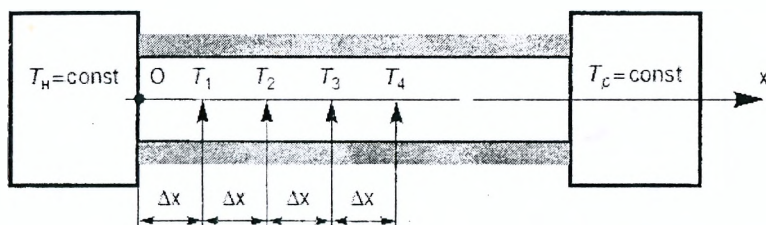


Кафедра физики

Методические указания

к выполнению лабораторной работы

ТМО 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ



УДК 53 (076 5)

Методические указания к выполнению лабораторной работы ТМО 2 "Исследование теплопроводности металлов". Брест, БрГТУ, 2012.

В методических указаниях приведено описание лабораторной работы ТМО 2 "Исследование теплопроводности металлов". С помощью экспериментальной установки измеряются температуры в различных точках металлического стержня с теплоизолированной боковой поверхностью, один конец которого приведен в тепловой контакт с нагревателем. По результатам измерений проверяются зависимости между физическими величинами, характеризующими одномерный нестационарный процесс теплопроводности.

Лабораторная работа предназначена для студентов всех технических специальностей и всех форм обучения в БрГТУ.

Составители: А.Н. Прокопеня, д.ф.-м.н., доцент
Н.И. Чопчиц, доцент

Рецензент: В.С. Секержицкий, к.ф.-м.н., доцент,

Лабораторная работа ТМО 2

Исследование теплопроводности металлов

Цель работы: Экспериментально исследовать явление теплопроводности и определить коэффициент теплопроводности металла.

Описание установки

В работе исследуется явление теплопроводности в горизонтально расположенном металлическом стержне, находящемся в теплоизолирующей коробке (Рис. 1). Коробка 1 фиксируется на платформе 2 основания 3 с помощью двух прижимных винтов. Один конец стержня приводится в тепловой контакт с нагревателем, находящимся в теплоизолирующем корпусе 4, изготовленном из фторопласта. Нагреватель может отодвигаться от стержня с помощью рычага 5. Другой конец стержня закреплён в металлическом радиаторе 6, который обеспечивает эффективный отвод тепла от стержня и который, в свою очередь, может охлаждаться вентилятором 7. По всей длине стержня на расстоянии $\Delta x = 4 \text{ см}$ друг от друга расположено семь термодатчиков, позволяющих измерять температуру в различных его сечениях (Рис. 2).

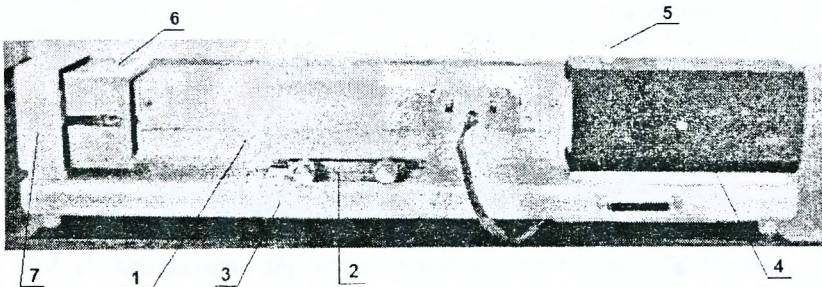


Рисунок 1 – Измерительный блок установки

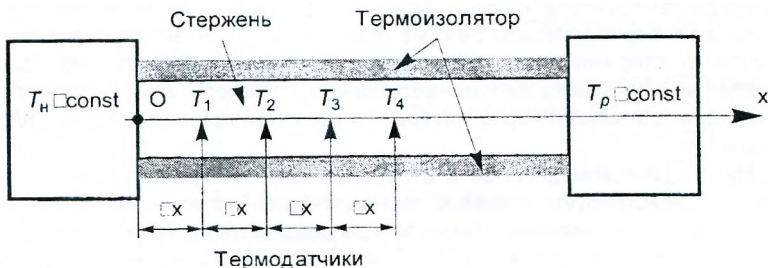


Рисунок 2 – Схема измерений

Результаты измерений поступают в блок обработки информации, соединенный с измерительным блоком с помощью кабеля (рис. 3).

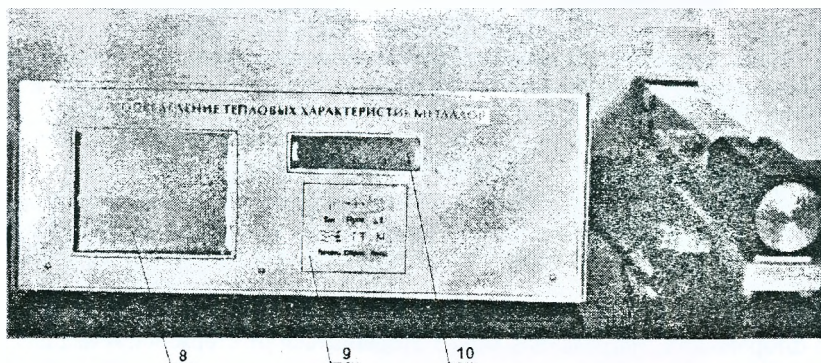


Рисунок 3 – Общий вид установки

На передней панели блока обработки информации размещены графический дисплей 8, клавиатура управления 9 (см. рис. 4) и цифровой дисплей 10. На задней панели расположен выключатель.

←	← →	→
tm	Пуск	Δt
≈	$\Delta T \nabla$	M
Печать	Сброс	Ввод

Рисунок 4 – Клавиатура управления

Кнопкой $\Delta T \nabla$ задается значение температуры нагревателя (от 50°C до 80°C). После нажатия (в течение 2 с) кнопки Ввод нагреватель автоматически отводится от стержня (если до этого он находился в контакте со стержнем) и подключается к источнику электрического тока. На цифровом дисплее 10 через каждые 2 с выводится величина мощности P электрического тока, пропускаемого через нагреватель.

Когда температура нагревателя достигает заданной величины, он автоматически в периодическом режиме приводится в контакт со стержнем и отводится от стержня через интервалы времени, предварительно заданные кнопкой tm. Установка запоминает значения температуры, регистрируемые всеми термодатчиками через интервалы времени, предварительно заданные кнопкой Δt .

На графическом дисплее 8 отображаются зависимости температуры от времени, регистрируемые семью термодатчиками, вставленными в стержень, а также численные значения температуры нагревателя T_0 и температуры в различных сечениях стержня (T_1 – T_7) для конкретного момента времени, определяемого положением вертикальной курсорной линии (в дальнейшем – «курсора»).

По завершении эксперимента кнопками $\leftarrow 1^{\circ}$ и $\leftarrow 20^{\circ}$ курсор перемещается вдоль горизонтальной оси на 1 или 20 делений. Направление перемещения курсора задается кнопкой $\leftarrow \rightarrow$.

Кнопка **Сброс** возвращает установку в начальное состояние (удерживать нажатой в течение 2 с).

При подключенном принтере кнопка **Печать** позволяет распечатать графики, выведенные на экран. Кнопка **Пуск** используется в случае необходимости проведения измерений в ручном режиме работы установки. При необходимости проведения повторного эксперимента с данным стержнем следует охладить его в течение нескольких минут с помощью вентилятора 7, приводимого в действие кнопкой \approx .

Для смены стержня (точнее, коробки со стержнем) необходимо осуществить следующую последовательность действий:

1. Если нагреватель приведен в контакт со стержнем, то нажатием (в течение 2 с) кнопки **M** следует отвести его в сторону.
2. Ослабить крепление коробки 1 на платформе 2, вывинтив прижимные винты. Придерживая одной рукой основание 3, второй рукой осторожно тянуть коробку 1 со стержнем вверх до момента ее освобождения, избегая при этом нажима на корпус вентилятора 7.
3. Установить коробку со стержнем, изготовленным из другого материала, и зафиксировать ее на платформе 2.

Внимание!!! Не производить замену стержня при выключенной установке, т.к. при этом его заостренный конец царапает поверхность нагревателя.

Порядок выполнения работы

1. Включить установку с помощью выключателя, расположенного на задней панели блока обработки информации. Верхняя строка графического дисплея 8 выглядит следующим образом:

$T_{\text{high}}=50^{\circ}\text{C}$ $T_m=0 \text{ min}$ $T(n)=2 \text{ sec}$ Mode: HAND.

На цифровом дисплее 10 высвечивается надпись «Готов к работе». В соответствии с порядком действий, описанным в предыдущем пункте, установить коробку со стержнем, указанным преподавателем.

2. С помощью клавиатуры управления задать последовательным нажатием:




- кнопки $\uparrow T \downarrow$ – температуру нагревателя, например, $T_{\text{high}}=80^{\circ}\text{C}$;
- кнопки t_m – время, соответствующее половине периода колебаний температуры, т.е. время нагревания: $T_m=10 \text{ min}$;
- кнопки Δt – временной интервал между двумя последовательными измерениями температуры: $T(n)=2 \text{ sec}$ (при включении установки выставляется автоматически).

Верхняя строка графического дисплея должна выглядеть следующим образом:

$T_{\text{high}}=80^{\circ}\text{C}$ $T_m= 10 \text{ min}$ $T(n)=2 \text{ sec}$ Mode: AUTO.

3. Нажать и удерживать в течение 2 с кнопку **Ввод**. На цифровом дисплее появится надпись «Нагрив \uparrow ». По истечении ~5 мин температура нагревателя T_0 , отображаемая на графическом дисплее, достигает заданной величины.

После этого начинается процесс измерения температуры всеми термодатчиками (длится 10 мин. 40 с), в начале и по завершении которого установка издает звуковой сигнал. На цифровом дисплее появится надпись «Позиция=1», а на графическом – кривые, изображающие температуры T1–T7 как функции времени.

4. Перемещая курсор кнопками , , и  по окончании процесса измерений, найти и записать в таблицу значения температур T1 и T2 в моменты времени, указанные преподавателем (начинать измерения следует не ранее, чем через 3 мин после приведения стержня в контакт с нагревателем).

$t, \text{мин}$	$T_1, ^\circ\text{C}$	$T_2, ^\circ\text{C}$	θ_1	θ_2	z_1	z_2	η
4							
5							
6							

5. Выполнить п. 2-4 для двух других стержней: бронзового (желтовато-коричневого цвета) и медного (красновато-коричневого цвета). Для этого сначала необходимо нажать на 2 с кнопку Сброс и произвести смену стержня в соответствии с указаниями, содержащимися в «Описании установки».

6. Выключить установку.

7. По результатам измерений для каждого из стержней проделать следующие вычисления.

- Для каждого значения температур T1 и T2 вычислить величины

$$\theta_1 = \frac{T_1 - T_H}{T_B - T_H}, \quad \theta_2 = \frac{T_2 - T_H}{T_B - T_H},$$

где T_B, T_H – температуры воздуха и нагревателя соответственно.

- Используя график функции $\theta = \Phi(z)$, приведенный на рис. 5, для каждого значения θ_1 и θ_2 определить соответствующие значения переменной z .

- Для каждой пары z_1 и z_2 вычислить значение $\eta = \frac{1}{4} \left(\frac{z_2 - z_1}{z_2 - z_1} \right)^2$,

где $x_2 - x_1 = \Delta x$ – расстояние между датчиками.

- Используя найденные значения η_i при различных t_i , нанести на координатной плоскости (t, η) экспериментальные точки и убедиться визуально, что они ложатся на предсказываемую теорией прямую (П6).
- Провести через экспериментальные точки прямую и определить по графику тангенс угла наклона прямой к оси t . Найденное значение совпадает с коэффициентом температуропроводности a .
- Вычислить коэффициент температуропроводности стержня по формуле (П7), полученной на основе метода наименьших квадратов, и сравнить со значением, полученным в предыдущем пункте.
- Вычислить коэффициент теплопроводности материала стержня по формуле (П8).

8. Сравнить полученные для различных материалов значения λ между собой, а также с табличными данными.

9. Сделать вывод о проделанной работе.

Таблица 2 – Плотность ρ и удельная теплоемкость $c_{ув}$ исследуемых в работе материалов (при 20 °С)

Материал	$\rho \cdot 10^{-3}, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$c_{ув} \cdot 10^{-3}, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Дюралюминий – сплав Al (осн.) с Cu (до 5%), Mg (до 2%) и Mn (до 1%)	2,8	0,90
Бронза – сплав Cu (осн.) с Al (около 5%)	8,6	0,45
Медь	8,9	0,39

ПРИЛОЖЕНИЕ

Одномерный случай нестационарной теплопроводности

Рассмотрим длинный тонкий цилиндрический стержень с теплоизолированной боковой поверхностью, в котором теплота может распространяться только вдоль стержня (вдоль оси Ox , направленной вдоль стержня). Температуру стержня в начальный момент времени $t = 0$ будем считать равной температуре окружающей среды T_B (температуре воздуха в аудитории). При $t = 0$ левый конец стержня приводится в идеальный тепловой контакт с нагревателем с температурой T_H , и этот контакт сохраняется в дальнейшем, так что температура стержня в точке $x = 0$ при $t > 0$ равна все время T_H . Таким образом, требуется найти температуру $T(x, t)$ в любой точке стержня с координатой x в произвольный момент времени $t > 0$. Соответствующая краевая задача имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

$$T(x, 0) = T_B, \quad 0 < x < \infty,$$

$$T(0, t) = T_H, \quad t > 0, \quad (П1)$$

$$T(0, \infty) = T_B, \quad t > 0.$$

Математическая формулировка задачи не содержит ни одного характерного размера. Если в качестве него взять некоторый отрезок произвольной длины l_0 и ввести безразмерную температуру $\theta = \frac{T - T_H}{T_B - T_H}$, безразмерную координату

$\xi = x/l_0$ и безразмерное время (критерий Фурье) $F_0 = \frac{a \cdot t}{l_0^2}$, то решение задачи может быть записано в виде функциональной зависимости

$$\theta = F(\xi, F_0). \quad (П2)$$

Физически очевидно, однако, что температурное поле не должно зависеть от произвольно выбранной величины l_0 , поэтому переменные ξ и F_0 должны входить в (П2) в виде такой комбинации, в которой величина l_0 не фигурирует. Такой комбинацией будет безразмерная переменная z , которая определяется следующим образом:

$$z = \frac{\xi}{2\sqrt{F_0}} = \frac{x}{2\sqrt{a \cdot t}},$$

где двойка введена для удобства последующих преобразований. Тогда имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{x}{4\sqrt{a \cdot t^3}} \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{z}{2t} \frac{\partial T}{\partial z}, \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{a \cdot t}} \frac{\partial T}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= \frac{1}{2\sqrt{at}} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{4at} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \end{aligned}$$

Подставляя полученные выражения для производных в (П1) и заменяя частные производные обыкновенными (T является функцией только одной переменной z), получим обыкновенной дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 T}{dz^2} + 2z \frac{dT}{dz} = 0. \quad (\text{П3})$$

Граничные условия для функции $T(z)$ имеют вид

$$T(0) = T_H, \quad T(\infty) = T_B. \quad (\text{П4})$$

Полагая $\Psi = \frac{dT}{dz}$, перепишем уравнение (П3) в виде

$$\frac{d\Psi}{dz} = -2z\Psi.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\Psi = C_1 e^{-z^2},$$

где C_1 – произвольная постоянная. Таким образом, имеем

$$\frac{dT}{dz} = C_1 e^{-z^2}.$$

Интегрируя еще раз, получим

$$T = C_1 \int_0^z e^{-z^2} dz + C_2.$$

Учитывая, что $\int_0^{\infty} e^{-z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ и используя граничные условия (П4), получим

$$C_2 = T_H, \quad C_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}(T_B - T_H).$$

Для безразмерной температуры $\theta = \frac{T - T_H}{T_B - T_H}$ таким образом имеем

$$\theta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz = \Phi(z) = \text{Erf}(z), \quad (\text{П5})$$

где $\Phi(z) = \text{Erf}(z)$ – функция, называемая интегралом вероятностей. График этой функции приведен на рис. 5

Пусть определены экспериментально безразмерные температуры $\theta_1 = \frac{T_1 - T_H}{T_B - T_H}$ и $\theta_2 = \frac{T_2 - T_H}{T_B - T_H}$ в точках с координатами x_1 и x_2 соответственно.

Тогда с помощью графика функции $\theta = \Phi(z)$ (см. рис. 5) можно найти соответствующие значения $z_1 = \frac{x_1}{2\sqrt{a \cdot t}}$ и $z_2 = \frac{x_2}{2\sqrt{a \cdot t}}$. Обозначим $\eta = \frac{1}{4} \left(\frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} \right)^2$. Тогда

имеем

$$\eta = a \cdot t. \quad (\text{П6})$$

Располагая рядом значений η_i при различных t_i и нанося экспериментальные точки на координатную плоскость (t, η) , можно визуально убедиться в предсказываемой теорией линейной зависимости (П6). Используя метод наименьших квадратов, для коэффициента температуропроводности a получим

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \eta_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}. \quad (\text{П7})$$

Коэффициент теплопроводности материала стержня найдем по формуле

$$\lambda = a \cdot c_{yo} \cdot \rho, \quad (\text{П8})$$

где c_{yo} – удельная теплоемкость материала, ρ – его плотность.

Изложенная теория справедлива, во-первых, для стержня бесконечной длины, и, во-вторых, для случая идеального теплового контакта нагревателя с концом стержня при $x = 0$, т.е. в предположении, что при $t = 0$ температура скачком изменяется от T_B до T_H . Расчеты показывают, что с приемлемой в лабораторном практикуме точностью стержень можно считать бесконечным, если его длина более чем в 10 раз превышает диаметр. В практической бесконечности стержня можно убедиться непосредственно, измеряя длину и диаметр, и опосредованно, заметив в экспериментах, что удаленные от нагревателя датчики показывают комнатную температуру.

График функции $y = \text{Erf}(x)$

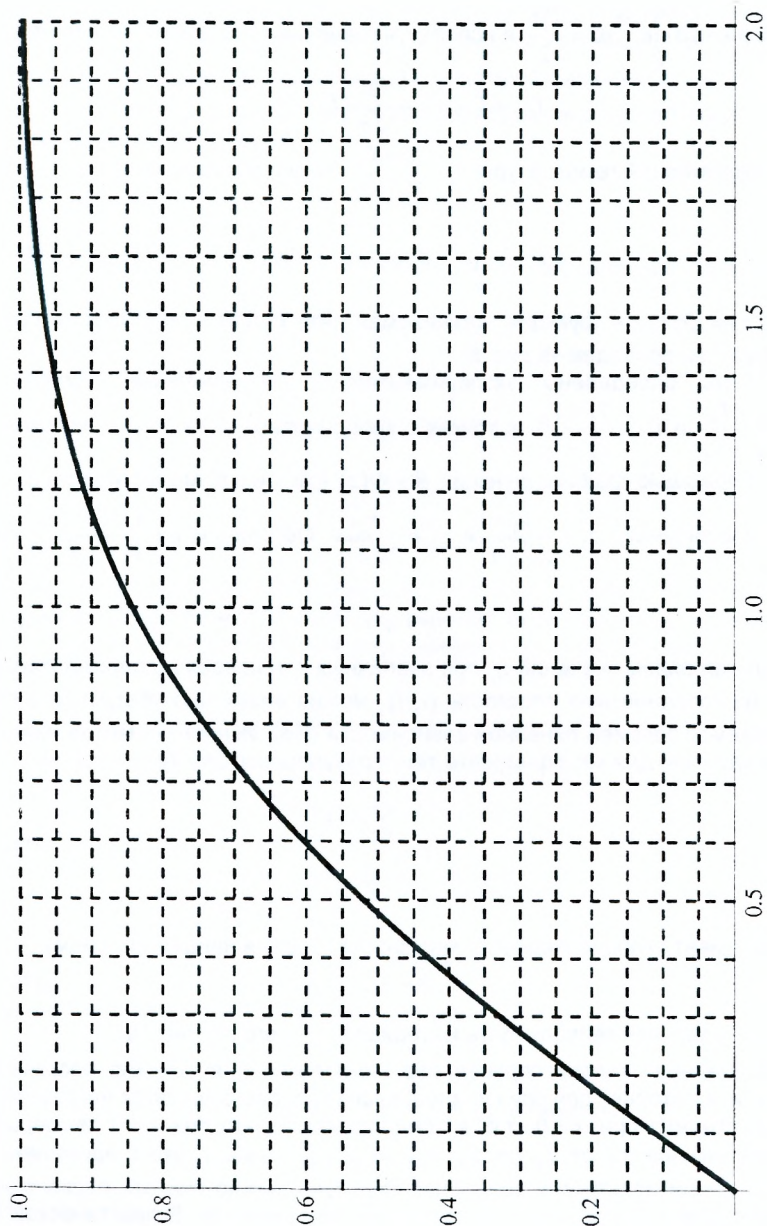


Рисунок 5

Что касается второго предположения, то реально имеющая место неидеальность теплового контакта, проявляющаяся в том, что при $x = 0$ температура достигает значения T_H не сразу, а спустя некоторое время, то эта неидеальность может быть элиминирована тем, что значение температур, используемые при вычислениях η_i в формуле (П7), берутся не с момента начала контакта с нагревателем, а спустя время t_1 после начала контакта, т.е. при $t > t_1$. На практике достаточно взять $t_1 = 200 \text{ с}$.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под явлением теплопроводности?
2. Сформулируйте закон Фурье для теплопроводности.
3. Покажите, что функция (П5) удовлетворяет уравнению теплопроводности и граничным условиям.
4. Выведите выражение для зависимости температуры 3-го, 4-го и других датчиков от времени, если известны зависимости $T_1(t)$ и $T_2(t)$ для первого и второго датчиков.
5. Получите выражение для мощности нагревателя, обеспечивающего указанные в условии граничные условия.
6. Запишите решение уравнения (П1) через функцию Грина.

Литература

1. Цветков, Ф.Ф. Тепломассообмен: учебное пособие для вузов / Ф.Ф. Цветков, Б.А. Григорьев – М.: Изд-во МЭИ, 2005.
2. Цветков, Ф.Ф. Задачник по тепломассообмену: учебное пособие / Ф.Ф. Цветков, Р.В. Керимов, В.И. Величко. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательский дом МЭИ, 2008.
3. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. – М.: Наука, 1990. – Т. 2.

Е ИЗДАНИЕ

Составители:
Прокопеня Александр Николаевич
Чопчиц Николай Игнатьевич

Методические указания

к выполнению лабораторной работы

ТМО 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ

Ответственный за выпуск: Прокопеня А.Н.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная верстка: Горун Л.Н.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 19.10.2012 г. Бумага «Снегурочка». Формат 60x84¹/₁₆.

Гарнитура Arial. Усл. печ. л. 0,69. Уч. изд. л. 0,75.

Заказ № 1172. Тираж 60 экз. Отпечатано на ризографе Учреждения образования
«Брестский государственный технический университет»
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.