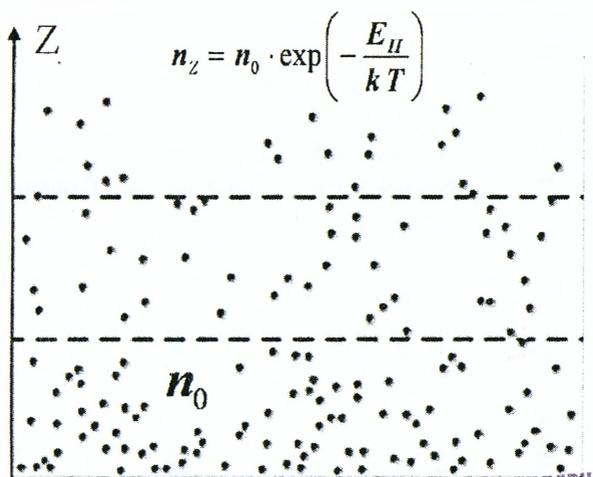


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
"БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

КАФЕДРА ФИЗИКИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы М16
"ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬЦМАНА"



Брест 2013

Методические указания составлены в соответствии с типовой программой курса физики для инженерно-технических специальностей. В указаниях приведены необходимые для понимания сущности физических процессов теоретические сведения, объясняющие принцип действия используемых приборов и аппаратуры, излагается методика проведения экспериментов, приводятся задания для самостоятельной работы. Даны контрольные вопросы и список рекомендуемой литературы.

Методические указания к выполнению лабораторной работы М16 предназначены для студентов БрГТУ всех технических специальностей и форм обучения.

Составители: В.И.Гладковский, к.ф.-м.н., доцент
В.Я. Хуснутдинова, к.ф.-м.н., доцент
Н.И. Чопчиц, доцент

ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

I. ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучить распределение Больцмана.

ЗАДАЧИ:

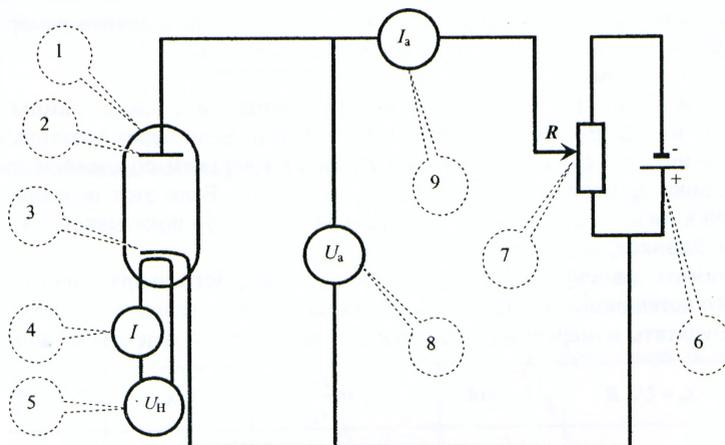
- экспериментально определить значение постоянной Больцмана;
- усвоить физический смысл постоянной Больцмана;
- изучить физический смысл распределения Больцмана;
- оценить число Авогадро.

II. ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:

двухэлектродная электронная лампа; источник постоянного тока; вольтметр для установки напряжения накала; вольтметр для измерения анодного напряжения; миллиамперметр для определения тока накала; миллиамперметр для определения анодного тока; потенциометр.

III. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка для изучения распределения Больцмана состоит из двухэлектродной электронной лампы, вольтметра для установки напряжения накала U_H , вольтметра для измерения анодного напряжения U_a и миллиамперметра для определения анодного тока I_a . Принципиальная схема установки изображена на рисунке 1.



1 – двухэлектродная электронная лампа; 2 – анод; 3 – катод; 4 – миллиамперметр для определения тока накала I_H ; 5 – вольтметр для измерения напряжения накала U_H ; 6 – источник анодного напряжения; 7 – переменное сопротивление R для изменения анодного напряжения (потенциометр); 8 – вольтметр для измерения анодного напряжения U_a ; 9 – миллиамперметр для определения анодного тока I_a

Рисунок 1 – Схема установки для определения значения постоянной Больцмана

IV. ПРИНЦИП РАБОТЫ УСТАНОВКИ

В соответствии с теорией, изложенной в разделе VI, зависимость анодного тока I_a от анодного напряжения U_a , подключенного в “обратном” (запирающем) направлении, выглядит следующим образом:

$$I_a = I_{a0} \cdot \exp\left(-\frac{eU_a}{kT_3}\right), \quad (1)$$

где I_{a0} – анодный ток при нулевом анодном напряжении, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона, k – постоянная Больцмана, T_3 – температура электронного газа. При подключении в “обратном” направлении положительный полюс источника питания присоединяют к катоду, а отрицательный – к аноду. Увеличивая обратное анодное напряжение, можно добиться уменьшения анодного тока вплоть до его полного прекращения.

В Приложении (раздел VII) показано, как уравнение (1) можно преобразовать в линейное соотношение

$$Y = aX, \quad (2)$$

где $Y = \ln \frac{I_{a0}}{I_a}$, $a = \frac{e}{kT_3}$ и $X = U_a$. Уравнение (2) в работе проверяется экспериментально.

V. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Примечание: включение установки производится только после разрешения преподавателя. По окончании измерений необходимо выключить измерительные приборы для продления срока службы оборудования.

1. Включить измерительные приборы.

2. По указанию преподавателя установить напряжение накала лампы в пределах от 4 до 5 В. Время прогрева лампы 1–2 мин. Если переключатель на панели источника питания цепи накала находится в верхнем положении, то цифровой индикатор показывает напряжение накала U_H . Если этот переключатель переведен в нижнее положение, то цифровой индикатор показывает ток накала I_H лампы. Зафиксируйте обе величины.

3. Снимите зависимость анодного тока I_a от анодного напряжения U_a , регулируемого потенциометром R , находящегося на источнике анодного напряжения.

4. Результаты измерений и последующих вычислений занесите в таблицу:

i	$X_i = U_{ai}, B$	I_{ai}, mA	$Y_i = \ln \frac{I_{a0}}{I_{ai}}$	$Y_i X_i$	X_i^2
1		I_{a0}			
2					
...					
n					
$U_H = \quad , B$		$I_H = \quad , A$		$\sum_{i=1}^n Y_i X_i$	$\sum_{i=1}^n X_i^2$

5. Постоянную a в соответствии с методом наименьших квадратов можно определить по формуле

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}. \quad (3)$$

6. Так как $a = \frac{e}{k T_3}$, то постоянная Больцмана равна:

$$k = \frac{e}{a T_3}. \quad (4)$$

7. Температуру T_3 электронного газа принимаем равной температуре T_H нити накала, которая определяется следующим образом. Сопротивление нити накала находим с помощью закона Ома:

$$R_H = \frac{U_H}{I_H}.$$

Зависимость сопротивления нити накала от температуры выражается формулой:

$$R_H = R_{20} [1 + \alpha(t_H - 20^\circ C)],$$

где $R_{20} = 1,8$ Ом – сопротивление нити накала катода лампы при температуре $20^\circ C$; $\alpha = 4,8 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ – термический коэффициент сопротивления вольфрама, из которого изготавливается нить накала лампы. Тогда температура нити накала равна:

$$T_H = 293 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_H}{R_{20}} - 1 \right) = 293 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{U_H}{R_{20} I_H} - 1 \right). \quad (5)$$

Таким образом, постоянная Больцмана находится по формуле:

$$k = \frac{e \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \right)}{\left(\sum_{i=1}^n y_i X_i \right) \left[293 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{U_H}{R_{20} I_H} - 1 \right) \right]}. \quad (6)$$

8. Используя связь между числом Авогадро N_A и постоянной Больцмана, находим

$$N_A = \frac{R}{k}, \quad (7)$$

где $R = 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot K}$ – универсальная газовая постоянная, находим число Авогадро.

VI. ТЕОРИЯ МЕТОДА

Распределение Больцмана.

В работе газ молекул моделируется электронным газом, т.е. электроны считаются не квантовыми, а классическими объектами. Расчеты показывают, что электронный газ можно считать классическим, если его концентрация не превышает значения 10^{22} м^{-3} . В данном случае с учетом не слишком большой температуры электронного газа можно показать, что это условие выполняется весьма удовлетворительно. Поэтому электронный газ будем считать идеальным газом.

Запишем распределение электронов по значениям потенциальной энергии в соответствии с основным уравнением молекулярно-кинетической теории для концентрации n_z частиц идеального газа на высоте z :

$$n_z = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_{II}}{kT_3}\right), \quad (8)$$

где n_0 – концентрация частиц идеального газа на высоте $z = 0$, E_{II} – потенциальная энергия электронов на высоте z . Формула (8) называется распределением Больцмана частиц по значениям потенциальной энергии. Графическая иллюстрация распределения Больцмана показана на рисунке 2.

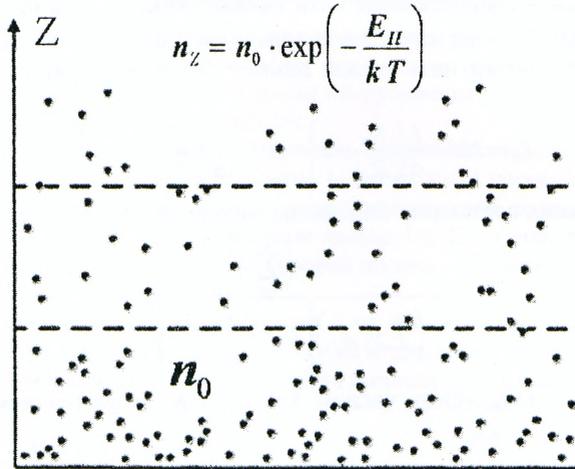


Рисунок 2 – Графическая иллюстрация распределения Больцмана

Так как масса электронов очень мала, то действием силы тяжести на них можно пренебречь, следовательно, будем считать, что на электроны действует только сила со стороны электрического поля между катодом и анодом. Поскольку сила, действующая на электроны, является консервативной, то электронный газ находится в потенциальном поле консервативных сил. Тогда $E_{II} = eU_a$, где e – заряд электрона, U_a – анодное напряжение.

Формула (8) примет вид:

$$n_a = n_o \cdot \exp\left(-\frac{eU_a}{kT_o}\right), \quad (9)$$

где n_o – концентрация электронов при $U_a = 0$, n_a – концентрация электронов при $U_a \neq 0$.

Электронный газ образуется в результате термоэлектронной эмиссии с катода. При малой концентрации электронного газа, т.е. при небольших значениях тока, частицы, в среднем, находятся далеко друг от друга, и можно пренебречь их взаимодействием в промежутках между столкновениями друг с другом, что и требуется в модели идеального газа. Если электронный газ находится в электрическом поле, то концентрация электронов должна соответствовать значениям, получаемым из формулы (9). Между катодом и анодом приложена задерживающая разность потенциалов U_a . До анода доходят не все электроны, а только те, у которых скорость достаточно велика для преодоления потенциального барьера. Эти электроны попадают на анод, создавая анодный ток I_a , пропорциональный концентрации электронов у анода:

$$I_a = I_{a0} \cdot \exp\left(-\frac{eU_a}{kT_o}\right). \quad (10)$$

Физический смысл постоянной Больцмана.

Постоянная Больцмана является коэффициентом пропорциональности между абсолютной температурой идеального газа и энергией частицы. Температура – это физическая величина, характеризующая среднюю кинетическую энергию частиц макроскопической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия.

Постоянная Больцмана связывает характеристики молекул, находящихся в микромире с показаниями термометра, находящегося в макромире. Каждая частица идеального газа обладает кинетической энергией, равной

$$E = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы частицы (число независимых координат, определяющих положение частицы в пространстве).

Кроме того, постоянная Больцмана равна отношению значения универсальной газовой постоянной к величине постоянной постоянной Авогадро:

$$k = \frac{R}{N_A}.$$

Поэтому физический смысл постоянной Больцмана можно трактовать как долю универсальной газовой постоянной, приходящейся на одну структурную единицу (молекулу, атом, электрон и т.д.).

Физический смысл распределения Больцмана.

Физический смысл распределения Больцмана в применении к данной установке заключается в том, что оно позволяет определить концентрацию частиц (кол-во частиц в единице объема) при заданном обратном анодном напряжении.

VII. ПРИЛОЖЕНИЕ

Линеаризация проверяемого соотношения.

Выразим из формулы

$$I_a = I_{a0} \cdot \exp\left(-\frac{eU_a}{kT_3}\right).$$

отношение токов $\frac{I_a}{I_{a0}}$

$$\frac{I_a}{I_{a0}} = \exp\left(-\frac{eU_a}{kT_3}\right).$$

Прологарифмируем полученное выражение:

$$\ln \frac{I_a}{I_{a0}} = -\frac{eU_a}{kT_3}.$$

Откуда находим что

$$-\ln \frac{I_a}{I_{a0}} = \frac{eU_a}{kT_3}$$

или

$$\ln \frac{I_{a0}}{I_a} = \frac{eU_a}{kT_3}. \quad (11)$$

Введем обозначения: $Y = \ln \frac{I_{a0}}{I_a}$, $a = \frac{e}{kT_3}$ и $X = U_a$. Тогда уравнение (11) перепишется в виде линейного соотношения:

$$Y = aX. \quad (12)$$

Метод наименьших квадратов.

Поскольку экспериментальные значения величины $Y_i = \ln \frac{I_{a0}}{I_{ai}}$ находятся с некоторой погрешностью, то обработка результатов измерений в данной работе проводится с помощью метода наименьших квадратов.

Сущность этого метода состоит в следующем. Пусть Y_i – значения величины Y , полученные в эксперименте при $X_i = U_{ai}$. В соответствии с теорией экспериментальные точки должны лежать на некоторой прямой: $Y = aX$, проходящей через начало координат, однако ввиду неизбежных ошибок эксперимента не существует такой прямой, которая одновременно проходила бы через все точки с координатами (X_i, Y_i) . Возникает задача нахождения такого углового коэффициента a прямой $Y = aX$, чтобы эта прямая наилучшим образом (в определенном смысле) соответствовала экспериментальным точкам.

В методе наименьших квадратов вычисляются квадраты разностей между теоретическими и экспериментальными значениями функции Y , т. е. величины $(aX_i - Y_i)^2$. При этом угловой коэффициент a подбирается таким образом, что-

бы сумма квадратов отклонений теоретических значений от экспериментальных стремилась к минимуму при увеличении числа N измерений, т. е. чтобы для функционала Φ выполнялось следующее соотношение:

$$\Phi = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (a X_i - Y_i)^2 \rightarrow \min.$$

Значение a , при котором достигается минимум функционала Φ , находится из условия равенства нулю первой производной от Φ по a :

$$\frac{d\Phi}{da} = 2 \sum_{i=1}^n X_i (a X_i - Y_i) = 0$$

или

$$\sum_{i=1}^n a X_i^2 = \sum_{i=1}^n Y_i X_i$$

откуда

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}. \quad (13)$$

Физический смысл универсальной газовой постоянной.

Представим себе, что 1 моль идеального газа находится в сосуде с подвижным поршнем и что в результате подвода тепла к нему (или отвода тепла от него) его температура изменяется на 1 Кельвин. Так как поршень подвижный, то давление газа будет оставаться постоянным.

Напишем уравнение состояния газа до и после нагревания. До нагревания

$$pV_1 = RT.$$

После нагревания

$$pV_2 = R(T + 1^\circ K).$$

Вычитая первое равенство из второго, мы получим

$$p(V_2 - V_1) = RT + R \cdot 1^\circ K - RT = R \cdot 1^\circ K.$$

Левая часть последнего равенства представляет собой работу, совершаемую силой давления газа, когда при постоянном давлении p объем газа изменяется от V_1 до V_2 . Выражая из этого соотношения универсальную газовую постоянную, получим

$$R = \frac{p(V_2 - V_1)}{1^\circ K}.$$

Следовательно, универсальная газовая постоянная численно равна работе расширения одного моля идеального одноатомного газа в изобарном процессе при увеличении температуры на $1^\circ K$. (Заметим, что при изобарном охлаждении 1 моля газа на $1^\circ K$ такую же работу совершает внешняя сила, действующая на поршень).

VIII. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните принцип действия установки и порядок выполнения работы.
2. Запишите распределение Больцмана для электронного газа, находящегося в потенциальном поле консервативных сил.
3. Расскажите суть метода наименьших квадратов.
4. В чем состоит физический смысл постоянной Больцмана.
5. Каков физический смысл распределения Больцмана?
6. Как оценить значение числа Авогадро, зная значение постоянной Больцмана?
7. В чем заключается физический смысл универсальной газовой постоянной?

IX. ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова, Т.И. Основы физики в пяти книгах: уч. пособие / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая шк., 2007. – Кн. 2: Молекулярная физика. Термодинамика. – С. 38–74.
2. Детлаф, А.А. Курс физики: уч. пособ/ для студентов вузов / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский – 8-е изд. – М.: Академия, 2008. – С. 113–125.
3. Физика: уч. пособие / А.В. Ильюшонок [и др.]. – М.: ИНФРА, 2013. – С. 155–170.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители:

Гладковский Виктор Иванович
Хуснутдинова Венера Ямалетдиновна
Чопчиц Николай Игнатьевич

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы М16
”ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬЦМАНА”

Ответственный за выпуск: Гладковский В.И.

Редактор: Боровикова Е.А.

Компьютерная верстка: Кармаш Е.Л.

Корректор: Никигчик Е.В.

Подписано к печати 19.03.2014 г. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага «Снегурочка».
Гарнитура Times New Roman. Усл. печ. л. 0,7. Уч. изд. л. 0,75. Заказ № 1353.

Тираж 50 экз. Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».

224017, г. Брест, ул. Московская, 267.