $q_{раз}$ при $\sigma_v = 240 \text{ МПа}$;
- 4) определить коэффициент запаса прочности при расчетах по допускаемым напряжениям и по разрушающим нагрузкам;

$$n = \frac{F_{раз}}{F} \quad \text{или} \quad n = \frac{q_{раз}}{q}$$

Принять: допускаемое напряжение $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$;
 модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; $\sigma_v = 240 \text{ МПа}$;
 $b = 3,0 \text{ м}$; $c = 1,5 \text{ м}$; $d = 1,8 \text{ м}$; $h = 2,6 \text{ м}$; $\alpha_2 = 50^\circ$;

$$F = 360 \text{ кН}; \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{2}; \quad A_2 = 2A_1.$$

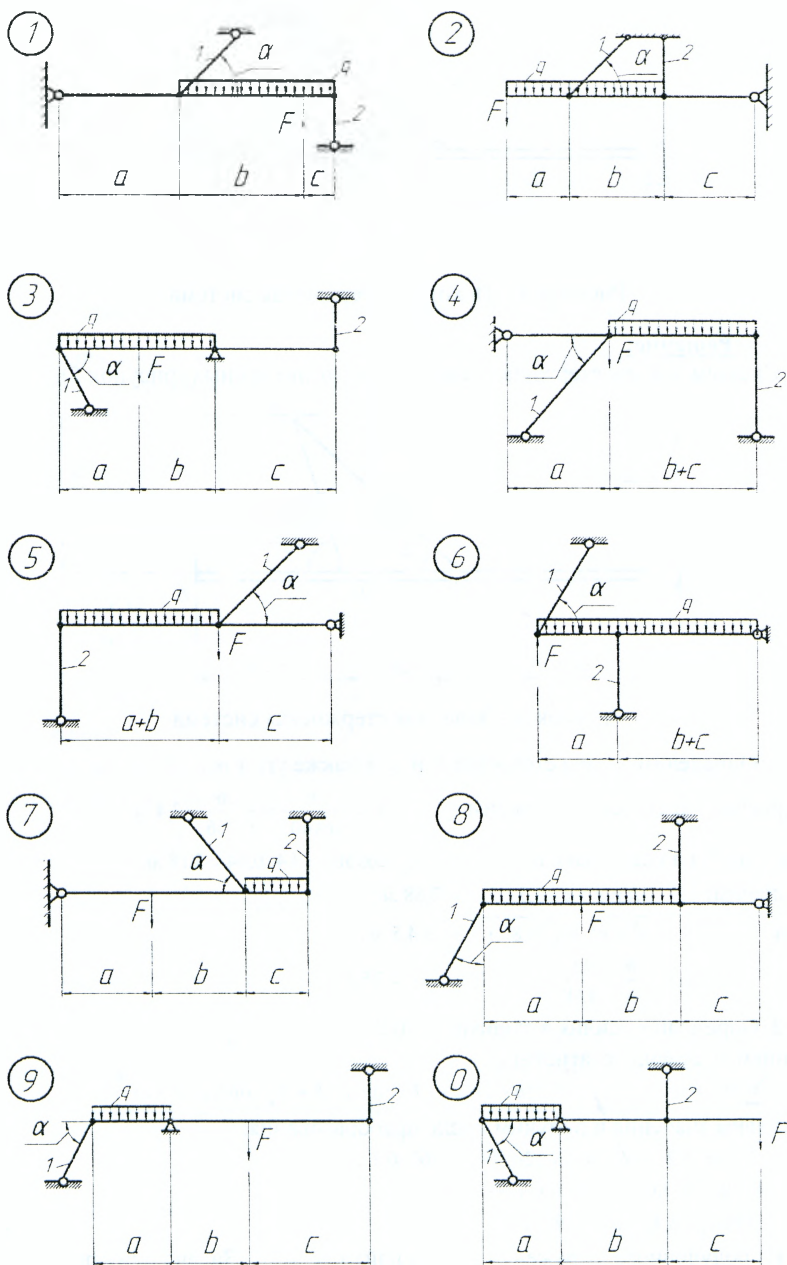


Рисунок 3 – Схемы стержневых систем

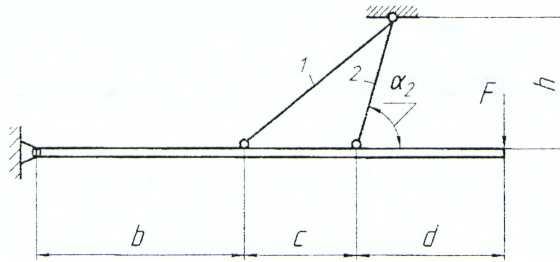


Рисунок 4 – Исходная стержневая система

Решение:

Сделаем чертеж стержневой системы согласно данным (рисунок 5).

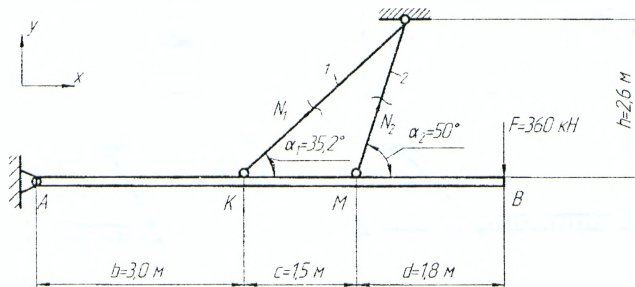


Рисунок 5 – Заданная стержневая система

1. Определим длины стержней l_1 и l_2 , а также угол α_1 .

Из проекции l_2 на ось y получим:
$$l_2 = \frac{h}{\cos 40} = \frac{2,6}{0,766} = 3,4 \text{ м.}$$

Проекция l_2 на ось x равна:
$$x = l_2 \cdot \cos 50 = 3,4 \cdot 0,64 = 2,18 \text{ м.}$$

Обозначим:
$$a = c + x = 1,5 + 2,18 = 3,68 \text{ м;}$$

тогда
$$l_1 = \sqrt{a^2 + h^2} = \sqrt{3,68^2 + 2,6^2} = 4,5 \text{ м;}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h}{a} = \frac{2,6}{3,68} = 0,7062; \quad \alpha_1 = 35,2.$$

2. Определим усилия в стержнях 1 и 2.

Запишем уравнение статистики.

$$\sum M_z = 0: \quad -F \cdot (b + c + d) + N_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot b + N_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot (b + c) = 0.$$

Подставим значения и получим после преобразования:

$$N_1 \cdot \sin 35,2 \cdot 3,0 + N_2 \cdot \sin 50 \cdot 4,5 = 360 \cdot 6,3;$$

$$N_1 \cdot 0,576 \cdot 3,0 + N_2 \cdot 0,766 \cdot 4,5 = 2268;$$

$$1,728 N_1 + 3,447 N_2 = 2268.$$

(1)

Из полученного выражения нельзя найти N_1 и N_2 . Задача один раз статически неопределима. Рассмотрим деформацию системы.

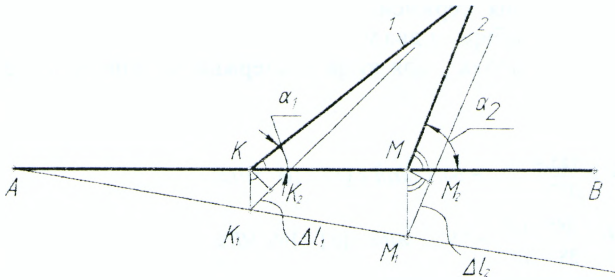


Рисунок 6 – Деформированное состояние стержневой системы

Составим уравнение совместности деформаций стержней 1 и 2.

Из подобия треугольников AMM_1 и AKK_1 запишем:

$$\frac{AK}{AM} = \frac{KK_1}{MM_1} \quad \text{или} \quad \frac{KK_1}{MM_1} = \frac{b}{b+c} = \frac{3}{4,5} = \frac{1}{1,5};$$

$$MM_1 = 1,5KK_1$$

Из треугольников KK_1K_2 и MM_1M_2 получим:

$$KK_1 = \frac{K_1K_2}{\sin \alpha_1} = \frac{\Delta l_1}{\sin 35,2^\circ} = \frac{\Delta l_1}{0,576};$$

$$MM_1 = \frac{M_1M_2}{\sin \alpha_2} = \frac{\Delta l_2}{\sin 50^\circ} = \frac{\Delta l_2}{0,766};$$

тогда $\frac{\Delta l_2}{0,766} = \frac{1,5\Delta l_1}{0,576}$ или $\Delta l_2 = \frac{1,5 \cdot 0,766}{0,576} \Delta l_1$.

Окончательно: $\Delta l_2 = 1,995\Delta l_1 \approx 2\Delta l_1$. (2)

В уравнении (2) удлинения стержней Δl_1 и Δl_2 выразим по закону Гука через усилия N_1 и N_2 тогда:

$$\frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{2 \cdot N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1};$$

$$\frac{N_2 \cdot 3,4}{2 \cdot A_1} = \frac{2 \cdot N_1 \cdot 4,5}{A_1}, \quad \text{откуда} \quad N_2 = \frac{4 \cdot 4,5}{3,4} N_1 \quad \text{или} \quad N_2 = 5,29 N_1. \quad (3)$$

Подставим (3) в (1).

$$1,728 N_1 + 3,447 \cdot 5,29 N_1 = 2268;$$

$$N_1 = \frac{2268}{1,728 + 3,447 \cdot 5,29} = \frac{2268}{19,963} = 113,4 \text{ кН}.$$

Из уравнения (3) $N_2 = 5,29 \cdot 113,4 = 600 \text{ кН}$.

3. Определим напряжения в стержнях и найдем их площади.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{113,4}{A_1}, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{2A_1} = \frac{600}{2A_1} = \frac{300}{A_1}. \quad \text{Значит } \sigma_2 > \sigma_1.$$

Из условия прочности: $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$ определим A_1 .

$$A_1 \geq \frac{300 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,88 \cdot 10^{-1} \text{ м}.$$

$$A_1 = 18,8 \text{ см}^2 \quad \text{тогда} \quad A_2 = 2A_1 = 2 \cdot 18,8 = 37,6 \text{ см}^2.$$

Подбираем сечения стержней.

Из сортамента выбираем два уголка для первого стержня ($80 \times 80 \times 6$) с площадью $A_1^* = 9,38 \cdot 2 = 18,76 \text{ см}^2$, для второго стержня ($100 \times 100 \times 10$) – с площадью $A_2^* = 19,2 \cdot 2 = 38,4 \text{ см}^2$.

Проверим:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1^*} = \frac{113,4 \cdot 10^3}{18,76 \cdot 10^{-4}} = 60,4 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2^*} = \frac{600 \cdot 10^3}{38,4 \cdot 10^{-4}} = 156,3 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

Условия прочности выполняется.

4. Определим величину разрушающей нагрузки, считая, что напряжения в обоих стержнях достигли предела текучести, т.е:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_v = 240 \text{ МПа}.$$

При этом усилия в стержнях:

$$N_1^{rupt} = \sigma_v \cdot A_1^* = 240 \cdot 10^6 \cdot 18,76 \cdot 10^{-4} = 450,2 \text{ кН};$$

$$N_2^{rupt} = \sigma_v \cdot A_2^* = 240 \cdot 10^6 \cdot 38,4 \cdot 10^{-4} = 921,6 \text{ кН}.$$

$$F^{rupt} = \frac{N_1^{rupt} \cdot \sin \alpha_1 \cdot b + N_2^{rupt} \cdot \sin \alpha_2 \cdot (b + c)}{(b + c + d)} =$$

$$= \frac{450,2 \cdot \sin 35,2^\circ \cdot 3,0 + 921,6 \cdot \sin 50^\circ \cdot (3,0 + 1,5)}{(3,0 + 1,5 + 1,8)} = 627,9 \text{ кН}.$$

5. Определяем коэффициент запаса: $n = \frac{F^{rupt}}{F} = \frac{627,9}{360} = 1,74$.

ЗАДАЧА 3

Плоское напряженное состояние

Для плоского напряженного состояния, заданного в некоторой точке упругого тела нормальными (σ_x, σ_y) и касательными (τ_{xy}, τ_{yx}) напряжениями, действующими по взаимно перпендикулярным площадкам, аналитически и графически определить величину и направление главных напряжений.

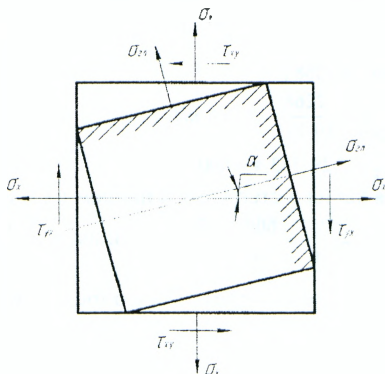


Рисунок 7 – Напряженное состояние в точке

Данные взять из таблицы 3.

Таблица 3

Номер строки	σ_x , МПа	σ_y , МПа	τ_{xy} , МПа
1	250	500	-100
2	450	200	200
3	275	-500	-200
4	-250	-500	100
5	-100	100	-300
6	-400	-200	-100
7	350	275	200
8	-350	275	-200
9	390	300	-200
0	150	150	-300
	а	б	в

Пример определения главных напряжений

Дано: Плоское напряженное состояние в некоторой точке упругого тела, заданное нормальными (σ_x, σ_y) и касательными (τ_{yx}, τ_{xy}) напряжениями действующими по взаимно перпендикулярным площадкам.

Требуется определить аналитически и графически величину и направление, главных напряжений.

Принять: $\sigma_x = -80$ МПа; $\sigma_y = 20$ МПа; $\tau_{yx} = -30$ МПа.

Решение:

1. Аналитическое решение.

Величина главных напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{глав}} &= \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{yx}^2}] = \frac{1}{2} \cdot [(-80 + 20) \pm \sqrt{(-80 - 20)^2 + 4 \cdot (-30)^2}] = \\ &= -30 \pm 58,3 = \begin{cases} 28,3 \\ -88,3 \end{cases} \text{ МПа.} \end{aligned}$$

Отсюда с учетом правила для индексов σ_{α_i} :

$$\sigma_1 = 28,3 \text{ МПа}; \quad \sigma_2 = 0; \quad \sigma_3 = -88,3 \text{ МПа.}$$

Направление главных напряжений:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2 \cdot \tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (\text{напряжения подставляются со своими знаками}).$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2 \cdot (-30)}{-80 - 20} = -0,60,$$

отсюда: $2\alpha = \operatorname{arctg}(-0,60) = -30^\circ 59' \approx -31^\circ$;

$$\alpha = -15,5' = -15^\circ 30'.$$

Отрицательный знак угла показывает, что его надо откладывать по часовой стрелке. Напряжение σ_1 откладывается от ближайшего к нему по величине и знаку напряжению σ_3 на величину угла α .

1. Аналитическое решение.

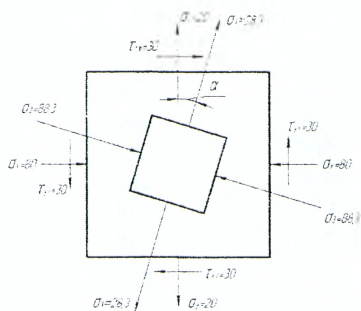


Рисунок 8 – Аналитический расчет напряженного состояния в точке

2. Графическое решение.

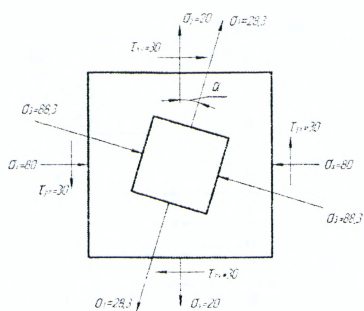


Рисунок 9 – Напряженное состояние в точке тела

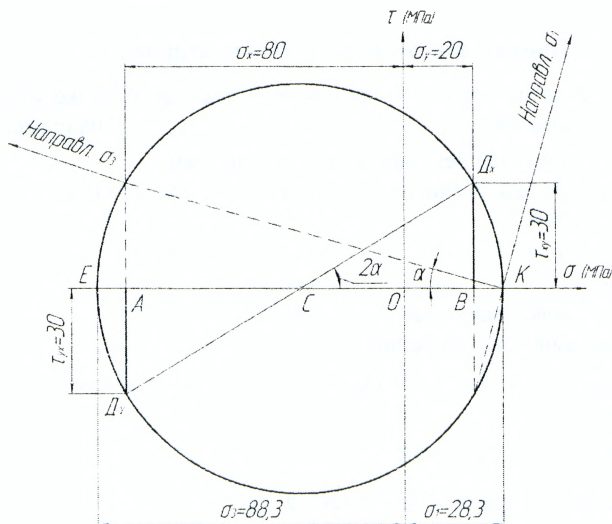


Рисунок 10 – Графический расчет напряженного состояния в точке (круг Мора)

Порядок построения:

1. В системе координат σ - τ откладываем в масштабе отрезки: $OA = \sigma_x$ и $OB = \sigma_y$.
2. На перпендикулярах, восстановленных из концов этих отрезков, откладываются: $AD_y = \tau_{xy}$ и $BD_x = \tau_{xy}$.
3. Из точки C пересечения прямой D_xD_y с осью абсцисс описывается окружность радиусом CD .
4. Искомые главные напряжения равны: $\sigma_1 = OK$; $\sigma_2 = OE$. Направление σ_1 будет найдено, если прямую BD_x продолжить до пересечения с окружностью и полученную точку соединить с точкой K . Аналогично определяется направление σ_2 .

ЗАДАЧА 4

Геометрические характеристики плоских сечений

Для составного поперечного сечения требуется:

- 1) определить положение центра тяжести сечения;
- 2) вычислить осевые (I_{x_c}, I_{y_c}) и центробежный ($I_{x_c y_c}$) моменты инерции относительно произвольных осей (y_c, x_c), проходящих через центр тяжести сечения;
- 3) определить положение главных центральных осей инерции (u, v);
- 4) вычислить значения главных центральных моментов инерции (I_u, I_v);
- 5) выполнить проверки $I_{x_c} + I_{y_c} = I_u + I_v$; $I_{uv} = 0$;
- 6) построить эллипс инерции.

Примечание: сечение вычертить в удобном масштабе и показать все необходимые оси и размеры.

Данные взять из таблицы 4.

Таблица 4

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок	Лист	
				b, см	h, см
1	18	24	100 × 100 × 12	2,0	18
2	20	16	125 × 80 × 10	1,8	24
3	20а	18а	80 × 80 × 7	1,6	18
4	22а	24а	125 × 80 × 8	2,4	20
5	22	20а	90 × 90 × 6	1,8	20
6	24	20	90 × 56 × 6	2,2	20
7	16	18	125 × 125 × 9	1,8	22
8	18а	22	110 × 70 × 7	2,0	22
9	20	18	90 × 90 × 9	2,2	22
0	20а	24а	100 × 63 × 10	1,8	24
а	б	в	г	а	б

Пример определения геометрических характеристик площади плоских фигур

Дано: Сложное сечение. Определить:

- 1) положение центра тяжести сечения относительно произвольных осей x, y ;
- 2) момент инерции сечений I_{x_c} и I_{y_c} относительно центральных осей x_c и y_c ;
- 3) положение главных центральных осей U и V ;
- 4) главные моменты инерции;
- 5) выполнить проверки $I_{x_c} + I_{y_c} = I_u + I_v$; $I_{uv} = 0$;
- 6) построить эллипс инерции.

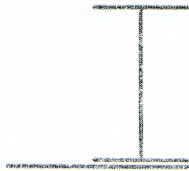
Принять: швеллер №24;

лист: $b = 2 \text{ см}$; $h = 18 \text{ см}$.

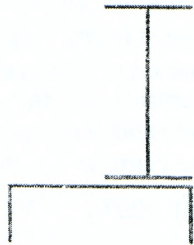


Рисунок 11 – Исходная схема

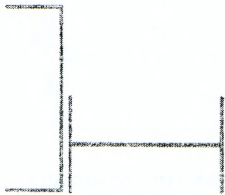
1



6



2



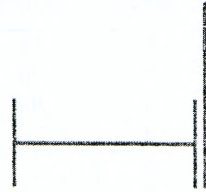
7



3



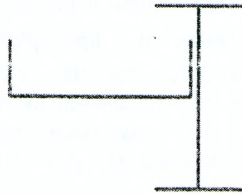
8



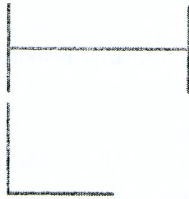
4



9



5



0

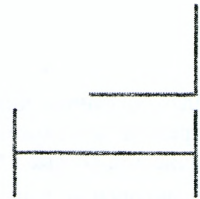
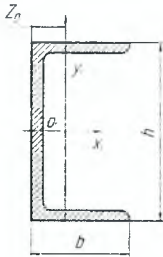


Рисунок 11 – Схемы плоских сечений



Решение:

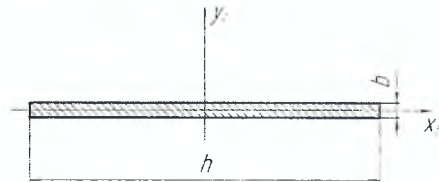
1. Из таблиц сортамента прокатных профилей выписываем все данные, которые требуются в дальнейших расчетах:

Швеллер:

$$\begin{aligned} h &= 24 \text{ см}; & b &= 9 \text{ см}; \\ A &= 30,6 \text{ см}^2; & I_x &= 2900 \text{ см}^4; \\ I_y &= 208 \text{ см}^4; & z_0 &= 2,42 \text{ см}; \\ I_{xy} &= 0. \end{aligned}$$

Лист:

$$\begin{aligned} b &= 2 \text{ см}; & h &= 18 \text{ см}; \\ A &= b \cdot h = 2 \cdot 18 = 36 \text{ см}^2; \\ I_x &= \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{18 \cdot 2^3}{12} = 12 \text{ см}^4; \\ I_y &= \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{2 \cdot 18^3}{12} = 972 \text{ см}^4; \\ I_{xy} &= 0. \end{aligned}$$



Вычертим сечение в масштабе 1:2, проведем случайные оси x , y и определим центр тяжести заданного сечения.

а) общая площадь сечения:

$$A = A_{шв} + A_n = 30,6 + 36 = 66,6 \text{ см}^2;$$

б) координаты центра тяжести каждого элемента сечения в осях x и y :

$$\begin{aligned} x_1 &= z_0 = 2,42 \text{ см}; & y_1 &= \frac{h_{шв}}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ см}; \\ x_2 &= \frac{h_n}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ см}; & y_2 &= h_{шв} + \frac{b_n}{2} = 24 + \frac{2}{2} = 25 \text{ см}; \end{aligned}$$

в) статические моменты сечения относительно осей x и y :

$$\begin{aligned} S_x &= A_{шв} \cdot y_1 + A_n \cdot y_2 = 30,6 \cdot 12 + 36 \cdot 25 = 1267,2 \text{ см}^3; \\ S_y &= A_{шв} \cdot x_1 + A_n \cdot x_2 = 30,6 \cdot 2,42 + 36 \cdot 9 = 398 \text{ см}^3; \end{aligned}$$

г) центр тяжести сечения:

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{398}{66,6} = 5,98 \text{ см}; \quad y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{1267,2}{66,6} = 19 \text{ см}.$$

Через центр тяжести проводим оси x_c и y_c параллельно осям x_1 , y_1 и x_2 , y_2 .

2. Вычислим моменты инерции сечения относительно осей x_c , y_c .

а) положение Ц.Т. каждого элемента сечения относительно центральных осей:

$$\begin{aligned} m_1 &= x_1 - x_c = 2,42 - 5,98 = -3,56 \text{ см}; & n_1 &= y_1 - y_c = 12 - 19 = -7 \text{ см}; \\ m_2 &= x_2 - x_c = 9 - 5,98 = 3,02 \text{ см}; & n_2 &= y_2 - y_c = 25 - 19 = 6 \text{ см}. \end{aligned}$$

б) используя правило параллельного переноса осей, определим осевые и центробежные моменты инерции:

$$\begin{aligned} I_{x_c} &= I_{x_{шв}} + n_1^2 \cdot A_{шв} + I_{x_n} + n_2^2 \cdot A_n = 2900 + (-7)^2 \cdot 30,6 + 12 + 6^2 \cdot 36 = 5707,4 \text{ см}^4; \\ I_{y_c} &= I_{y_{шв}} + m_1^2 \cdot A_{шв} + I_{y_n} + m_2^2 \cdot A_n = 208 + (-3,56)^2 \cdot 30,6 + 972 + 3,02^2 \cdot 36 = 1896 \text{ см}^4; \\ I_{x_c y_c} &= I_{x_{шв} y_{шв}} + m_1 \cdot n_1 \cdot A_{шв} + I_{x_n y_n} + m_2 \cdot n_2 \cdot A_n = 0 + (-3,56) \cdot (-7) \cdot 30,6 + 0 + 3,02 \cdot 6 \cdot 36 = 1414,87 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

3. Определим положение главных осей по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot 1414,87}{5707,4 - 1896} = -0,742;$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(-0,742) = -18,3.$$

Проводим главные оси $U(\max)$ и $V(\min)$.

4. Вычислим главные моменты инерции:

$$\left. \begin{matrix} I_u \\ I_v \end{matrix} \right\} = \frac{5707,4 + 1896}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(5707,4 - 1896)^2 + 4 \cdot (1414,87)^2} = 3801,7 \pm 2373,5;$$

$$I_u = 6175,2 \text{ см}^4 - \text{max значение}; I_v = 1428,2 \text{ см}^4 - \text{min значение}.$$

5. Выполняем проверку расчетов:

а) $I_{x_c} + I_{y_c} = I_u + I_v$:

$$5707,4 + 1896 = 6175,2 + 1428,2;$$

$$7603,4 = 7603,4.$$

б) $I_{uv} = 0$:

$$I_{uv} = \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \cdot \sin 2\alpha + I_{x_c y_c} \cdot \cos 2\alpha = \frac{5707,4 - 1896}{2} \cdot (-0,596) + 1414,87 \cdot 0,803 = 0,34 \approx 0$$

6. Строим эллипс инерции.

Вычисляем радиусы инерции:

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{6175,2}{66,6}} = 9,63 \text{ см};$$

$$i_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{1428,2}{66,6}} = 4,63 \text{ см}.$$

Откладываем полученные значения на главных осях и строим эллипс инерции.

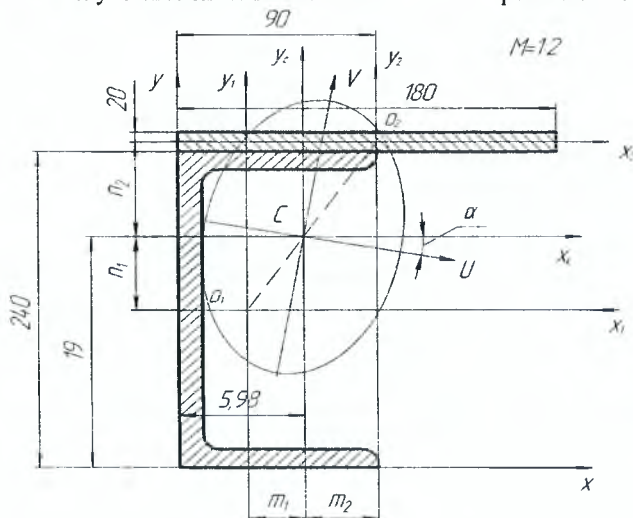


Рисунок 13 – Эллипс инерции

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

ЗАДАЧА 5

Расчет валов на кручение

Стальной валик (рисунок 14) закручивается двумя парами сил действующих в крайних сечениях. Момент каждой пары сил M .

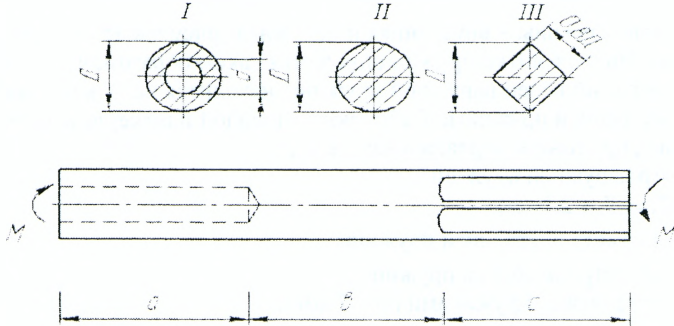


Рисунок 14 – Схема валика

Требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов;
- 2) определить моменты сопротивления при кручении для сечений I, II, III и по наиболее опасному из них найти допустимое значение момента M ;
- 3) построить эпюры распределения касательных напряжений по сечениям, отметив на сечениях опасные точки;
- 4) на среднем участке II определить и показать положение главных площадок, а также найти главные напряжения, действующие по ним;
- 5) определить передаваемую валиком мощность при n , об/мин;
- 6) построить эпюру углов закручивания, считая левый конец стержня заземленным;
- 7) указать зоны, где можно ожидать большую концентрацию напряжений.

Таблица 5

Номер строки	D , мм	d/D	a , см	b , см	c , см	$[\tau]$, МПа	n , об/мин
1	40	0,3	30	50	80	150	100
2	50	0,4	35	60	90	140	150
3	60	0,5	40	75	100	130	200
4	70	0,6	45	80	120	120	250
5	80	0,8	50	95	140	110	300
6	90	0,7	55	90	150	100	350
7	100	0,8	60	85	160	90	400
8	110	0,6	65	70	170	80	500
9	120	0,5	70	55	180	125	600
0	130	0,4	75	65	190	145	800
	а	б	в	г	а	б	в

Модуль сдвига материала $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Примечание: сечение III можно приближенно считать квадратным со стороной $0,8D$, т.к. срезы углов весьма незначительны.

Данные взять из таблицы 5.

ЗАДАЧА 6 Расчет винтовых цилиндрических пружин

Винтовые пружины – внутренняя и наружная (рисунок 15) – вставлены одна в другую. Нижние витки пружин опираются таким образом, что в свободном состоянии верхний конец наружной пружины находится на Δ мм ниже верхнего конца внутренней пружины. К абсолютно твердой плитке, лежащей на верхней пружине, приложена вертикальная сила P .

Диаметр наружной пружины:

$$D_2 = D_1 + 2d + \delta,$$

где D_1 – диаметр внутренней пружины;

d – диаметр проволоки пружин;

δ – зазор между пружинами ($\delta = 2 \text{ мм}$);

число витков наружной пружины n_2 , внутренней n_1 ($n_1 = 20$).

Материал упруго-пластический без упрочнения, предел текучести при сдвиге $\tau_T = 600 \text{ МПа}$.

Модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Указание. Для решения этой статически неопределимой задачи следует составить:

1) уравнение равновесия плитки:

$$P = P_1 + P_2,$$

где P_1 и P_2 – усилия в пружинах, соответственно 1,2;

2) уравнение деформаций:

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \Delta,$$

где λ_1 и λ_2 – осадки пружин 1,2.

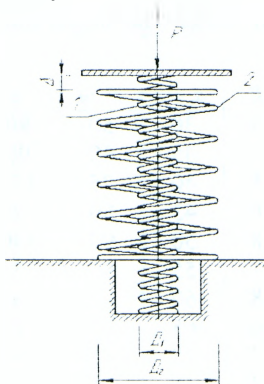


Рисунок 15 – Винтовые пружины

Требуется:

- 1) определить, при каком значении силы P плитка придет в соприкосновение с наружной пружиной;
- 2) найти в процессе дальнейшего увеличения нагрузки значение силы P , при котором напряжение материала одной из пружин достигнет предела текучести;
- 3) определить предельное значение силы P , при котором несущая способность пружин окажется полностью исчерпанной.

Примечание: в расчетах учитывать только кручение проволоки пружин, пренебрегая срезом.

Данные взять из таблицы 6.

Таблица 6

Номер строки	D , мм	d , мм	n_2	Δ , мм
1	50	14	5	10
2	52	13	6	9
3	54	12	7	8
4	56	11	8	7
5	58	10	9	6
	а	б	в	г

Номер строки	D , мм	d , мм	n_2	Δ , мм
6	60	9	10	5
7	62	8	11	7
8	64	7	12	8
9	66	6	13	9
0	68	5	14	10

ЗАДАЧА 7**Построение эпюр внутренних силовых факторов в статически определимых балках**

Для статически определимой балки, нагруженной, как показано на рисунке 16, требуется:

- 1) определить опорные реакции и проверить правильность их определения;
- 2) составить аналитические выражения поперечных сил (Q) и изгибающих моментов (M) для различных участков балки;
- 3) построить эпюры Q и M , проверить правильность построения.

Данные взять из таблицы 7 и рисунка 16.

Таблица 7

Номер строки	Схема по рис. 16.19	Нагрузка			Размеры (м)				
		t , кН/м	F , кН	q , кН/м	a	b	c	d	
1	1	5	10	2,5	2,2	0,8	1,2	2,1	
2	2	7	15	3,0	1,8	1,2	2,6	2,5	
3	3	9	20	3,5	1,6	2,1	1,8	2,9	
4	4	11	25	4,0	1,2	1,0	2,8	2,7	
5	5	13	30	2,8	1,6	1,6	1,5	2,2	
6	6	15	22	2,6	1,5	1,8	1,7	2,6	
7	7	12	18	3,8	1,7	1,4	2,4	2,4	
8	8	10	16	4,2	1,9	2,2	1,6	2,8	
9	9	8	14	4,5	2,1	0,7	2,2	2,3	
0	0	6	12	5,0	2,4	2,6	1,4	2,1	
		а	б	в	г	а	б	в	г

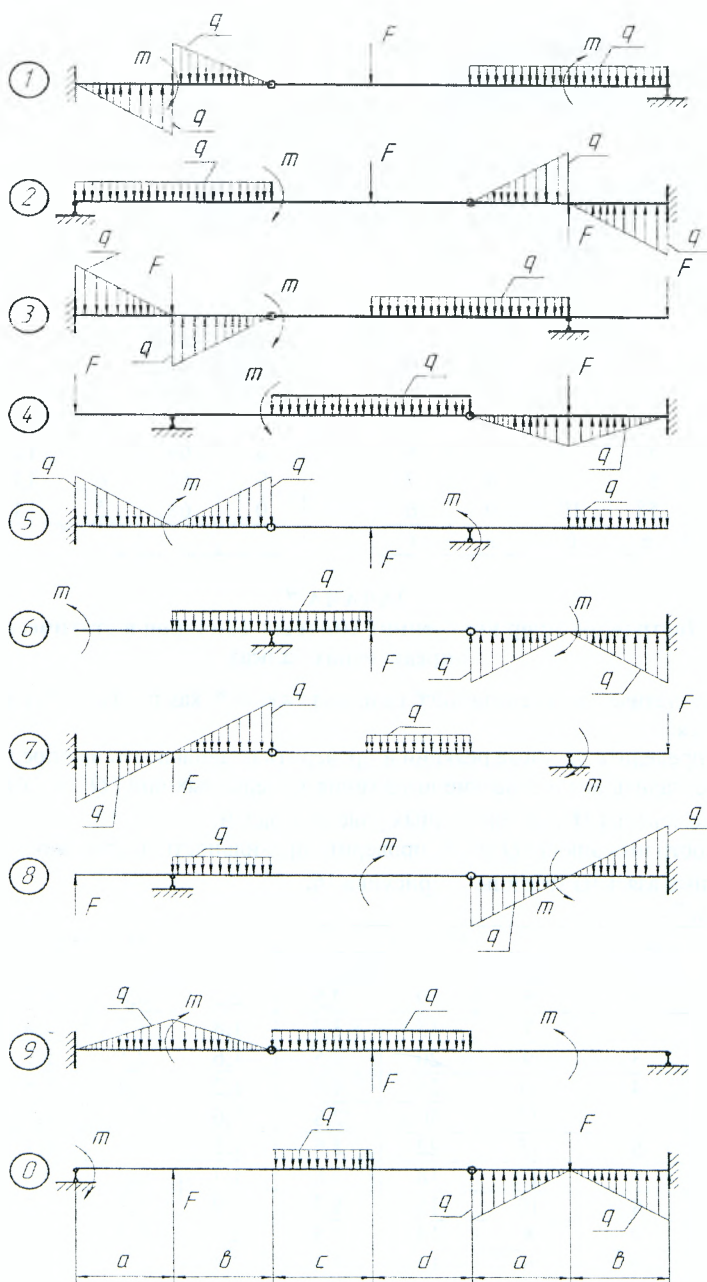


Рисунок 16 – Схемы балок

Пример построения эпюр Q и M в статически определимых балках

Для заданной балки нагруженной, как показано на рисунке 17, построить эпюры Q и M .

Дано: $m = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $F = 20 \text{ кН}$; $q = 2,5 \text{ кН/м}$;
 $a = 1,4 \text{ м}$; $b = 0,8 \text{ м}$; $c = 1,0 \text{ м}$; $d = 1,2 \text{ м}$.

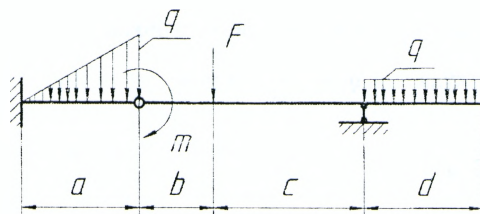


Рисунок 17 – Схема балки

Решение:

Вычертим в масштабе схему балки (рисунок 18а). Покажем нагрузку и размеры участков. Шарнир C делит балку на две части (балки) AC и CK . Балка AC (основная) может самостоятельно нести нагрузку. Балка CK (подвесная) опирается на основную в шарнире C и не может самостоятельно работать.

Для определения опорных реакций в балках с промежуточными шарнирами обычно используют прием, так называемого поэтажного рассмотрения балки (рисунок 18б).

1. Рассмотрим сначала равновесие подвесной балки и находим ее реакции R_C и R_B (рисунок 18в).

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; & & \sum M_C = 0; \\ m + R_C \cdot 1,8 - F \cdot 1,0 + q \cdot 1,2 \cdot 0,6 = 0; & & m + q \cdot 1,2 \cdot 2,4 + F \cdot 0,8 - R_B \cdot 1,8 = 0; \\ R_C = \frac{-6 + 20 \cdot 1,0 - 2,5 \cdot 0,72}{1,8} = 6,78 \text{ кН}. & & R_B = \frac{6 + 2,5 \cdot 2,88 + 20 \cdot 0,8}{1,8} = 16,22 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum Y = 0; \\ R_B + R_C - F - q \cdot 1,2 = 0; \\ 6,78 + 16,22 - 20 - 2,5 \cdot 1,2 = 0; \quad 23 - 23 = 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим равновесие основной балки AC , учитывая давление подвесной балки в шарнире C (рисунок 18в).

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; & & \sum Y = 0; \\ R_C \cdot 1,4 + q \cdot 1,4 \cdot 0,5 \cdot 0,93 - M_A = 0; & & R_A - q \cdot 1,4 \cdot 0,5 - R_C = 0; \\ M_A = 6,78 \cdot 1,4 + 2,5 \cdot 0,65 = 11,12 \text{ кН} \cdot \text{м}. & & R_A = 2,5 \cdot 0,7 + 6,78 = 8,53 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0; \\ R_A \cdot 1,4 - M_A - q \cdot 1,4 \cdot 0,5 \cdot 0,47 = 0; \\ 8,53 \cdot 1,4 - 11,12 - 2,5 \cdot 0,33 = 0; \quad 11,94 - 11,94 = 0. \end{aligned}$$

2. Составим аналитические выражения Q и M для различных участков и определим их значения в характерных сечениях.

Балка AC : $(0 \leq z \leq a)$

$$Q_z = R_A - q_z \cdot z \cdot 0,5;$$

$$M_z = -M_A + R_A \cdot z - q_z \cdot z \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{3}$$

Найдем выражение для q_z из подобия треугольников:

$$\frac{q_z}{z} = \frac{q}{a}, \quad \text{откуда} \quad q_z = q \cdot \frac{z}{a}, \quad \text{тогда}$$

$$Q_z = R_A - q \cdot \frac{z^2}{2 \cdot a};$$

$$M_z = -M_A + R_A \cdot z - q \cdot \frac{z^3}{6 \cdot a};$$

$$z = 0; \quad Q_A = R_A = 8,53 \text{ кН};$$

$$M_A = -11,12 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$z = a = 1,4 \text{ м}; \quad Q_C = 8,53 - 2,5 \cdot 0,7 = 6,78 \text{ кН};$$

$$M_C = 0.$$

Балка CK :

Участок CD $(0 \leq z \leq b)$

$$Q_z = R_C;$$

$$M_z = R_C \cdot z + m;$$

$$z = 0; \quad Q_C = R_C = 6,78 \text{ кН};$$

$$M_C = m = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$z = b = 0,8 \text{ м}; \quad Q_D = 6,78 \text{ кН};$$

$$M_D = 6,78 \cdot 0,8 + 6 = 11,42 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок KB $(0 \leq z \leq d)$

$$Q_z = q \cdot z;$$

$$M_z = -q \cdot \frac{z^2}{2};$$

$$z = 0; \quad Q_K = 0;$$

$$M_K = 0.$$

$$z = d = 1,2 \text{ м}; \quad Q_B = 2,5 \cdot 1,2 = 3,0 \text{ кН};$$

$$M_B = -2,5 \cdot \frac{1,2^2}{2} = -1,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок BD $(0 \leq z \leq c)$

$$Q_z = q \cdot d - R_B;$$

$$M_z = -q \cdot d \cdot (z + 0,5 \cdot d) + R_B \cdot z;$$

$$z = 0; \quad Q_B = 2,5 \cdot 1,2 - 16,22 = -13,22 \text{ кН};$$

$$M_B = -2,5 \cdot 1,2 \cdot 0,6 = -1,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$z = c = 1,0 \text{ м}; \quad Q_D = -13,22 \text{ кН};$$

$$M_D = -2,5 \cdot 1,2 \cdot 1,6 + 16,22 \cdot 1,0 = 11,42 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. По данным расчета на рисунке 18г и 18д построены эпюры. Проверка правильности построения эпюр Q и M производится на основании дифференциальных зависимостей.

$$q = \frac{dQ}{dz}; \quad Q = \frac{dM}{dz}.$$

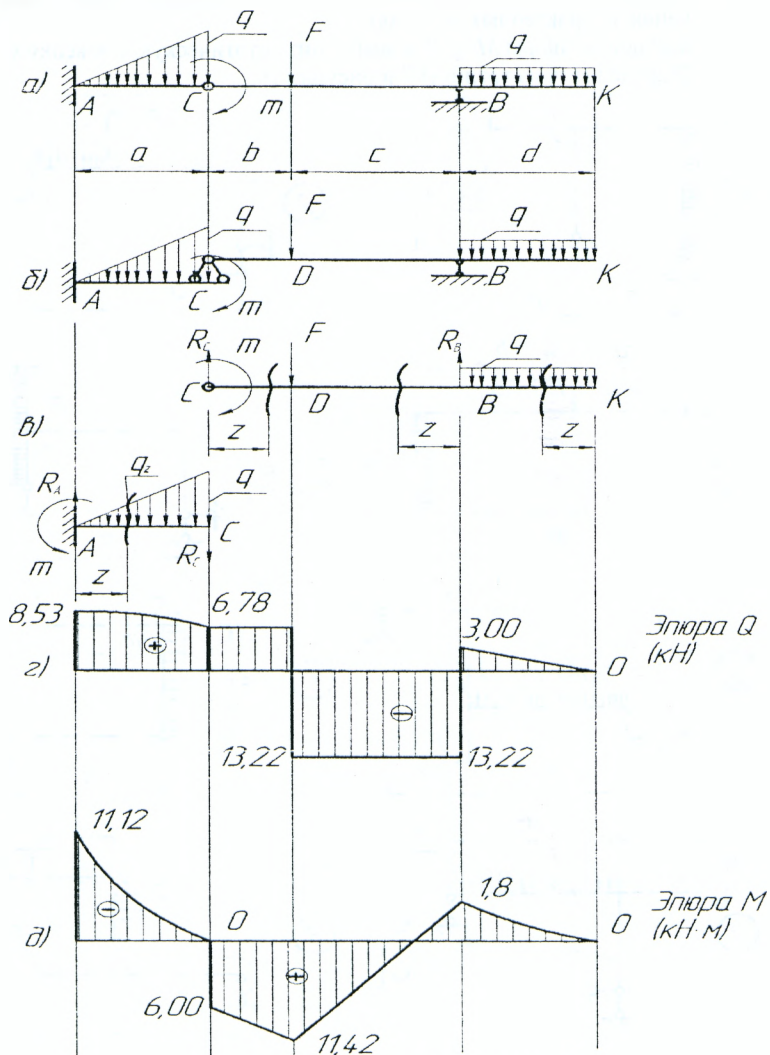


Рисунок 18 – Построение эпюр Q, M

ЗАДАЧА 8

Построение эпюр внутренних силовых факторов в статически определимых рамах

Для статически определимой рамы, нагруженной, как показано на рисунке 19, требуется:

- 1) определить опорные реакции рамы;
- 2) записать аналитические выражения изгибающих моментов (M) поперечных (Q) и продольных (N) сил для различных участков и найти их значения в характерных сечениях;
- 3) построить эпюры M , Q , N и выполнить статическую проверку узлов рамы. Данные взять из таблицы 7 и рисунка 19.

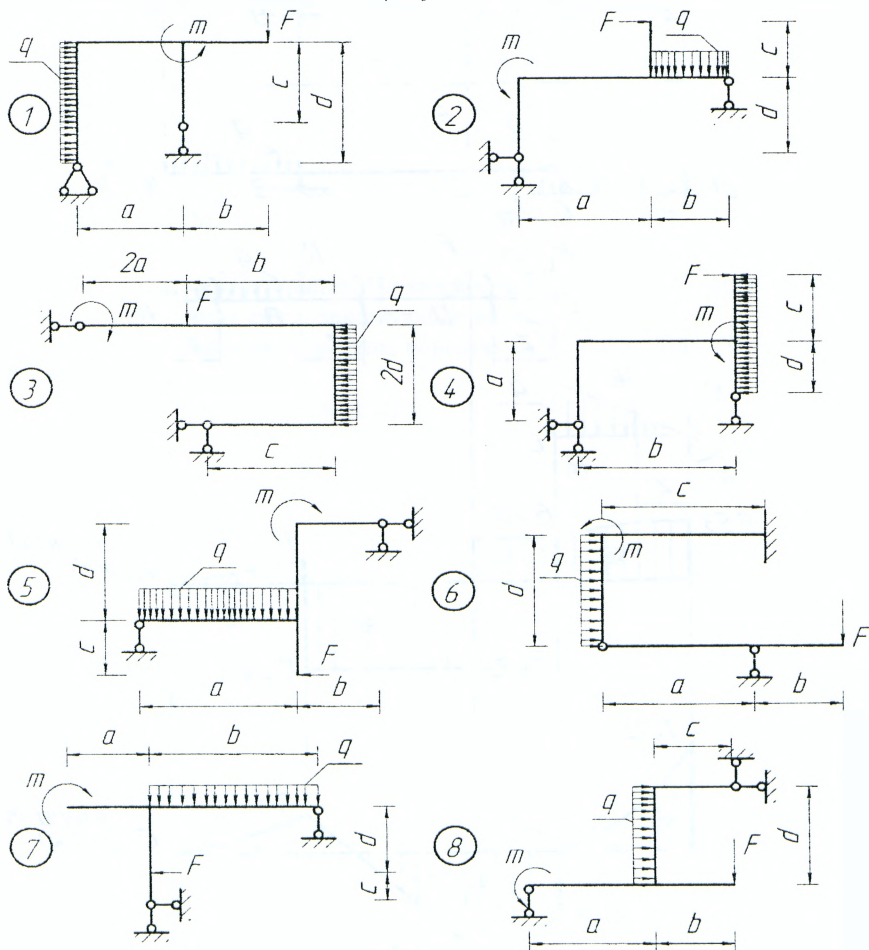


Рисунок 19 – Схемы рам

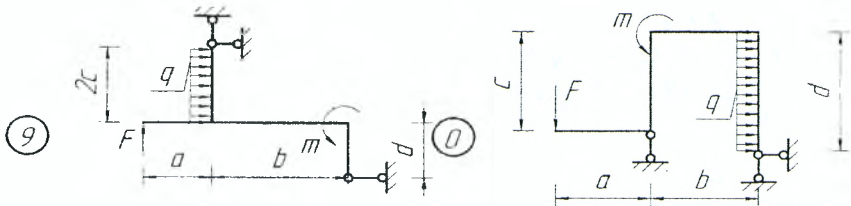


Рисунок 19 – Схемы рам (продолжение)

Пример построения эпюр M, Q, N в статически определимых рамах

Для заданной рамы, нагруженной как показано на рисунке 20, построить эпюры M, Q, N .

Дано: $m = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $F = 20 \text{ кН}$; $q = 2,5 \text{ кН} / \text{м}$;
 $a = 1,4 \text{ м}$; $b = 0,8 \text{ м}$; $c = 1,0 \text{ м}$; $d = 1,2 \text{ м}$;

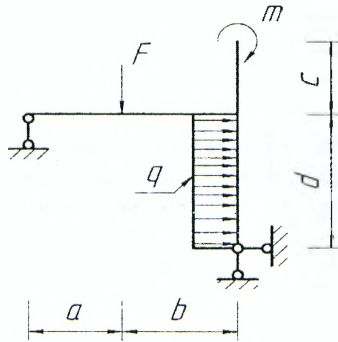


Рисунок 20 – Схема рамы

Решение:

1. Вычертим раму в масштабе и определим опорные реакции (рисунок 21).

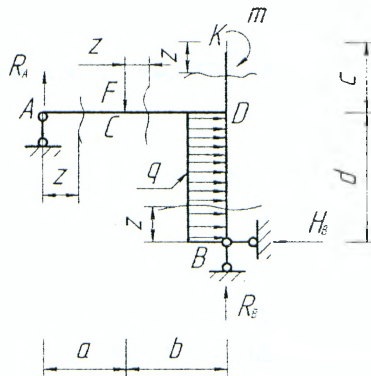


Рисунок 21 – Схема рамы с опорными реакциями

$$\begin{aligned} \sum M_B &= 0; \\ R_A \cdot 2,2 - F \cdot 0,8 + m + q \cdot 1,2 \cdot 0,6 &= 0; \\ R_A &= \frac{20 \cdot 0,8 - 6 - 2,5 \cdot 1,2 \cdot 0,6}{2,2} = 3,73 \text{ кН}; \\ \sum X &= 0; \\ H_B - q \cdot 1,2 &= 0; \\ H_B &= 2,5 \cdot 1,2 = 3,0 \text{ кН}; \\ \sum M_A &= 0; \\ R_B \cdot 2,2 + m + F \cdot 1,4 - q \cdot 1,2 \cdot 0,6 + H_B \cdot 1,2 &= 0; \\ R_B &= \frac{6 + 20 \cdot 1,4 - 2,5 \cdot 1,2 \cdot 0,6 + 3,0 \cdot 1,2}{2,2} = 16,27 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum Y &= 0; \\ R_A + R_B - F &= 0; \\ 3,73 + 16,27 - 20 &= 0; \\ 0 &= 0. \end{aligned}$$

2. Рама имеет четыре участка. На каждом из них проводим произвольное сечение и, рассматривая силы, действующие на отсеченную часть, составляем уравнения для изгибающих моментов, поперечных и продольных сил, соблюдая правила знаков.

Участок AC $(0 \leq z \leq a)$

$$\begin{aligned} M_z &= R_A \cdot z; \\ Q_z &= R_A; \\ N_z &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z = 0; \quad M_A &= 0; \\ Q_A &= R_A = 3,73 \text{ кН}; \\ N_A &= 0; \\ z = a = 1,4 \text{ м}; \quad M_C &= R_A \cdot 1,4 = 3,73 \cdot 1,4 = 5,22 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ Q_C &= 3,73 \text{ кН}; \\ N_C &= 0. \end{aligned}$$

Участок CD $(0 \leq z \leq b)$

$$\begin{aligned} M_z &= R_A \cdot (1,4 + z) - F \cdot z; \\ Q_z &= R_A - F; \\ N_z &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z = 0; \quad M_C &= 5,22 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ Q_C &= 3,73 - 20 = -16,27 \text{ кН}; \\ N_C &= 0; \end{aligned}$$

$$z = b = 0,8 \text{ м}; \quad M_D = 3,73 \cdot 2,2 - 20 \cdot 0,8 = -7,79 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_D = -16,27 \text{ кН};$$

$$N_D = 0.$$

Участок КД $(0 \leq z \leq \bar{n})$

$$M_z = -m;$$

$$Q_z = 0;$$

$$N_z = 0;$$

$$z = 0; \quad M_K = M_D = -6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$z = c = 1,0 \text{ м}; \quad Q_K = Q_D = 0;$$

$$N_K = N_D = 0.$$

Участок ВД $(0 \leq z \leq d)$

$$M_z = -H_B \cdot z - q \cdot \frac{z^2}{2};$$

$$Q_z = H_B - q \cdot z;$$

$$N_z = -R_B;$$

$$z = 0; \quad M_B = 0;$$

$$Q_B = 3,0 \text{ кН};$$

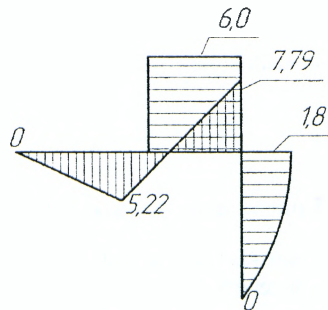
$$N_B = -16,27 \text{ кН};$$

$$z = d = 1,2 \text{ м}; \quad M_D = -3,0 \cdot 1,2 + 2,5 \cdot 0,72 = -1,8 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_D = 3,0 - 2,5 \cdot 1,2 = 0;$$

$$N_D = -16,27 \text{ кН}.$$

3. Строим эпюры M , Q , N (рисунки 22, 23, 24)



Эпюра M (кН·м)

Рисунок 22 – Эпюра M

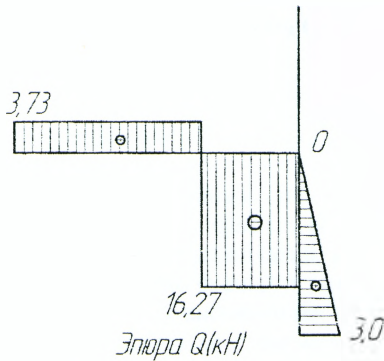


Рисунок 23 – Эпюра Q

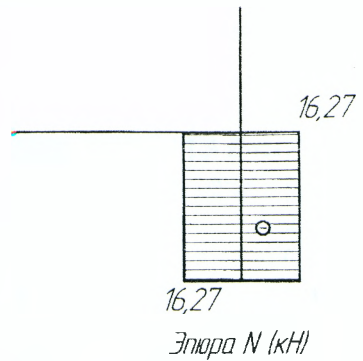


Рисунок 24 – Эпюра N

Вырежем узел D и проверим его равновесие (рисунок 25).

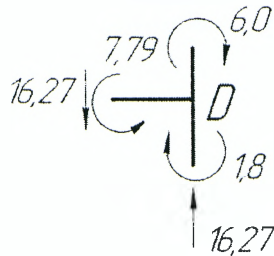


Рисунок 25 – Узел D

$$\sum X = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

$$\sum Y = 0; \quad 16,27 - 16,27 = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

$$\sum M_D = 0; \quad 6,0 + 1,8 - 7,79 = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

Условия равновесия выполняются.

Список использованных источников

1. В.И. Феодосьев. Сопротивление материалов. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва “Наука”, 1972. – 544 с.
2. Сопротивление материалов/ Под ред. акад. АН УССР Г.С. Писаренко – 5-е изд., перераб. и доп. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1986. – 775 с.
3. Н.М. Беляев. Сопротивление материалов. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва “Наука”, 1976. – 608 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет заочного обучения
Кафедра сопротивления материалов и теоретической механики

Контрольная работа № __
по предмету: «Механика материалов»

Выполнил:
студент 3-го курса
группы
Ф.И.О.

Шифр

Проверил:
преподаватель
Ф.И.О.

Брест 200__

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Мартиновский Владимир Леонидович
Мартиновская Оксана Владимировна
Онысько Сергей Романович

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения контрольных работ №1, №2
по механике материалов
для студентов обучения специальностей
1-36 01 01 – “Технология машиностроения”
1-37 01 06 – “Техническая эксплуатация автомобилей ”
заочной формы обучения

Ответственный за выпуск: Хвисевич В.М.

Редактор: Строкач Т.В.

Корректор: Никитчик Е.В.

Компьютерная вёрстка: Кармаш Е.Л.

Подписано к печати 25.03.2009 г. Бумага «Снегурочка». Гарнитура Times New Roman.
Усл. печ. л. 2,09. Уч. изд. л. 2,25. Заказ №370. Тираж 100 экз. Отпечатано на ризографе
учреждения образования «Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.