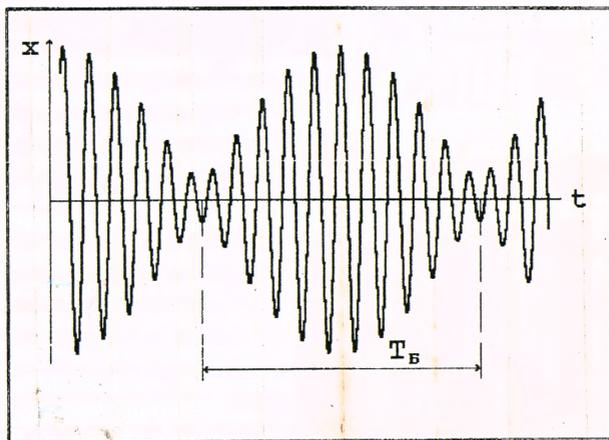


Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
"БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Кафедра физики

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ
ПО КУРСУ ФИЗИКИ**

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО



**Э8. ИЗУЧЕНИЕ СЛОЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ
КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА**
(Методические указания)

Брест 2002

УДК 53 (076.5)

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ ФИЗИКИ. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.
Методические указания по выполнению лабораторной работы Э8 "ИЗУЧЕНИЕ
СЛОЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛО-
ГРАФА". Брест, БГТУ, 2002.

В методических указаниях приведено описание лабораторной работы Э8 "Изучение сложения гармонических колебаний с помощью осциллографа", в которой с помощью двухканального осциллографа моделируется процесс сложения гармонических колебаний. Экспериментально проверяются зависимости между физическими величинами, характеризующими сложение гармонических колебаний одного направления, а также взаимно перпендикулярных колебаний.

Лабораторная работа предназначена для студентов всех специальностей и всех форм обучения в БГТУ.

Составители: А.Н.Прокопеня, доцент, к.ф.-м.н.,

ректор БрГУ по научной работе

Рекомендовано 22.05.2002
кафедрой физики БГТУ
к публикации на ризографе

ния "Брестский государственный
университет", 2002

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

ИЗУЧЕНИЕ СЛОЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель работы:

- знакомство с устройством и принципом работы электронного осциллографа, измерение с его помощью временных характеристик и амплитудных значений электрических сигналов;
- изучение сложения гармонических колебаний одного направления и взаимно перпендикулярных колебаний.

Приборы и принадлежности. Двухканальный электронный осциллограф типа С1-137, два генератора электрических сигналов, фазовращатель, соединительные провода.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Основным элементом экспериментальной установки является двухканальный электронный осциллограф, который позволяет визуально наблюдать и исследовать электрические сигналы, периодически изменяющиеся во времени. Устройство и принцип работы электронного осциллографа рассмотрены в Приложении 1.

Обычно двухканальный электронный осциллограф, например, типа С1-137 может работать в двух основных режимах.

а) Исследуемый сигнал подается на вход канала вертикального отклонения осциллографа (у двухканального осциллографа соответствующие клеммы обычно обозначаются римскими цифрами I и II или буквами А и В), а на вход канала горизонтального отклонения подается пилообразное напряжение с генератора развертки, встроенного в осциллограф. При этом на экране осциллографа наблюдается график зависимости исследуемого сигнала $U(t)$ от времени, по которому можно измерить его амплитуду и временные характеристики.

Если на входы I и II канала вертикального отклонения осциллографа подаются два различных сигнала, например, $U_1(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1)$ и $U_2(t) = A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2)$, то на экране осциллографа можно наблюдать как каждый из сигналов по отдельности, так и оба сигнала одновременно. Кроме того, сигналы можно складывать, наблюдая на экране график зависимости суммарного напряжения $U(t) = U_1(t) + U_2(t)$ от времени.

б) Один из исследуемых сигналов, например $U_1(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t)$, подается на вход канала горизонтального отклонения осциллографа вместо пилооб-

разного напряжения, а второй – $U_2(t) = A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi)$ – на вход канала вертикального отклонения. При этом на экране осциллографа будет наблюдаться результат сложения гармонических колебаний, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях. Если частоты колебаний исследуемых сигналов ω_1 и ω_2 совпадают или кратны, то электронный луч описывает на экране осциллографа замкнутые кривые, которые называются фигурами Лиссажу. При небольшом различии частот сигналов форма фигур Лиссажу медленно изменяется, а при большом различии частот картина размывается.

Указанные возможности электронного осциллографа позволяют моделировать сложение гармонических колебаний одного направления, а также сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

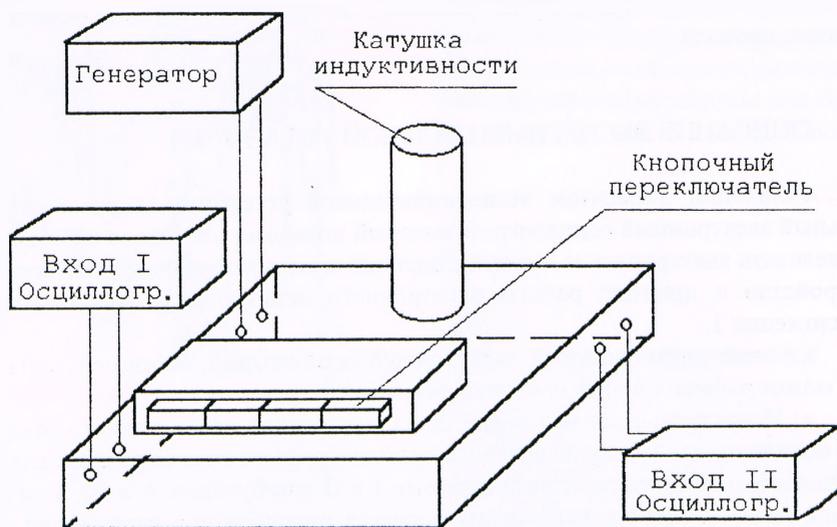


Рис. 1

Общий вид установки и схема подключения приборов для изучения сложения колебаний одинаковой частоты изображены на рис. 1. Принципиальная схема установки приведена на рис. 2. Синусоидальное напряжение с генератора подается на фазовращатель и вход I осциллографа. Фазовращателем называется устройство, позволяющее изменять фазу синусоидального напряжения в широких пределах. В качестве фазовращателя в работе используется колебательный контур, помещенный в корпус. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности L , емкости C и активного сопротивления R_K (сопро-

тивление катушки, соединительных проводов и т.д.). С помощью кнопочных переключателей K_1 , K_2 и K_3 параллельно к конденсатору C_1 можно подсоединять соответственно конденсаторы C_2 , C_3 и C_4 в различной комбинации, что позволяет изменять емкость контура.

Под действием синусоидального напряжения в контуре возникает переменный ток. При этом напряжение на конденсаторе колебательного контура, подаваемое на вход II осциллографа, отстает по фазе от входного синусоидального напряжения на величину φ , которая определяется параметрами контура из

соотношения: $ctg\varphi = \frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L$, где L , C и R_K — соответственно индуктив-

ность, емкость и активное сопротивление контура, а ω — циклическая частота входного напряжения. Таким образом, на входы I и II осциллографа подаются синусоидальные напряжения одинаковой частоты, сдвиг фаз между которыми может изменяться за счет изменения емкости контура. В зависимости от режима работы на экране осциллографа можно наблюдать как сложение колебаний одного направления, так и взаимно перпендикулярных колебаний.

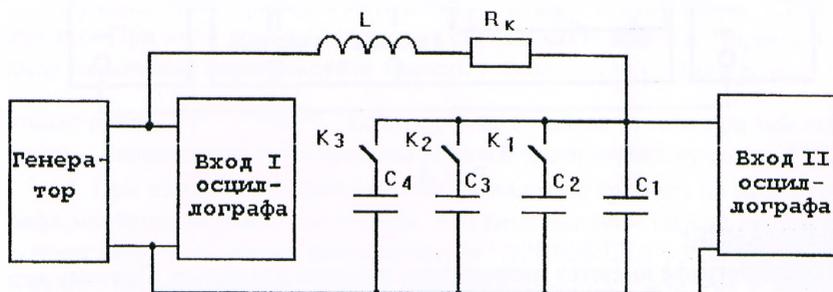


Рис. 2

При изучении сложения гармонических колебаний различных частот в качестве источников электрических сигналов используются два генератора, вырабатывающие синусоидальное напряжение. Следует отметить, что подключение генераторов к осциллографу при наблюдении сложения взаимно перпендикулярных колебаний отличается от случая сложения колебаний одного направления. Если в первом случае сигналы с генераторов подаются на различные входы осциллографа (Рис.3), то во втором получение устойчивой картины на экране осциллографа возможно только при условии, что оба сигнала с помощью специального разъема подаются на один и тот же вход, например, вход II (Рис. 4). При этом синхронизация развертки осуществляется самим суммар-

ным сигналом, а не одним из суммируемых сигналов, как это делается при сложении колебаний одинаковой частоты.

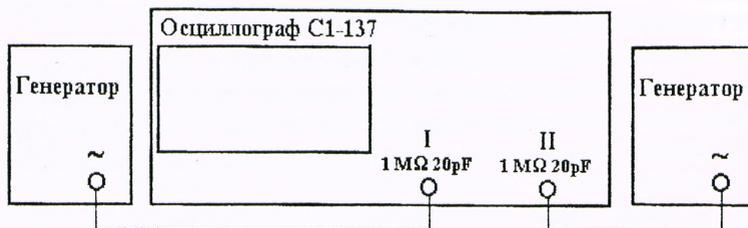


Рис. 3

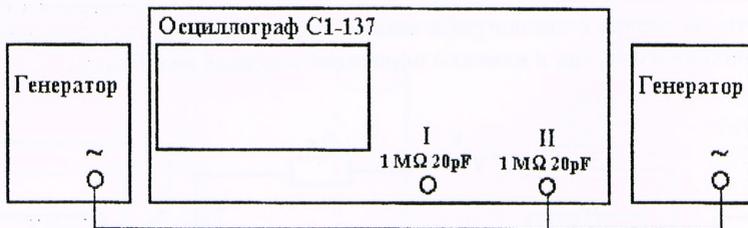


Рис. 4

ВНИМАНИЕ!

В осциллографе имеются напряжения, опасные для жизни. Поэтому категорически запрещается работа с прибором, если на нем нет защитного кожуха, и его корпус не заземлен путем соединения клеммы "⊥" с шиной защитного заземления.

ЗАДАНИЕ 1. Подготовка осциллографа к работе.

1. Перед включением ознакомьтесь с расположением и назначением органов управления осциллографа (см. Приложение 1). Для подготовки осциллографа к работе отсоедините его от остальных приборов и выполните следующие операции.

а) Установите органы управления осциллографа в следующие положения:

ручки "☀", "⊗", "↕", "↔" – в среднее положение;

переключатели "I, II, I и II, I+II" – в положение "I";
переключатели "V/дел I" и "V/дел II" – в положение "1 V/дел";
переключатель "x1, x10" – в положение "x1";
переключатель "μs, ms" – в положение "ms";
переключатель "НОРМ, АВТ" – в положение "АВТ";
переключатель "X-Y, O" – в положение "O";
переключатели "СЕТЬ, I, II, ВНЕШН" – в положение "I";
переключатель "ВРЕМЯ/ДЕЛ" – в положение "1 ms/дел";
ручка "УРОВЕНЬ" – в среднее положение;
тумблер "СЕТЬ" – выключено.

Примечание. Знак "■" на передней панели осциллографа означает, что кнопка управления отжата, а знак "■" – что кнопка управления нажата. Знак "□ ■" на передней панели осциллографа означает, что соответствующая группа кнопок управления отжата, а знак "□ ■" – что группа кнопок управления нажата.

б) Соедините прибор с источником питания и тумблером "СЕТЬ," включите его. При этом должна загореться сигнальная лампочка. Через 2-3 минуты после включения отрегулируйте яркость и фокусировку линии развертки с помощью ручек "☀", "⊗". Если луча не будет на экране при максимальной яркости, переместите луч в пределы рабочей части экрана ручками "↑", "←".

2. При измерении характеристик сигналов по графику на экране осциллографа необходимо быть уверенным, что цена деления шкалы по горизонтали соответствует положению переключателя "ВРЕМЯ/ДЕЛ", а по вертикали – положению переключателя "V/дел". Проверка этого соответствия и необходимая регулировка осциллографа называется калибровкой. Для проведения калибровки в осциллографе имеется дополнительный генератор (калибратор), который вырабатывает сигнал специальной формы с фиксированными параметрами. В осциллографе типа С1-137 калибратор генерирует последовательность прямоугольных импульсов амплитудой 1 В, следующих с частотой 1 кГц. Этот сигнал подается на клемму "⊖ 1V 1kHz", расположенную на передней панели осциллографа.

Для калибровки канала горизонтального отклонения установите переключатель "ВРЕМЯ/ДЕЛ" в положение "1 ms" и подайте на вход I ("⊖ 1 MΩ 20pF I") сигнал с калибратора. При таком масштабе одно деление шкалы по горизонтали соответствует одному периоду сигнала. Установив ручкой "УРОВЕНЬ" устойчивое изображение сигнала, с помощью ручки "↔" совместите фронт первого импульса со второй слева вертикальной линией шкалы на

экране осциллографа. Если осциллограф отрегулирован правильно, то фронт девятого импульса должен совпадать с десятой вертикальной линией. В случае несовпадения установите необходимый размер изображения регулировкой “<x1”, расположенной на верхней стенке осциллографа.

Установите переключатели “ВРЕМЯ/ДЕЛ”, “x1, x10” в положения “5” и “x10” соответственно. С помощью ручки “↔” совместите фронт ближайшего импульса со второй слева вертикальной линией. При этом фронт пятого импульса должен совпадать с десятой вертикальной линией (подумайте, почему). В случае несовпадения установите необходимый размер изображения регулировкой “x10▷”, расположенной на верхней стенке осциллографа.

3. Для калибровки канала вертикального отклонения установите переключатель “V/дел I” в положение “0.2 V”. С помощью ручки “↑” совместите нижнюю границу сигнала со второй снизу горизонтальной линией шкалы экрана. Если изображение сигнала по вертикали занимает участок шкалы больше или меньше, чем 5 делений, с помощью регулировки “<YI”, расположенной на нижней стенке прибора, установите требуемый размер изображения.

Аналогично, подавая сигнал с калибратора на вход II (“⊖ 1 MΩ 20pF II”), произведите калибровку второго канала вертикального отклонения (регулировка “<YII” также расположена на нижней стенке прибора).

После этого прибор готов к работе и можно приступать к проведению необходимых наблюдений и измерений.

Задание 2. Измерение амплитуды и периода синусоидального напряжения.

1. Установите органы управления осциллографа в положения, указанные в п.1 задания 1, и подайте на вход I синусоидальное напряжение с генератора. Параметры подаваемого напряжения согласуйте с преподавателем. Используя переключатели “V/дел I”, “ВРЕМЯ/ДЕЛ”, “μs, ms” и ручку “УРОВЕНЬ”, получите на экране осциллографа изображение сигнала, удобное для измерений.

2. Период колебаний T определяется как промежуток времени между двумя последовательными моментами, в которые напряжение достигает максимального или минимального значения (см. рис. 5). Для измерения периода колебаний с помощью ручки “↑” совместите вершины синусоиды с горизонтальной осью шкалы на экране осциллографа. Затем измерьте расстояние l_1 между соседними вершинами в больших делениях шкалы с точностью до десятых долей. Определите период колебаний T по формуле: $T = k_1 \cdot l_1$, где k_1 – коэффициент развертки, измеряемый в $\mu\text{s}/\text{дел}$ или в $\text{ms}/\text{дел}$ (в зависимости от положения переключателя “μs, ms”), который определяется положением метки на

переключателе “ВРЕМЯ/ДЕЛ”.

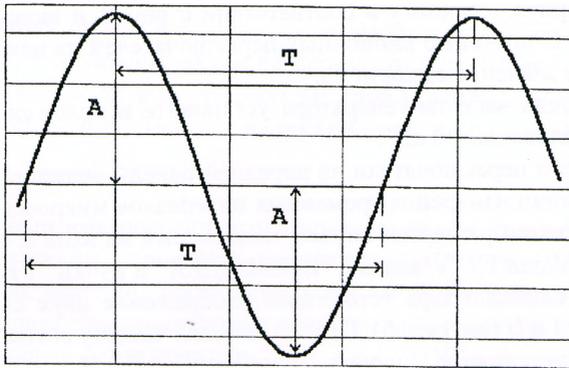


Рис. 5.

Период колебаний можно также определить, измеряя промежуток времени между двумя последовательными моментами, в которые напряжение обращается в нуль, изменяясь в одну и ту же сторону, например, возрастает (см. рис. 5). В этом случае необходимо предварительно с помощью ручки “ \updownarrow ” установить синусоиду таким образом, чтобы ее максимальные отклонения вверх и вниз относительно горизонтальной оси были одинаковы.

Для увеличения точности измерения периода колебаний необходимо установить ручку переключателя “Время/дел” в такое положение, при котором на экране осциллографа наблюдается не более двух периодов колебаний. При этом погрешность измерения периода в основном определяется параметрами осциллографа и в каждом случае равна: $\Delta T = 0.05 \cdot T$.

3. Установите синусоиду так, чтобы ее максимальные отклонения вверх и вниз относительно горизонтальной оси на экране осциллографа были одинаковы. С помощью ручки “ \leftrightarrow ” подведите вершину синусоиды к вертикальной оси. Затем измерьте амплитуду сигнала l_2 в больших делениях шкалы с точностью до десятых долей. Тогда амплитуда сигнала будет равна: $A = k_2 \cdot l_2$, где k_2 - чувствительность усилителя канала вертикального отклонения, измеряемая в В/дел, которая определяется положением метки на переключателе “V/дел”.

Для повышения точности определения амплитуды сигнала измерения необходимо производить при таком положении переключателя “V/дел”, при котором $l_2 > 2$ больших делений. При этом погрешность измерения амплитуды в основном определяется параметрами осциллографа и в каждом случае равна: $\Delta A = 0,05A$.

ЗАДАНИЕ 3. Изучение сложения гармонических колебаний одинаковой частоты и одного направления

1. Соберите установку в соответствии с рис. 1 и включите генератор и осциллограф. С помощью кнопочных переключателей на панели фазовращателя установите значение емкости C_1 .

Множитель частоты генератора установите в положение “ 10^3 ”, уровень сигнала – в положение “0 dB”.

Используя переключатели на передней панели осциллографа, установите в качестве единиц измерения временных интервалов микросекунды и выберите для синхронизации развертки сигнал, подаваемый на вход I. С помощью переключателей “V/дел I”, “V/дел II”, “ВРЕМЯ/ДЕЛ” и ручки “УРОВЕНЬ” получите на экране осциллографа устойчивое изображение двух сигналов, подаваемых на входы I и II (см. рис. 6). Плавно изменяя частоту сигнала, подаваемого с генератора, установите период колебаний $T \approx (T_{\min} + T_{\max})/2$ мкс, где $T_{\min} = 2\pi\sqrt{L \cdot C_{\min}}$ и $T_{\max} = 2\pi\sqrt{L \cdot (C_1 + C_2 + C_3 + C_4)}$. В данной установке индуктивность катушки $L \approx 0.04$ Гн, а емкости конденсаторов C_1, C_2, C_3, C_4 указаны на панели фазовращателя.

Убедитесь в том, что периоды колебаний для обеих синусоид совпадают.

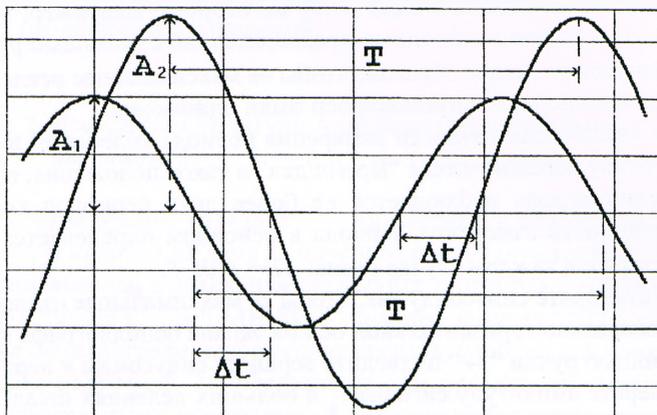


Рис. 6

2. Измерьте амплитудные значения сигналов A_1 и A_2 .

3. Установите обе синусоиды так, чтобы максимальные отклонения каждой из них вверх и вниз относительно горизонтальной оси на экране осциллографа были одинаковы. Сдвиг фаз напряжений, подаваемых на входы I и II осциллографа, определяется промежутком времени Δt между соответствующи-

ми точками пересечения синусоид с горизонтальной осью (см. рис. 6), причем значение Δt выбирается из интервала $0 \leq \Delta t \leq \frac{T}{2}$. Измеряя это расстояние в больших делениях шкалы с точностью до десятых долей и умножая полученный результат на показания метки на переключателе “Время/дел”, определите промежуток времени Δt в микросекундах (при условии, что кнопка “ μs ” нажата). Тогда сдвиг фаз между напряжениями вычисляется по формуле: $\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$ (rad) или $\varphi = 360^\circ \frac{\Delta t}{T}$.

Для уменьшения погрешности определения Δt измерения необходимо проводить при таком положении переключателя “Время/дел”, при котором $\Delta t \geq 2$ больших делений. Тогда относительная погрешность измерения Δt в основном определяется параметрами осциллографа и не превышает 5%.

4. Установите переключатель “I, II, I и II, I+II” в положение “I+II” и получите на экране осциллографа устойчивое изображение сигнала, соответствующего алгебраической сумме напряжений, подаваемых на входы I и II осциллографа. Затем установите переключатели “V/дел I” и “V/дел II” в одинаковые положения и измерьте амплитуду суммарного синусоидального напряжения A .

Измерьте период колебаний суммарного напряжения T и сделайте вывод.

5. Установите на фазовращателе значение емкости $C_1 + C_2$ и повторите измерения п.п. 2-4.

6. Повторите измерения п.п. 2-4, устанавливая на фазовращателе все возможные значения емкости.

В результате получится набор соответствующих значений (A_{1i} , A_{2i} , A_i , φ_i), где i – номер опыта.

7. Теория, изложенная в Приложении 2, предсказывает линейную зависимость между переменными $y = \frac{A^2 - A_1^2 - A_2^2}{2A_1A_2}$ и $x = \cos \varphi$:

$$y = a \cdot x \quad (1)$$

где a - постоянная.

Располагая экспериментальными значениями (A_{1i} , A_{2i} , A_i , φ_i), вычислите $y_i = \frac{A_i^2 - A_{1i}^2 - A_{2i}^2}{2A_{1i}A_{2i}}$ и $x_i = \cos \varphi_i = \cos \frac{2\pi \Delta t_i}{T}$ и отметьте на координатной плоскости (x , y) все экспериментальные точки. Оцените визуально, хорошо ли расположение экспериментальных точек соответствует линейной зависимости (1).

8. Рассчитайте наилучшее с точки зрения МНК значение постоянной a и погрешность ее определения Δa по формулам:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}, \quad \Delta a = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - a \cdot x_i)^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (2)$$

Сделайте вывод о справедливости соотношения $a=1$ в пределах точности измерений.

9*. Вычислите величину χ^2 по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - a \cdot x_i}{\Delta y_i} \right)^2,$$

где $\Delta y = \left[\left(\frac{A \cdot \Delta A}{A_1 \cdot A_2} \right)^2 + \left(\frac{A^2 + A_1^2 - A_2^2}{2A_1 A_2} \cdot \frac{\Delta A_1}{A_1} \right)^2 + \left(\frac{A^2 - A_1^2 + A_2^2}{2A_1 A_2} \cdot \frac{\Delta A_2}{A_2} \right)^2 \right]^{1/2}$, а ΔA ,

$\Delta A_1, \Delta A_2$ – погрешности измерения амплитуд A, A_1 и A_2 в i -ом опыте соответственно, и сделайте вывод о соответствии экспериментальных данных линейной зависимости (1).

ЗАДАНИЕ 4. Изучение сложения взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты.

1. Соберите установку в соответствии с п. 1 задания 3 и получите на экране осциллографа устойчивое изображение сигналов, подаваемых на входы I и II (см. рис. 6).

2. Установите период колебаний $T \approx (T_{\min} + T_{\max})/2$ мкс и измерьте амплитуду сигнала A_2 , подаваемого на вход II осциллографа. Затем измерьте время запаздывания Δt второй синусоиды относительно первой и вычислите разность фаз колебаний φ .

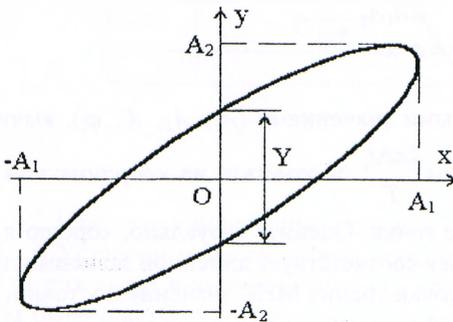


Рис. 7

3. Установите переключатель “I, II, I и II, I+II” в положение “II”, а переключатель “X-Y, O” – в положение “X-Y”. В этом случае сигналы, подаваемые на входы I и II, поступают соответственно в каналы горизонтального и вертикального отклонения, и на экране осциллографа появляется изображение эллипса. С помощью ручки “↓”, встроенной в переключатель

тель “V/дел I”, установите эллипс так, чтобы его максимальные отклонения влево и вправо относительно вертикальной оси были одинаковы. Затем измерьте длину отрезка вертикальной оси Y , находящегося внутри эллипса (см. рис. 7), в больших делениях шкалы с точностью до десятых долей и результат умножьте на показания метки на переключателе “V/дел II”.

4. С помощью кнопочных переключателей на панели фазовращателя установите значение емкости $C_1 + C_2$ и повторите измерения п.п. 2-3.

5. Повторите измерения п.п. 2-3 при всех возможных значениях емкости фазовращателя.

В результате получится набор соответствующих значений (A_{2i}, φ_i, Y_i) , где i – номер опыта. Из уравнения (П.3.2) в Приложении 3 следует, что переменные $y = \frac{Y}{2A_2}$ и $x = \sin \varphi = \sin\left(\frac{2\pi\Delta t}{T}\right)$ связаны между собой линейным соотношением:

$$y = a \cdot x, \quad (3)$$

где a – постоянная.

Располагая экспериментальными значениями (A_{2i}, φ_i, Y_i) , вычислите $y_i = \frac{Y_i}{2A_{2i}}$ и $x_i = \sin \varphi_i$ и отметьте на координатной плоскости (x, y) все экспериментальные точки. Оцените визуально, хорошо ли расположение экспериментальных точек соответствует линейной зависимости (3).

6. Наилучшее с точки зрения МНК значение постоянной a и погрешность ее определения Δa можно найти по формулам (2).

Рассчитайте a и Δa и сделайте вывод о справедливости соотношения $a = 1$ в пределах точности измерений.

7*. Вычислите величину χ^2 по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - a \cdot x_i}{\Delta y_i} \right)^2,$$

где $\Delta y_i = \left[\left(\frac{\Delta Y_i}{2A_{2i}} \right)^2 + \left(\frac{Y_i \cdot \Delta A_{2i}}{2A_{2i}^2} \right)^2 \right]^{1/2}$, а $\Delta Y_i, \Delta A_{2i}$ – погрешности измерения Y и

A_2 соответственно, и сделайте вывод о соответствии экспериментальных данных линейной зависимости (3).

ЗАДАНИЕ 5. Получение фигур Лиссажу.

1. Соберите установку в соответствии с рис. 3 и включите генераторы и осциллограф.

Установите на обоих генераторах множитель частоты в положение “1”, уровень сигнала – в положение “0”.

На передней панели осциллографа установите переключатель “I, II, I и II, I+II” в положение “II”, а переключатель “X-Y, O” – в положение “X-Y”.

2. Получите на экране осциллографа и зарисуйте фигуры Лиссажу при соотношениях частот, указанных преподавателем. С помощью полученных рисунков проверьте правило для определения отношения частот складываемых колебаний и сделайте вывод (см. Приложение 3).

ЗАДАНИЕ 6. Изучение сложения колебаний одного направления и различных частот

1. Используя специальный разъем, соберите установку в соответствии с рис. 4 и включите один из генераторов и осциллограф.

Установите на обоих генераторах множитель частоты в положение “10³”, уровень сигнала – в положение “0 dB”.

2. Установив переключатели “I, II, I и II, I+II” и “Сеть Внешн. I II” в положение “II”, получите на экране осциллографа изображение сигнала, подаваемого на вход II с первого генератора. Плавно изменяя частоту сигнала, установите период колебаний, например, $T_1 = 50$ мкс.

Измерьте амплитуду сигнала A_1 .

3. Выключите первый и включите второй генератор. Получите на экране осциллографа устойчивое изображение второго сигнала.

Затем установите такое значение периода колебаний T_2 , чтобы выполня-

лось условие: $\frac{|T_1 - T_2|}{T_1} < 0,1$.

Измерьте амплитуду сигнала A_2 .

4. Включите оба генератора, подавая на вход II два сигнала близких частот. Используя переключатель “ВРЕМЯ/ДЕЛТ” и ручку “УРОВЕНЬ” получите картину биений на экране осциллографа (см. рис. П.2.3).

5. Измерьте минимальное и максимальное значения амплитуды результирующих колебаний на экране осциллографа. Сравните полученные результаты с $|A_1 - A_2|$ и $A_1 + A_2$ и сделайте вывод.

6. Измерьте период биений T_B и сравните его с теоретическим значением

$$T_B = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} = \frac{T_1 \cdot T_2}{|T_1 - T_2|}.$$

7. Повторите измерения п.п. 2-6 при других значениях T_1 и T_2 и сделайте вывод.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Устройство и принцип работы электронного осциллографа

Электронный осциллограф – универсальный и самый распространенный прибор для исследования электрических сигналов. С его помощью можно визуально наблюдать форму сигнала, а также измерять его амплитуду и временные характеристики.

Основной частью электронного осциллографа является электронно-лучевая трубка (ЭЛТ), схематически изображенная на рис. П.1.1.

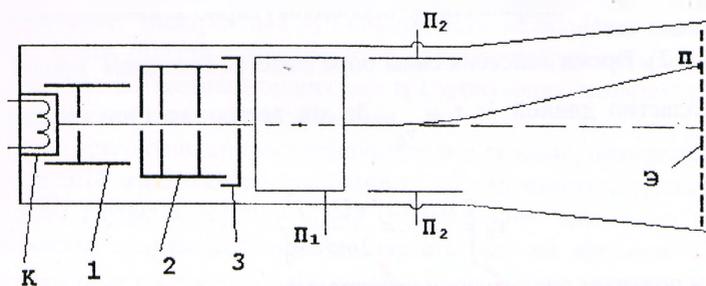


Рис. П.1.1.

ЭЛТ представляет собой стеклянный баллон конической формы, в котором создан высокий вакуум. Внутри баллона размещены электронная пушка, отклоняющая система и люминесцирующий экран Э, панесенный изнутри на стенку трубки. Электронная пушка испускает тонкий пучок электронов (электронный луч), создающий маленькое пятнышко п на экране Э, и состоит из подогреваемого катода К, а также управляющего электрода 1 и двух анодов 2, 3, выполненных в виде трех коаксиальных цилиндров. Управляющий электрод имеет отрицательный потенциал относительно катода ($-20 \div 70$ В) и сжимает выходящий из катода электронный пучок. Изменяя этот потенциал, можно изменять количество электронов, проходящих через диафрагмы первого анода, а следовательно, регулировать яркость пятна на экране. Потенциал первого анода положителен относительно катода, а потенциал второго анода положителен относительно первого анода. При этом между управляющим электродом и первым анодом, а также между первым и вторым анодами возникают неоднородные электрические поля (так называемые электрические линзы), отклоняющие электроны к оси трубки. Регулируя потенциал анодов, можно изменять поперечное сечение электронного пучка и добиться наилучшей фокусировки пятна на экране. Потенциал второго анода относительно катода определяет также конечную скорость электронов в пучке. В типовых ЭЛТ потенциал пер-

вого анода делают равным $U_1 = +(200 \div 500)$ В, а потенциал второго анода доводят до $U_2 = +(4000 \div 8000)$ В.

Для отклонения электронного пучка в горизонтальном (X) и вертикальном (Y) направлениях служат две пары металлических пластин $\Pi_1\Pi_1$ и $\Pi_2\Pi_2$. Если к одной из пар пластин, например $\Pi_1\Pi_1$, приложить напряжение U , то между пластинами возникнет электрическое поле с напряженностью $E = \frac{U}{d}$, где d - расстояние между пластинами. При движении электрона между этими пластинами на него будет действовать сила $F = eE = \frac{eU}{d}$, сообщающая электрону ускорение $a = \frac{F}{m} = \frac{eU}{md}$, направленное перпендикулярно к начальной скорости v_0 (см. рис. П.1.2). Время действия силы определяется временем пролета электрона вдоль пластин длиной l : $t_1 = \frac{l}{v_0}$. За это время электрон смещается на расстояние

$$x_0 = \frac{a \cdot t_1^2}{2} = \frac{eU}{2md} \cdot \frac{l^2}{v_0^2}$$

вдоль оси ox и получает составляющую скорости

$$v_x = a \cdot t_1 = \frac{eU}{md} \cdot \frac{l}{v_0}$$

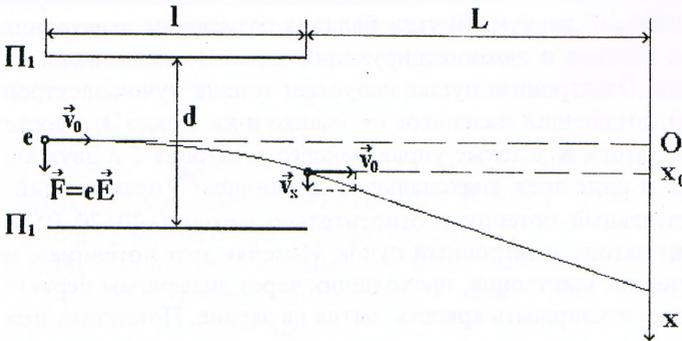


Рис. П.1.2.

Далее электрон движется равномерно и прямолинейно в течение времени $t_2 = \frac{L}{v_0}$, где L - расстояние от пластин до экрана, и смещается вдоль оси ox еще на расстояние

$$\Delta x = v_x \cdot t_2 = \frac{v_x}{v_0} L = \frac{eU}{md} \cdot \frac{l \cdot L}{v_0^2}$$

В результате суммарное смещение электрона составляет

$$x = x_0 + \Delta x = \frac{eU}{2md} \cdot \frac{l^2}{v_0^2} + \frac{eU}{md} \cdot \frac{l \cdot L}{v_0^2} = k \cdot U,$$

где $k = (1 + \frac{l}{2L}) \frac{e \cdot l \cdot L}{mdv_0^2}$ – постоянная, называемая чувствительностью осцилло-

графа. Таким образом, смещение пятна на экране осциллографа пропорционально приложенному к пластинам напряжению, что позволяет использовать осциллограф в качестве вольтметра. С другой стороны, так как масса электронов очень мала, электронный луч практически не обладает никакой инерцией даже для очень быстро изменяющихся напряжений, то есть отклонение электронного луча во времени полностью воспроизводит зависимость от времени приложенного к пластинам напряжения.

Чаще всего осциллограф используется в режиме, позволяющем получать на экране ЭЛТ изображение зависимости исследуемого напряжения от времени. В этом случае к горизонтально отклоняющим пластинам прикладывают электрическое напряжение, линейно нарастающее во времени: $U_1(t) = b \cdot t$ (такое напряжение создается специальным генератором внутри осциллографа – генератором развертки). Это напряжение вызывает смещение пятна на экране ЭЛТ $x(t) = k_1 \cdot U_1(t) = k_1 \cdot b \cdot t = B \cdot t$, то есть пятно на экране равномерно перемещается в горизонтальном направлении. К вертикально отклоняющим пластинам при этом прикладывают исследуемое напряжение, предварительно усиленное до необходимой величины. Под действием обоих электрических полей, создаваемых горизонтально и вертикально отклоняющими пластинами, пятно на экране вычерчивает кривую $y = k \cdot U(x) = k \cdot U(B \cdot t)$, изображающую зависимость исследуемого напряжения от времени (временная развертка сигнала). Постоянные B и k определяют масштаб времени и напряжения на координатных осях X и Y соответственно и подбираются таким образом, чтобы кривая на экране была наиболее удобна для наблюдения.

Ясно, что для наблюдения начального участка сигнала линейно растущее напряжение на горизонтально отклоняющих пластинах “ X ” должно появиться одновременно или несколько раньше, чем исследуемый сигнал на пластинах “ Y ”, то есть момент запуска генератора развертки должен быть синхронизован с исследуемым сигналом. Эту задачу выполняет специальная схема синхронизации и запуска развертки, которая может работать в режиме внутренней или внешней синхронизации. В первом случае запуск генератора развертки производится самим исследуемым сигналом, а во втором – сигналом от дополнительного внешнего источника напряжения. Выбор вида синхронизации определяется условиями измерений.

В некоторых типах осциллографов предусмотрена также возможность отключения генератора развертки и подачи на горизонтально отклоняющие пластины сигнала от внешнего источника напряжения. Такой режим расширяет измерительные возможности осциллографа и позволяет, например, получать на экране ЭЛТ фигуры Лиссажу.

Обычно в состав осциллографа входит также специальный генератор (калибратор), вырабатывающий калиброванное по амплитуде и частоте напряжение. Это напряжение бывает двух видов: прямоугольные импульсы фиксированной амплитуды, следующие с некоторой частотой, и постоянное напряжение, по амплитуде равное импульсному. При наличии калибратора можно быстро без каких-либо дополнительных приборов оценить работоспособность осциллографа и произвести его настройку.

Органы управления осциллографа С1-137.

Любой осциллограф имеет ряд органов управления, расположенных на передней панели, а также на задней, верхней и нижней стенках прибора. В зависимости от типа осциллографа количество их может быть различным. Все органы управления имеют соответствующую маркировку. В качестве примера рассмотрим размещение и назначение органов управления осциллографа С1-137.

Органы управления, расположенные в левом нижнем углу передней панели осциллографа, предназначены:

тумблер "СЕТЬ" – для включения и выключения прибора;

ручка "☀" – для установки необходимой яркости луча ЭЛТ;

ручка "∞" – для регулирования фокусировки луча ЭЛТ;

клемма "⊕ 1V 1kHz" – для вывода калиброванного напряжения;

гнездо "⊥" – для подключения корпуса прибора (не предназначена для заземления).

Органы управления, расположенные на правой нижней половине передней панели осциллографа, определяют работу канала вертикального отклонения и предназначены:

гнезда "⊕ 1MΩ 20 pF I" и "⊕ 1MΩ 20 pF II" – для подачи исследуемого напряжения на вход усилителя вертикального отклонения каналов I и II соответственно;

переключатель "⋈, ~" – для выбора режима открытого ("⋈") и закрытого ("~") входа усилителя вертикального отклонения каналов I и II;

переключатель "---, →→" – для включения поочередного и прерывистого режима работы каналов вертикального отклонения (двухканальный режим);

переключатель "I, II, I и II, I+II" – для включения канала I, канала II, двухканального режима ("I и II") и режима алгебраического суммирования напряжений, подаваемых на вход каналов I и II ("I+II");

переключатель "ИНВ, 0" – для инвертирования сигнала в канале II;

переключатели "V/ДЕЛ I" и "V/ДЕЛ II" – для ступенчатого переключения чувствительности усилителей вертикального отклонения каналов I и II;

ручки, обозначенные "⚡" – для перемещения луча по вертикали каналов I и II.

Органы управления, расположенные на правой верхней половине передней панели осциллографа, определяют работу блоков развертки и синхронизации и предназначены:

переключатель "ВРЕМЯ/ДЕЛ" – для установки коэффициента развертки;

ручка " \leftrightarrow " – для перемещения луча по горизонтали;

переключатель " $\mu\text{s}, \text{ms}$ " – для выбора масштаба коэффициента развертки;

переключатель " $\times 1, \times 10$ " – для включения десятикратного растяжения развертки;

переключатель "НОРМ, АВТ" – для выбора режима работы развертки: ждущего ("НОРМ") или автоколебательного ("АВТ");

переключатель "X-Y, 0" – для включения режима работы X-Y (в режиме X-Y на горизонтально отклоняющие пластины поступает сигнал, подаваемый на вход канала I, в режиме "0" – сигнал с генератора развертки);

переключатель "ПОЛЕ, СТР" – для выбора синхронизации сигналом телевизионной строки ("СТР") или кадра ("ПОЛЕ");

переключатель "ТВ, 0" – для включения режима синхронизации развертки телевизионным сигналом;

переключатель "СЕТЬ, I, II, ВНЕШН" – для выбора синхронизации развертки от канала I ("I") или канала II ("II"), сигналом сети питания ("СЕТЬ") или внешним сигналом ("ВНЕШН");

переключатель "+,-" – для выбора полярности сигнала синхронизации развертки;

переключатель " \sim, \sim " – для установки открытого (" \sim ") или закрытого (" \sim ") входа синхронизации;

ручка "УРОВЕНЬ" – для выбора уровня запуска развертки;

гнездо "⊕ СИНХР" – для ввода сигналов внешней синхронизации.

Органы управления, расположенные на задней стенке прибора, предназначены:

шлиц "⊖" – для регулировки астигматизма луча ЭЛТ;

переключатель "220 V, 127V" – для переключения напряжения сети питания;

клемма корпусная "⊕" – для защитного заземления корпуса прибора.

Органы управления, расположенные на нижней стенке прибора, предназначены:

шлиц "YI▷", "YII▷" – для калибровки чувствительности каналов I и II вертикального отклонения;

шлиц "X-Y▷" – для корректировки коэффициента усиления канала X в режиме X-Y;

шлиц "I▷ Δ II▷" – для балансирования лучей каналов I и II.

Органы управления, расположенные на верхней стенке прибора, предназначены:

шлиц "x10▷, x1▷" – для калибровки длительности развертки.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Анализ сложения гармонических колебаний одного направления с помощью метода векторных диаграмм.

Предположим, что система одновременно участвует в двух колебательных процессах, например, на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ одновременно подаются два сигнала:

$$U_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad U_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2) .$$

Тогда отклонение электронного луча от горизонтальной оси на экране осциллографа будет воспроизводить зависимость от времени напряжения $U(t) = U_1(t) + U_2(t)$, т.е. является результатом сложения двух гармонических колебаний одного направления. Проанализировать зависимость функции $U(t)$ от времени можно, воспользовавшись методом векторных диаграмм. Суть этого метода состоит в следующем.

На координатной плоскости (x,y) построим окружность радиуса A с центром в начале координат (см. рис. П.2.1). Предположим, что точка M движется

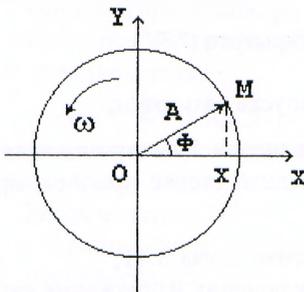


Рис. П.2.1

по окружности с угловой скоростью ω . Положение точки на окружности можно задать полярным углом Φ между радиус-вектором OM и положительным направлением оси x . При движении точки M угол Φ изменяется с течением времени по закону: $\Phi = \omega \cdot t + \alpha$, где α – значение Φ в момент времени $t=0$. Тогда координата x точки M в момент времени t будет равна:

$$x = A \cdot \cos\Phi = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha),$$

т.е. проекция вектора OM на ось x совершает гармонические колебания с амплитудой

A , циклической частотой ω и начальной фазой α . Таким образом, гармонические колебания величины x можно представлять с помощью радиус-вектора, равномерно вращающегося вокруг начала координат против часовой стрелки, длина которого равна амплитуде колебаний, а угловая скорость вращения – циклической частоте колебаний. При этом в начальный момент времени угол между радиус-вектором и осью x равняется начальной фазе колебаний α . Такое изображение колеблющейся величины в виде вращающегося радиус-вектора называется векторной диаграммой.

Векторные диаграммы особенно удобны для анализа сложения гармонических колебаний одного направления. Действительно, из векторного анализа

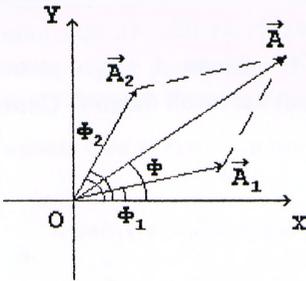


Рис. П.2.2

известно, что при сложении векторов проекция на ось x результирующего вектора $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$ равняется сумме соответствующих проекций векторов \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , т.е. $x = x_1 + x_2$. Поэтому для определения результата сложения двух колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ достаточно сложить два вектора, изображающие эти колебания, а затем спроектировать полученный результат на ось x . При этом амплитуда и фаза результирующего колебания определяется из простых геометрических соотношений.

В качестве примера рассмотрим сложение двух гармонических колебаний $x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1)$ и $x_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2)$. В момент времени t фазы этих колебаний равны:

$$\Phi_1 = \omega_1 t + \varphi_1, \quad \Phi_2 = \omega_2 \cdot t + \varphi_2.$$

Тогда на векторной диаграмме эти колебания будут изображаться двумя радиус-векторами \vec{A}_1 и \vec{A}_2 (см. рис. П.2.2). Результирующим колебаниям соответствует вектор $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$, проекция которого на ось x равна:

$$x(t) = A \cdot \cos(\Phi(t)). \tag{П.2.1}$$

По теореме косинусов находим:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Phi_2(t) - \Phi_1(t)), \tag{П.2.2}$$

$$\operatorname{tg}\Phi(t) = \frac{A_1 \sin \Phi_1(t) + A_2 \sin \Phi_2(t)}{A_1 \cos \Phi_1(t) + A_2 \cos \Phi_2(t)}. \tag{П.2.3}$$

Если частоты колебаний ω_1 и ω_2 не одинаковы, то векторы \vec{A}_1 и \vec{A}_2 будут вращаться против часовой стрелки с различными угловыми скоростями. При этом результирующий вектор \vec{A} будет вращаться неравномерно, изменяясь по модулю в соответствии с (П.2.2).

Предположим, что колебания имеют близкие частоты. Обозначив $\omega_1 = \omega$, $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$ и положив $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \varphi$, перепишем (П.2.2), (П.2.3) в виде:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\omega \cdot t + \varphi), \quad (\text{П.2.4})$$

$$\operatorname{tg}\Phi(t) = \operatorname{tg}(\omega \cdot t + \alpha(t)) \quad \text{или} \quad \Phi(t) = \omega \cdot t + \alpha(t), \quad (\text{П.2.5})$$

$$\text{где } \operatorname{tg}\alpha(t) = \frac{A_2 \sin(\Delta\omega \cdot t + \varphi)}{A_1 + A_2 \cos(\Delta\omega \cdot t + \varphi)}.$$

При условии $\Delta\omega \ll \omega$ за то время, в течение которого $\cos(\omega \cdot t)$ совершает несколько полных колебаний, величина $(\Delta\omega \cdot t + \varphi)$, а следовательно и $\alpha(t)$, почти не изменяется. Таким образом, результатом сложения двух гармонических колебаний одного направления и близких частот являются негармонические колебания (П.2.1), амплитуда $A(t)$ и начальная фаза $\alpha(t)$ которых медленно изменяются в соответствии с (П.2.4), (П.2.5). Такие колебания называются биениями. Их график показан на рис. П.2.3. Как следует из (П.2.4), при биениях амплитуда колебаний изменяется в пределах от $|A_1 - A_2|$ до $A_1 + A_2$ с циклической частотой $\Delta\omega$, которая называется циклической частотой биений. Соответственно, период биений равен: $T_B = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$.

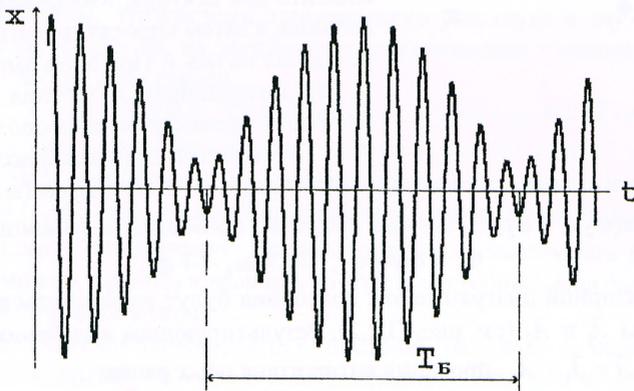


Рис. П.2.3

Если частоты колебаний совпадают ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), то разность фаз колебаний $\Phi_2(t) - \Phi_1(t) = \varphi$ не зависит от времени. Поэтому угол φ между векторами \vec{A}_1 и \vec{A}_2 на векторной диаграмме с течением времени не изменяется. Нарисовав соответствующую диаграмму в момент $t = 0$, из геометрических соображений легко показать, что соотношения (П.2.2), (П.2.3) принимают вид:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \varphi, \quad (\text{П.2.6})$$

$$\Phi(t) = \omega \cdot t + \alpha,$$

$$\text{где } \operatorname{tg}\alpha = \frac{A_2 \cdot \sin \varphi}{A_1 + A_2 \cdot \cos \varphi}. \quad (\text{П.2.7})$$

Итак, в результате сложения двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты получаются гармонические колебания той же частоты, амплитуда и начальная фаза которых определяется соотношениями (П.2.6), (П.2.7).

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний.

Предположим, что материальная точка движется в плоскости (x,y) и ее координаты изменяются с течением времени по законам:

$$x(t) = A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t), \quad y(t) = A_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi). \quad (\text{П.3.1})$$

Для получения уравнения траектории движения материальной точки необходимо исключить время t из уравнений (П.3.1). Для этого из первого уравнения

выражаем $\cos(\omega \cdot t) = \frac{x}{A_1}$ и подставляем во второе уравнение:

$$\frac{y}{A_2} = \cos(\omega \cdot t + \varphi) = \cos(\omega \cdot t) \cos \varphi - \sin(\omega \cdot t) \sin \varphi = \frac{x}{A_1} \cos \varphi - \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \sin \varphi.$$

После несложных преобразований получаем уравнение траектории в виде:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \varphi = \sin^2 \varphi. \quad (\text{П.3.2})$$

Уравнение (П.3.2) есть уравнение эллипса, ориентация которого относительно осей x и y зависит от амплитуд A_1 и A_2 и разности фаз колебаний φ . Таким образом, материальная точка, совершая колебания во взаимно перпендикулярных направлениях с одинаковыми частотами ω , движется по эллипсу, делая один оборот за время, равное периоду складываемых колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Если разность фаз колебаний $\varphi = 0$, то уравнение (П.3.2) принимает вид:

$$\left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0 \quad \text{или} \quad y = \frac{A_2}{A_1} x.$$

Таким образом, при $\varphi = 0$ эллипс вырождается в отрезок прямой (см. рис. П.3.1а).

Аналогично, при $\varphi = \pi$ из (П.3.2) получается уравнение:

$$\left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0 \quad \text{или} \quad y = -\frac{A_2}{A_1} x,$$

т.е. результирующее движение материальной точки также представляет собой гармонические колебания вдоль прямой (см. рис. П.3.1б).

При $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ уравнение (П.3.2) принимает вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1,$$

т.е. материальная точка движется по эллипсу, полуоси которого ориентированы вдоль осей x и y и по величине равны амплитудам складываемых колебаний (см. рис. П.3.1в).

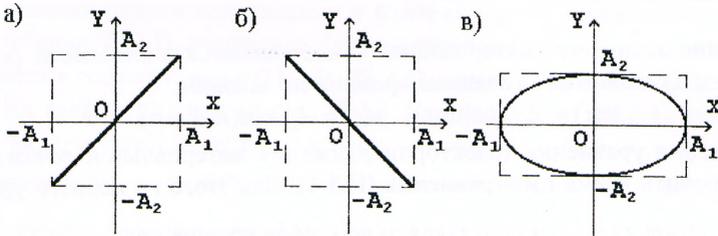


Рис. П.3.1

Если частоты взаимно перпендикулярных колебаний не одинаковы, то траектория результирующего движения имеет вид сложных, вообще говоря, незамкнутых кривых, называемых фигурами Лиссажу. Однако, если частоты колебаний равны $\omega_1 = n \cdot \omega$, $\omega_2 = m \cdot \omega$, где n и m - целые числа, то значения координат материальной точки одновременно повторяются через одинаковые промежутки времени T , равные наименьшему кратному $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ и $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$ -

периодов колебаний вдоль осей x и y . При этом фигуры Лиссажу представляют собой замкнутые кривые, вписанные в прямоугольник со сторонами $2A_1$ и $2A_2$, где A_1 и A_2 - амплитуды складываемых колебаний.

По общему виду фигур Лиссажу можно легко определить отношение частот складываемых колебаний. Для этого достаточно подсчитать число точек пересечения кривой с горизонтальной осью n_x и вертикальной осью n_y . Тогда

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_y}{n_x}$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назначение осциллографа.
2. Устройство и принцип действия ЭЛТ.
3. Как измерить амплитуду и длительность импульса ?
4. Как измерить разность фаз колебаний ?
5. Что такое биения и как их наблюдать ?

6. Как определить отношение частот складываемых колебаний по фигурам Лиссажу ?

ЛИТЕРАТУРА

1. Калашников С.Г. Электричество.- М., 1985.- С.399-400.
2. Савельев И.В. Курс физики. Т.2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.- М., 1989.- С.256-264.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики.- М., 1989.- С.303-307.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Прокопеня Александр Николаевич
Чопчиц Николай Игнатъевич

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ ФИЗИКИ.
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.

Методические указания по выполнению
лабораторной работы Э8

“Изучение сложения гармонических колебаний с помощью осциллографа”

Ответственный за выпуск Прокопеня А.Н.

Редактор Строкач Т.В.

Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 02.07.02. Формат 60x84/16. Печать офсетная. Усл. п. л. 1,6.
Уч. изд. л. 1,75. Тираж 200 экз. Заказ № 632. Отпечатано на ризографе Учреждения образования "Брестский государственный технический университет".
224017, Брест, ул. Московская, 267.