

4. Джумаев А. Я. Возможности использования солнечной энергии в регионах Туркменистана. // Вестник Гомельского Государственного технического университета имени П.О. Сухого. Научно-технический журнал. №3/4 (82,83), 2020. С.74-80.

**Назаров С. Г., Рахимов М. Р., Якубов М. С.**

## **О ПРИБЛИЖЕННОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕМПЕРАТУРЫ В ТЕПЛИЦЕ**

*Государственный энергетический институт Туркменистана*

Предлагается оптимальная математическая модель использования теплоты продуктов сгорания в электростанциях. Горячая вода с температурой от 40 °С до 55 °С, получаемая при вторичном использовании продуктов сгорания с помощью специальной конструкции, может быть использована для обогрева теплиц и помещений [1, см. библиографию]. Предлагаемая в данной работе математическая модель, позволяет построить оптимальную модель процесса установления оптимальной температуры для отопления теплиц.

Рассмотрим одномерную задачу определения оптимальной температуры  $u \equiv u(t, x)$  движущейся жидкости по трубе в теплице [1]

$$u_t - au_{x^2} + wu_x + k(t)u = f + f_1, \quad (x, t) \in Q_T, \quad (1)$$

где  $a$  – коэффициент теплопроводности,  $k(t)$  – коэффициент, характеризующий скорость температуропроводности внешней среды,  $w$  – скорость движения жидкости,  $u$  – температура жидкости (воды).

Определим начально-граничные условия

$$\begin{cases} u(0, x) = c(x), & x \in (0, l) \\ u(t, 0) = g(t), & u(t, l) = 0, t \in (0, T) \end{cases} \quad (2)$$

где  $t \in [0, T]$ ;  $x \in \Omega = (0, l)$ , граница  $\partial\Omega = S = \{x = 0, x = l\}$ ,  $Q_T = (0, T) \times (0, l)$ ,  $S_T = S \times [0, T]$ ;  $f_1 = f_1(t, x)$  – постоянно действующая сила, учитывающая температуры внешней среды (воздуха, охлаждающей или подогревающей воды, формы и виды защиты теплицы, интенсивности солнечной радиации и другие параметры);  $f = f(t, x)$  – регулируемая внешняя сила (например, геометрическая форма трубы, поверхность нагрева специально создаваемой шероховатостью для интенсификации теплоотдачи при турбулентном течении теплоносителя (воды), температура подаваемой воды, и др.), в граничных условиях (2) функции  $g(t)$  – например, регулируемая температура подаваемой воды на границе, т. е. в левом конце трубы, др.

В качестве управляющих параметров принимаем функции  $f, g$  из ограниченного множества их значений:  $-N_1 \leq f(t, x) \leq N_2$ ,  $-N_3 \leq g(t) \leq N_4$ . Считается, что скорость  $w$  жидкости известна и постоянна [1]. Сформулируем задачу оптимального моделирования процесса теплопередачи. Требуется найти управляющие функции  $f(t, x) = f(t, u)$ ,  $g(t) = g(t, u)$ , как функции состояния  $u = u(t, u)$  и такие, что в конечный момент времени  $t = T$  ( $T$  – фиксирован) функционал

$$\mathcal{E}[u(T, x)] = \int_0^l [u(T, x) - \psi(x)]^2 dx = \|u_T - \psi\|^2, \quad (u_T = u(T, x); t_0 = 0), \quad (3)$$

принимал минимальное возможное значение. Здесь  $\psi = \psi(x)$  – заданная функция. По определению положим

$$S[t, u(t, x)] = \min_{\substack{-N_1 \leq f(x, \tau) \leq N_2; -N_3 \leq g(\tau) \leq N_4 \\ t \leq \tau \leq T}} \mathcal{E}[u(T, x)].$$

Тогда  $S[t_0, u(t_0, x)]$  будет минимальное значение функционала (3). Для определения функционала  $S[t, u(t, x)]$  получено уравнение Беллмана [2]

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \min_{p, f} \{ a(u, \vartheta_{x^2}) - (u, k\vartheta) + (f + f_1, \vartheta) + ag(t)\vartheta_x(t, 0) \}, \quad (4)$$

$$S[T, u(T, x)] = \mathcal{E}[u(T, x)], \quad (5)$$

где  $(u, \vartheta)$  – скалярное произведение элементов  $u, \vartheta \in L_2(0, l)$ ,  $\vartheta = \vartheta(t, x)$  – функциональная производная Фреше функционала Беллмана  $S$ . Из функционального уравнения (4) видно, что оптимальные значения управляющих параметров  $f, g$  может достичь при условии, что

$$\tilde{f}(x, t) = \begin{cases} -N_1, & \text{если } \vartheta(t, x) > 0 \\ N_2, & \text{если } \vartheta(t, x) < 0 \end{cases}, \quad (6)$$

$$\tilde{g}(t) = \begin{cases} -N_3, & \text{если } \vartheta_x(t, 0) > 0 \\ N_4, & \text{если } \vartheta_x(t, 0) < 0 \end{cases}.$$

Покажем один способ приближенного решения задачи оптимального моделирования, основанного на способе многошагового процесса метода динамического программирования. Положим  $t = T$ , тогда значение функционала  $S$  не зависит от управления. Так как по условию (5) значение  $S[T, u(T, x)]$  задано, то вычисляем дифференциал Фреше:  $\Delta S[T, u(T, x)] = \Phi(T, u(T, x); h) + 0(h)$ , где  $\Phi(T, u(T, x); h)$  можно представить в виде линейного функционала. Используя условие (5) получаем, что  $dS[T, u(T, x)] = d\mathcal{E}[u(T, x)]$ . Согласно определению функционала  $\mathcal{E}[u(T, x)]$  находим, что  $d\mathcal{E}[u(T, x)] = 2 \int_0^l [u(T, x) - \psi(x)]h(x) dx$ . Таким образом,  $\vartheta(T, x) = 2[u(T, x) - \psi(x)]$ ,  $\vartheta_x(t, 0) = 2[u_x(T, 0) - \psi_x(0)]$ . Используя найденные значения  $\vartheta(T, x)$  и уравнения (1), получим явное выражение функциональной производной Фреше функционала Беллмана  $S[t, u(t, x)]$  на элементе  $u(T, x)$ .

Теперь переходим ко второму этапу приближенного решения задачи оптимизации температуры. Берем некоторое малое  $\Delta t$  и вычисление производим для определения  $\vartheta(T - \Delta t, x)$  в момент времени  $T - \Delta t$ . Величину  $u(T - \Delta t, x)$  заменим на  $u(T - \Delta t, x) + h(x)$ ,  $h(0) = h(l) = 0$ . Используем выражение для  $S[T - \Delta t, u(T - \Delta t, x)]$ . С другой стороны, разница  $S[T - \Delta t, u(T - \Delta t, x) + h(x)] - S[T - \Delta t, u(T - \Delta t, x)]$  без учета малых величин высшего порядка дает интеграл следующего вида  $\int_0^l a(T - \Delta t, x)h(x) dx$ . Тогда можно  $\vartheta(T - \Delta t, x) = a(T - \Delta t, x)$ . В итоге получим выражение вида:  $\vartheta(T - \Delta t, x) = 2u(T, x) - 2\psi(x) - 2\{a[2u_{x^2}(T, x) - \psi''(x)] - w\psi'(x) - k(T)[2u(T, x) - \psi(x)] + \tilde{f}(T, x) + f_1(T, x)\} \Delta t$ .

Подставляя теперь значения функции  $\vartheta(T - \Delta t, x)$  в формуле (6) определяем,  $\tilde{p}(T - \Delta t)$ . Таким образом, последовательно можно построить функционал  $S[t, u(t, x)]$  при любом  $t \in [t_0, T]$ , следовательно, при любом  $t \in [t_0, T]$  определяется функция  $\vartheta(t, x)$ . Подставляя значение  $\vartheta(t, x)$  в (6), находим закон управления в любой момент времени.

## Программа приближенного решения задачи об оптимальной температуре в теплице

Приведем графическую иллюстрацию оптимальной траектории для первого приближения при  $l = 1$  и специально заданных функций. Используем условие (6). Численные значения решения оптимального моделирования получены с помощью программы Matlab R2016a. Положим:  $a = 0.6$ ,  $f_1 = \exp(x + t) * \sin t$ ,  $k(t) = 0.3 + 0.1 * t$ ;  $\psi(x) = 40 - 2 * x$ ;  $N_1 = -2$ ;  $N_3 = 45$ ;  $N_4 = 55$ ;  $N_2 = 10$ ;

```
function Heatoptimization1D
a = 0.60; m = 0; N1 = -2; N3 = -45; N4 = 55; N2 = 10;
clc
global sert;
options = odeset ('RelTol', 1e-2, 'Abstol', 1e-2);
function wFun = w (x, t)
    wFun = 4;
end
function kFun = k (t)
    kFun = 0.3 + 0.1 * t;
end
function f1Fun = f1 (x ,t)
    f1Fun = exp (x + t) * sin (t); % external force (refers to pipe geometry, etc.)
end
function cFun = c0 (x) % initial condition
    cFun = -10;
end
function [c,f,s] = heatpde (x, t,u, dudx)
    function f0Fun = f0 (x, t)
        function psixFun = psix (x)

            psixFun = 40 - 2 * x;
        end
        if (u - psix (x) ) >0
            f0Fun = -N1;
        end
        if (u - psix (x) ) <= 0
            f0Fun = N2;
        end
    end
    function sertFun=sert (x,t)
        sert = dudx - diff (psix (x), x);
    end
    c =1;
    f = a * dudx;
    s =-w (x, t) * dudx - k (t) *u + f0 (x, t) + f1 (x, t);
end

function u0Fun = heatic (x)
    u0Fun = c0 (x);
```

```

end
function [pl, ql, pr, qr ] = heatbc (xl, ul, xr, ur, t)
function gFun = g (t)
if sert (0,t) > 0
pl = ul + N3;
end
if sert (0,t) <= 0
pl = ul - N4;
end
end
pr = ur;
ql= 0;
qr =0;
end
x = linspace (0, 1, 100);
t = linspace (0, 1, 100);
sol = pdepe (m, @ heatpde, @ heatic, @ heatbc, x, t, options);
u = sol (:,:,1)
figure (1);
plot (x, u);
title ( ' Optimum temperature conditions ' )
ylabel ( ' Temperature ' );
xlabel ( 'x ' );
figure (2);
mesh (t, x,u)
title ( ' Numerical solution of heat transfer ' )
xlabel ( 'x ' )
ylabel ( 't' )
zlabel ( ' Temperature ' )
end

```

Укажем графики оптимального режима.

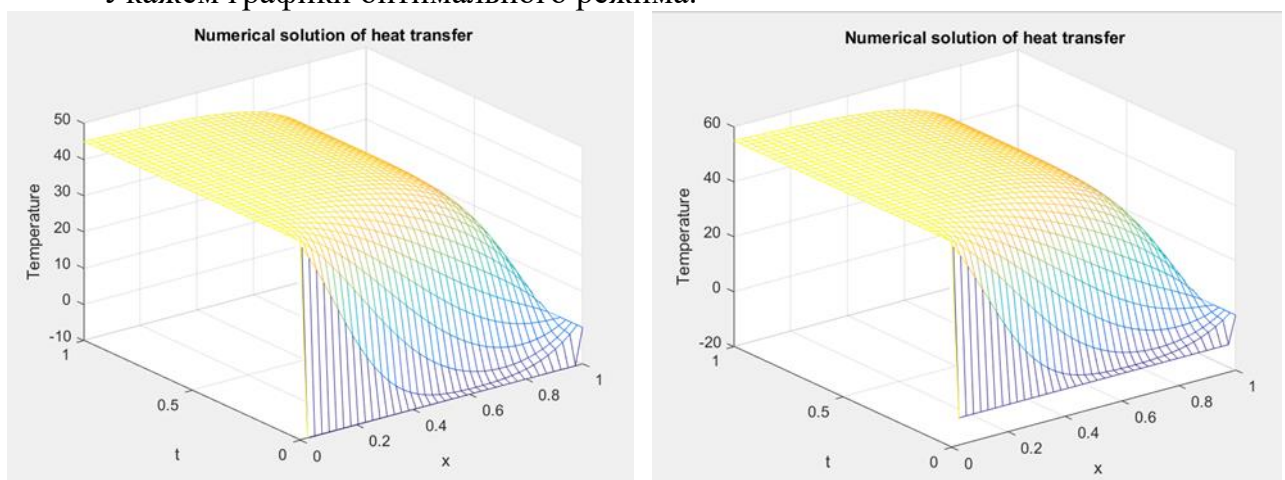


График 5.1 – Трехмерный график численного решения задачи об оптимальной температуре в теплице: рисунок а)  $g(t) = 45$ ; б)  $g(t) = 55$ .

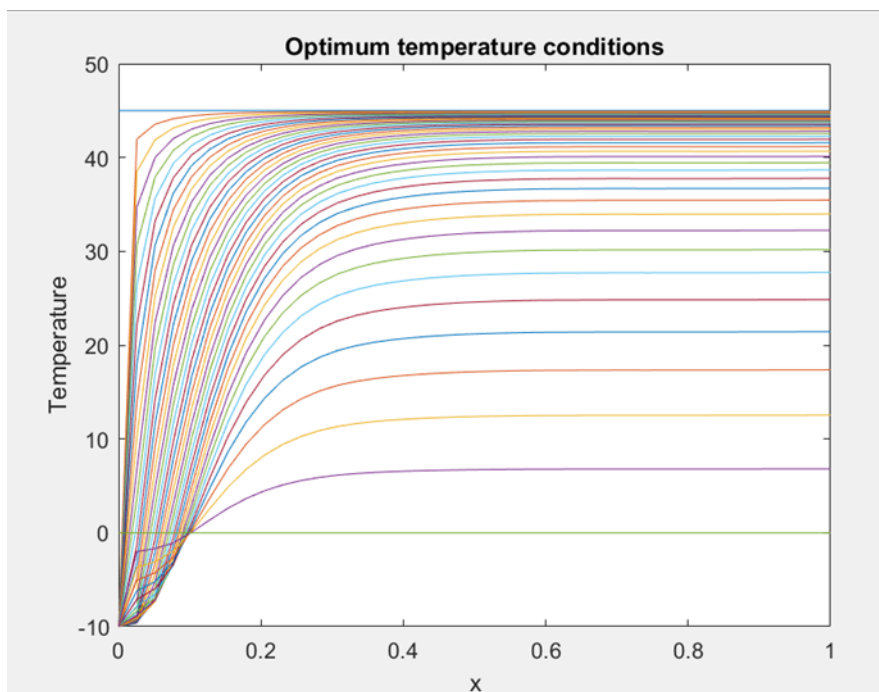


График 5.2 ( $g(t) = 45$ ) – Двухмерный график численного решения задачи оптимальной температуры в теплице

*Список использованных источников:*

1. М. Рахимов, Оптимальное моделирование процессов теплопередачи и колебаний. Методы динамического программирования и спектрального разложения, научная монография, LAP, LAMBERT Academic Publishing, ISBN:978-620-3-30910-2.

**Веремейчик А. И., Парфиевич А. Н., Томашев И. Г., Сазонов М. И.,  
Хвисевич В. М.**

### **РАЗРАБОТКА ГЕНЕРАТОРА НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ КИСЛОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ**

*Брестский государственный технический университет. кафедра прикладной механики*

**Введение.** Электродуговые нагреватели газа (плазмотроны) широко применяются для стационарного нагрева газовых сред до состояния низкотемпературной плазмы 10000 К. Использование их в промышленных технологиях обеспечило разнообразие конструктивных решений плазменных устройств. Энергетические и электрофизические характеристики плазмотронов определяются главным образом геометрическими и газодинамическими параметрами разрядной камеры [1–8]. Генераторы кислородной плазмы находят применение в металлургии, химической промышленности, например, получение двуокиси титана и озонирование, а также могут применяться для получения озона в различных областях.

**Методика теоретических и экспериментальных исследований.** С целью получения исходных данных для моделирования и разработки плазмотрона,