

М-10,16,17

$$\delta Q = dU + \delta A$$



Брестский
инженерно-
строительный
институт

КАФЕДРА ФИЗИКИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

ПО ФИЗИКЕ.

Часть III. Основы молекулярной физики

и термодинамики

(№№ 10, 16, 17)

БРЕСТ

1986

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
Б С С Р

Брестский инженерно-строительный институт

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по физике. Часть III.
Основы молекулярной физики и термодинамики
(№ 10, 16, 17)

Утверждены советом
механического факультета
1986.10.23, протокол №2

БРЕСТ, 1986

УДК (53(076.5))

Методические указания к лабораторным работам по физике. Часть III.
Основы молекулярной физики и термодинамики.
Брест, МинВУЗ БССР, БИСИ, 1986, 32 стр.
(под общей редакцией Гладковского В.И.)

Методические указания составлены в соответствии с типовой Программой курса физики для инженерно-технических специальностей вузов от 26 июня 1961 г. (индекс УМУ-9/1) и отвечает требованиям ИИ №32 Минвуза СССР от 23 октября 1982 г. Предназначены для студентов дневного и заочного отделений всех специальностей.

В указаниях приведены необходимые для понимания сущности физических процессов, теоретические сведения, объясняется устройство и принцип действия используемых приборов и аппаратуры, излагается методика проведения экспериментов, приводятся задания для самостоятельной работы. В методических указаниях приводятся также контрольные вопросы и список рекомендуемой литературы.

Авторы методических указаний к лабораторным работам:

- 1) Лабораторная работа №10 "Изучение газовых законов. Определение показателя адиабаты и политропы" - Гладковский В.И., Каролинский В.Г., Хуснутдинова В.Я., Чопчиц Н.И.
- 2) лабораторная работа №16 "Изучение распределения Больцмана" - Гладковский В.И., Каролинский В.Г., Чопчиц Н.И.
- 3) Лабораторная работа №17 "Изучение распределения Максвелла" - Гладковский В.И., Каролинский В.Г., Чопчиц Н.И.

Рецензенты: кафедра общей и теоретической физики БГПИ;
доцент БГПИ, к.ф.-м.н. Секержигский В.С.

© Брестский инженерно-строительный институт

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10
ИЗУЧЕНИЕ ГАЗОВЫХ ЗАКОНОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ
АДИАБАТЫ И ПОЛИТРОПЫ.

- I. Цель работы: изучение газовых законов, опытное определение показателя адиабаты и политропы воздуха.
 II. Приборы и принадлежности: баллон, манометр, насос Камовского.
 III. Введение.

Внутренняя энергия тела состоит из кинетической энергии теплового движения молекул этого тела и потенциальной энергии взаимодействия этих молекул. Изменение внутренней энергии происходит при совершении работы над телом внешними силами или в процессах теплопередачи. Процессы, связанные с изменением внутренней энергии любого тела, совершением работы и теплопередачей, подчиняются закону сохранения энергии, который в термодинамике называется 1 началом термодинамики и формулируется следующим образом: в тепловых процессах любое изменение внутренней энергии dU состоит из приращения количества тепла δQ и совершенной внешними силами работы δA . Для бесконечно малых изменений этот закон записывается так:

$$dU = \delta Q - \delta A_{\text{внешн.}} \quad (1)$$

Идеальный газ совершает работу только при изменении занимаемого им объема. Работа, совершаемая при малом изменении объема dV , равна $\delta A = P \cdot dV$ или:

$$\delta A_{\text{внешн.}} = -P_{\text{внешн.}} \cdot dV, \quad (2)$$

где dV - изменение объема, P - давление газа.

При расширении газа $dV > 0$, следовательно $\delta A > 0$; если работу по сжатию газа совершают внешние силы то $dV < 0$ и эта работа отрицательна: $\delta A_{\text{внешн.}} < 0$.

Из первого начала термодинамики следует, что количество теплоты, сообщаемое системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии dU и на совершение системой работы δA против внешних сил:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (3)$$

Различие в значках δQ и dU состоит в том, что в общем случае количество теплоты и работа не являются функциями состояния, а внутренняя энергия — является. Это означает, что при переходе системы из одного состояния в другое внутренняя энергия определяется только параметрами этих состояний и не зависит от способа или "пути" перехода, поэтому при любом круговом процессе в замкнутой системе полное изменение внутренней энергии равно нулю. Математически это записывается тождеством $\oint dU = 0$, которое является необходимым и достаточным условием для того, чтобы dU представляло собой полный дифференциал. Работа и теплота таким свойством не обладают, их величины определяются параметрами начального и конечного состояний, а также формой пути перехода; например, изотермическим процессом, изобарическим, изохорическим или адиабатическим. В замкнутой системе внутренняя энергия изменяется только с изменением температуры (поэтому температуру называют мерой внутренней энергии тела). Изменение внутренней энергии идеального газа вычисляется по формуле:

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT, \quad (4)$$

где i — число степеней свободы молекул газа, т.е. число независимых переменных, определяющих положение молекулы в пространстве. Для одноатомного газа $i = 3$, для двухатомного $i = 5$ (если связь жесткая); m — масса газа; μ — его молярная масса; R — универсальная газовая постоянная; dT — изменение температуры.

Количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела на 1 К, называется теплоемкостью C тела и вычисляется по формуле: $C = \frac{\delta Q}{dT}$. Различают удельную теплоемкость c и молярную теплоемкость C_μ . Количество теплоты, необходимое для изменения температуры единицы массы вещества на 1 К, называют удельной теплоемкостью и вычисляют по формуле:

$$c = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT}. \quad (5)$$

Количество теплоты, необходимое для изменения температуры одного моля вещества на 1 К, называют молярной теплоемкостью, кото-

рая вычисляется по формуле

$$C_M = \frac{1}{m} \cdot \frac{\delta Q}{dT} . \quad (6)$$

Поскольку δQ не является полным дифференциалом, то теплоемкость газов будет также зависеть от условий теплообмена при нагреве газа.

Все процессы, которые будут рассмотрены ниже, являются частными случаями политропического процесса. Политропическим называется такой процесс, уравнение состояния для которого можно записать в виде:

$$pV^n = \text{const} , \quad (7)$$

где n - показатель политропы, который может принимать значения от 0 до ∞ . В таблице I (стр. 9) указаны значения n , при которых политропический процесс оказывается тождественным с одним из уже известных нам процессов. Действительно, при $n = 1$, получим уравнение изотермического процесса:

$$pV = \text{const} .$$

При $n = 0$, получим

$$p = \text{const} ,$$

что характеризует изобарический процесс. При $n = \gamma$, где γ - показатель адиабаты, процесс называется адиабатическим. Уравнение состояния имеет вид

$$pV^\gamma = \text{const} .$$

Чтобы убедиться в том, что для изохоры $n = \infty$, напишем уравнение политропы (7) в следующем виде:

$$P_1 V_1^n = P_2 V_2^n ,$$

где индексы 1 и 2 относятся к двум произвольно взятым состояниям. Извлечем из записанного выражения корень степени n :

$$P_1^{\frac{1}{n}} \cdot V_1 = P_2^{\frac{1}{n}} \cdot V_2 .$$

Переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$:

$$V_1 \lim_{n \rightarrow \infty} P_1^{\frac{1}{n}} = V_2 \lim_{n \rightarrow \infty} P_2^{\frac{1}{n}},$$

получим

$$V_1 = V_2,$$

что соответствует изохорическому процессу.

Рассмотрим работу, совершаемую идеальным газом при политропическом процессе. Работа, которая совершается при переходе из состояния 1 в состояние 2 каким-либо телом над внешними телами, равна, как известно:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV. \quad (8)$$

Чтобы произвести интегрирование, нужно выразить P через V . Для этого воспользуемся связью между P и V при различных процессах.

Уравнение политропы идеального газа (7) можно написать следующим образом:

$$pV^n = P_1 V_1^n = P_2 V_2^n,$$

где P_1 , V_1 и P_2 , V_2 - значения давления и объема газа соответственно в первом (начальном) и втором (конечном) состояниях, P и V - давление и объем в любом промежуточном состоянии.

Выразим в соответствии с этим соотношением давление газа через его объем и значения параметров в начальном состоянии:

$$P = \frac{P_1 V_1^n}{V^n}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8) получаем:

$$A_{12} = P_1 V_1^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n}. \quad (10)$$

Рассмотрим сначала случай $n \neq 1$; тогда интеграл в (10) равен

$$\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{V_1^{n-1}} - \frac{1}{V_2^{n-1}} \right).$$

Подставив это значение интеграла в (10) и произведя несложные преобразования, получаем:

$$A_{12} = \frac{P_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]. \quad (11)$$

Полученное выражение можно преобразовать, воспользовавшись тем, что, какой бы процесс ни происходил с идеальным газом, его параметры связаны уравнением состояния (уравнением Менделеева-Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (12)$$

В частности, это справедливо и для начального состояния:

$$P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (11), получаем:

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]. \quad (14)$$

Выражения (11) и (14) дают работу, совершаемую идеальным газом при любом политропическом процессе, кроме изотермического, при котором показатель политропы $n = 1$.

Чтобы вычислить работу идеального газа при изотермическом процессе, заменим давление в формуле (8) его выражением через другие величины в соответствии с уравнением состояния (12):

$$P = \frac{m}{\mu} R \frac{T}{V}.$$

В результате получим:

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Выражения для работы при изобарическом и адиабатическом процессах получаются из формулы (14). Эти выражения приводятся в таблице I (стр. 9). В заключение отметим, что при изохорическом процессе работа равна нулю, что справедливо для любых тел.

Рассмотрим 1 начало термодинамики применительно к изопроцессам.

Изотермический процесс: $T = \text{const}$. Следовательно

$$dT = 0,$$

а значит и dU в соответствии с формулой (4) равно 0. Тогда теплоемкость, при $\delta Q \neq 0$:

$$C_T = \frac{\delta Q}{dT} = \infty.$$

В этом случае все тепло, получаемое системой извне, целиком превращается в работу, совершаемую против внешних сил:

$$\delta Q = \delta A.$$

Изохорический процесс: $V = \text{const}$. В этом случае работа $\delta A = 0$. Следовательно

$$\delta Q = dU,$$

т.е. все подводимое тепло идет на приращение внутренней энергии системы.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме находится следующим образом:

$$C_{\mu V} = \frac{\mu}{m} \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\mu}{m} \frac{\frac{1}{2} \frac{m}{\mu} R dT}{dT} = \frac{1}{2} R. \quad (15)$$

Изобарический процесс: $P = \text{const}$. Из уравнений (2), (3) и (4) следует, что

$$\delta Q = \frac{1}{2} \frac{m}{\mu} R dT + PdV. \quad (16)$$

Продифференцировав уравнение (12) получим,

$$PdV = \frac{m}{\mu} R dT. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16) и подставляя полученное выражение в формулу (16) для определения молярной теплоемкости, получим:

$$C_{MР} = \frac{1}{2}R + R = C_{MВ} + R. \quad (18)$$

Последнее выражение называется уравнением Майера.

Адиабатический процесс происходит при условии термодинамической изоляции системы (т.е. без теплообмена с внешней средой). Поэтому $\delta Q = 0$ и первое начало термодинамики примет вид:

$$\delta A = -dU. \quad (19)$$

Теплоемкость $C_{АД} = 0$.

Адиабатическое расширение газа происходит за счет уменьшения внутренней энергии, поэтому температура газа понижается. Подставляя в (19) формулы (2) и (4), а также используя выражения (12), (15) и (18), получим:

$$-\frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{dV}{V}, \quad (20)$$

где $\gamma = \frac{C_{MР}}{C_{MВ}}$ - показатель адиабаты. После интегрирования (20) в пределах от V_1 при T_1 до V_2 при T_2 получим следующее выражение:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1},$$

откуда

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}.$$

Последнюю формулу можно переписать в виде

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}.$$

Таким образом мы получили уравнение состояния адиабатического процесса:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (21)$$

Используя уравнение состояния идеального газа (12) можно получить уравнение состояния адиабатического процесса с другими параметрами:

$$pV^\gamma = \text{const} \quad , \quad pT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{const} . \quad (22)$$

На рис. 1 показаны графики зависимости $P = f(V)$ для четырех рассмотренных основных процессов в газе при одинаковых исходных значениях P и V .

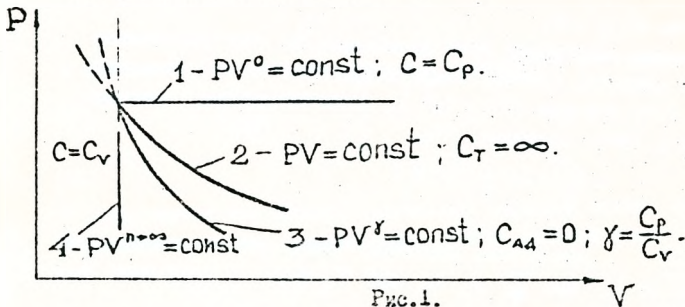


Рис. 1.

1 - изобара; 2 - изотерма; 3 - адиабата; 4 - изохора.

У. Схема установки.

Установка Клемана и Дезорма состоит из стеклянного сосуда рис. 2, закрытого пробкой 2. Сосуд сообщается с атмосферой через кран 3, манометром 4, насосом 5. С помощью насоса в сосуд нагнетается воздух. Кран 3 служит для выпуска воздуха из сосуда. Манометр 4 измеряет избыточное давление (ΔP).

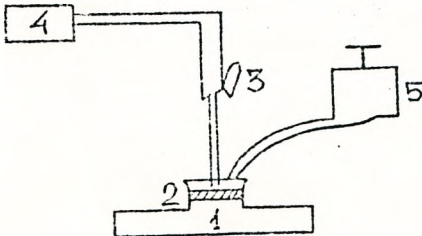


Рис. 2.

Таблица I.

| № п/п | процесс | показатель политропы | уравнение состояния | первое начало термодинамики | работа | молярная теплоемкость |
|-------|-----------------|----------------------|---|--|--|-----------------------------|
| 1 | политропический | n | $PV^n = \text{const}$ | $\delta Q = dU + \delta A$ | $A_{12} = \frac{m R T_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \right]$ | $C_{Mn} = \text{const}$ |
| 2 | изобарический | 0 | $PV^0 = P = \text{const}$ | $\delta Q = dU + \delta A$ | $A_{12} = P(V_2 - V_1)$ | $C_{Mn} = \frac{1}{2}R + R$ |
| 3 | изотермический | 1 | $PV = \text{const}$ | $\begin{cases} dU = 0 \\ \delta Q = \delta A \end{cases}$ | $A_{12} = \frac{m}{\gamma} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ | $C_{MT} = \infty^{\circ}$ |
| 4 | адиабатический | γ | $PV^\gamma = \text{const}$ | $\begin{cases} \delta Q = 0 \\ \delta A = -dU \end{cases}$ | $A_{12} = \frac{m R T_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \right]$ | $C_{MAA} = 0$ |
| 5 | изохорический | ∞ | $\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (PV^n)^{\frac{1}{n}} &= \\ = V \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} P^{\frac{1}{n}} &= \\ = V = \text{const} \end{aligned}$ | $\begin{cases} \delta A = 0 \\ \delta Q = dU \end{cases}$ | $A_{12} = 0$ | $C_{MV} = \frac{1}{2}R$ |

У. I. Теория метода определения показателя адиабаты.

Рассмотрим процессы, происходящие с газом при выполнении работы - они изображены на диаграмме состояний в координатах (P, T) - рис.3.

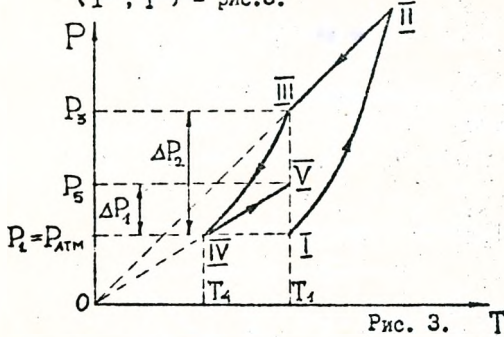


Рис. 3.

- I. Кран 3 открыт, давление в сосуде $P_1 = P_{\text{атм}}$. Температура газа в сосуде равна температуре окружающей среды T_1 .
- II-III. Нагнетание насосом 5 воздуха в сосуд; воздух в сосуде нагревается до температуры T_2 (при закрытом кране К).
- III-IV. Кран открыт - воздух адиабатически расширяется. В состоянии IV давление воздуха $P_4 = P_{\text{атм}}$, а температура $T_4 < T_1$. В этот момент кран закрывают.
- IV-V. Изохорический нагрев газа из-за теплопроводности стенок сосуда при закрытом кране. Для процесса III-IV по (22) имеем:

$$P_3 T_3^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_2 T_4^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}, \quad (23)$$

для процесса IV-V:

$$\frac{P_4}{P_5} = \frac{T_4}{T_5}. \quad (24)$$

Манометр измеряет избыточное давление. Вводя избыточные давления ΔP_2 и ΔP_1 в состоянии III и V, соотношениями $P_3 = P_1 + \Delta P_2$ и $P_5 = P_1 + \Delta P_1$ учитывая, что $P_4 = P_1$ и $T_3 = T_4 = T_5$ из (23) и (24) получим

$$\frac{P_1 + \Delta P_2}{P_1} = \left(\frac{P_1}{P_1 + \Delta P_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}. \quad (25)$$

Логарифмируя (25) и используя приближение $\ln(1+x) \approx x$ для $x \ll 1$, получим

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\Delta P_2}{\Delta P_2 - \Delta P_1}. \quad (26)$$

У.2. Теория метода определения показателя политропы.

В этом задании предлагается определить показатель политропы воздуха в процессе $1 \rightarrow 2$ при различных режимах работы насоса для нагнетания воздуха в сосуд. Пусть V - объем сосуда. V_0 - объем рабочей камеры насоса, который, фактически представляет собой объем воздуха, захватываемого насосом из атмосферы при давлении P_0 за один ход. Предположим, что давление в сосуде в начале равно атмосферному P_0 , а затем насос сделал K ходов и давление возросло до величины P . Процесс, происходящий с газом при этом можно представить следующим образом. В начальном состоянии мы имеем объем воздуха, равный $(V + KV_0)$ при давлении P_0 , а в конечном состоянии весь этот воздух оказывается в сосуде объемом V при некотором давлении P . Если процесс накачки происходит достаточно медленно, то за счет теплообмена воздуха в сосуде с окружающей средой температура его при накачивании все время равна T_0 - температуре окружающей среды. Тогда на основании закона Бойля-Мариотта имеем:

$$P_0(V + K_1 V_0) = P_T V,$$

где P_T - давление воздуха в сосуде после K_1 ходов насоса при изотермической накачке. Измеряя давление P_T , найдем объем камеры насоса V_0 :

$$V_0 = \frac{V}{K_1} \left(\frac{P_T}{P_0} - 1 \right). \quad (27)$$

Если процесс накачки происходит не очень медленно, то температура воздуха в сосуде будет больше температуры окружающей среды и, как указывалось выше, процесс, происходящий с газом, будет политропическим. Уравнение процесса имеет вид:

$$P_0(V + K_2 V_0)^n = P V^n, \quad (28)$$

где n - показатель политроты: $n = \frac{C-C_p}{C-C_v}$; K_2 - число ходов насоса в случае изотермической накачки; P - конечное давление в сосуде в этом случае. Из (27) и (28) находим

$$n = \frac{\ln\left(\frac{P}{P_0}\right)}{\ln\left[1 + \frac{K_2}{K_1}\left(\frac{P}{P_0} - 1\right)\right]} \quad (29)$$

Формулы (27) и (29) можно упростить, если учесть, что избыточное давление в сосуде обычно много меньше атмосферного:

$$P = P_0 + \Delta P, \quad \frac{\Delta P}{P_0} \ll 1;$$

$$P_T = P_0 + \Delta P_T, \quad \frac{\Delta P_T}{P_0} \ll 1.$$

Тогда, воспользовавшись разложением $\ln(1 + X) \approx X$, получим

$$V_0 = \frac{V \Delta P_T}{K_1 \cdot P_0}, \quad (30)$$

$$n = \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta P_T}.$$

В пределе, при очень быстром накачивании, теплообмен воздуха в сосуде с окружающей средой вообще не успевает произойти, т.е. процесс, происходящий с воздухом, становится близким к адиабатическому. Поэтому при возрастании скорости накачки $n \rightarrow \infty$.

VI. Эксперимент для самостоятельной работы.

I-е задание выполняется в следующем порядке:

1. Закрыв кран 3, нагнетать воздух насосом 5. Спустя 2-3 минуты записать добавочное давление ΔP_2 , показываемое манометром 4.
2. Быстро открыть кран и через 1-2 секунды быстро его закрыть.
3. Через 2-3 минуты записать показания добавочного давления ΔP_1 .
4. По формуле (26) определить $\chi_{\text{эксп.}}$. Опыт повторить не менее 5 раз.
5. Значения $\chi_{\text{эксп.}}$ усреднить, рассчитать погрешности.

II-е задание выполняется в следующем порядке:

1. Провести измерение конечного давления в сосуде после K_1 ходов насоса при различных, но небольших скоростях его вращения (K_1 - по указанию преподавателя). Отметить угловую

скорость вращения ω_0 такую, что при скоростях ниже этой давление после K_1 ходов не зависит от скорости. Дальнейшие измерения в п.1 проводить при скоростях вращения, не превышающих найденную скорость. Задавая ряд значений K_{1i} по указанию преподавателя, найти соответствующие значения ΔP_{Ti} и по формуле (27) найти значение рабочего объема насоса V_{0i} . Полученные результаты усреднить. Желательно для каждого значения K_{1i} измерения проводить несколько раз.

2. Провести измерения избыточных давлений в сосуде ΔP_i при тех же значениях K ходов поршня, но при скорости вращения в два раза большей, чем ω_0 . В соответствии с (27) при $K_{2i} = K_{1i}$ имеем $\Pi_i = \frac{\Delta P_i}{\Delta P_{Ti}}$. На координатной плоскости $(\Delta P_{Ti}, \Delta P_i)$ нанести соответствующие экспериментальные точки. Проводя через них наилучшую прямую, найти ее угловой коэффициент. В соответствии с (27) он дает значение показателя политропы Π при данной скорости вращения. Найти соответствующее значение теплоемкости процесса.
3. Провести измерения п.2 при скорости вращения $3\omega_0$, $4\omega_0$ и т.д., находя для каждого значения угловой скорости значение Π .
4. Построить график зависимости Π от ω . Сделать выводы.
5. Факультативное задание. Провести обработку результатов измерений при каждой скорости вращения по методу наименьших квадратов (см. лабораторную работу №16 "Изучение распределения Больцмана") и сравнить результаты, полученные двумя способами.

УП. Вопросы для самопроверки.

1. Дать определения внутренней энергии, количества теплоты и работы, совершаемой телом при изменении объема.
2. Первое начало термодинамики для всех изопроцессов и адиабатического. В чем отличие обозначений δQ и dU ?
3. Работа, совершаемая идеальным газом при различных процессах.
4. Какая физическая величина называется теплоемкостью, мольной теплоемкостью? Связь между ними.
5. Что происходит с внутренней энергией газа при адиабатическом расширении? Что происходит при этом с температурой? Уравнение Пуассона.
6. Почему $C_p > C_v$? Записать уравнение Майера.

7. Нарисовать на $P-T$ - диаграмме все последовательные процессы, происходящие с газом в опыте при выполнении задания I.

УШ. Литература.

1. Савельев И.В. Курс общей физики.- М.: Наука, 1977, т. I, §§81-90.
2. Детлаф А.А. и др. Курс физики.- М.: Наука, 1973, т. I, §§10.1-10.5; 11.5.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №16

ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

- I. Цель работы: изучение распределения Больцмана, определение постоянной Больцмана.
- II. Приборы и принадлежности: двухэлектродная лампа, вольтметры, миллиамперметр, микроамперметр, источники питания, соединительные провода.
- III. Введение.

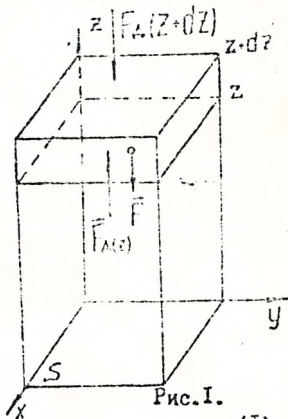
Рассмотрим газ, находящийся в состоянии равновесия в силовом поле. Температуру газа T всюду предполагаем постоянной. Пусть $E_{\text{П}}$ — потенциальная энергия молекулы газа в этом поле (для простоты будем считать все молекулы газа одинаковыми). Будем считать далее, что потенциальная энергия зависит лишь от одной координаты Z : $E_{\text{П}} = E_{\text{П}}(Z)$. Тогда на каждую молекулу действует сила \vec{F} , проекции которой на оси координат имеют вид:

$$F_x = 0; F_y = 0; F_z = -\frac{\partial E_{\text{П}}}{\partial Z} = \frac{dE_{\text{П}}}{dZ}.$$

Рассмотрим слой газа толщиной dZ с площадью основания S (рис. I). Пусть $n_z = \frac{dN}{dV}$ — концентрация молекул газа на высоте Z (координата на рисунке направлена вверх, поэтому будем ее называть высотой). Тогда число dN молекул в слое равно $n_z S dZ$. Суммарная сила, действующая на dN молекул, находящийся в слое объемом $dV = S dZ$, равна:

$$dF = dN \cdot \left(-\frac{dE_{\text{П}}}{dZ}\right) = -n_z S dE_{\text{П}}.$$

Поскольку слой находится в равновесии, эта сила должна быть скомпенсирована разностью сил давления на выделенный слой со стороны ниже- и вышележащих слоев газа. В соответствии с основным уравнением молекулярно-кинетической теории для давлений на высотах Z и $Z + dZ$ имеем соответственно:



$$P_z = n_z \cdot kT \Rightarrow F_A(z) = S \cdot n_z \cdot kT,$$

$$P_{z+dz} = (n_z + dn_z) kT \Rightarrow F_A(z+dz) = S \cdot (n_z + dz) kT,$$

где n_z — концентрация молекул (число молекул в 1 м^3) на высоте z ; $(n_z + dn_z)$ — на высоте $(z + dz)$. Тогда разность сил давлений равна:

$$dF_A = F_A(z+dz) - F_A(z) = S \cdot kT dn_z. \quad (2)$$

Теперь из (1) и (2) имеем

$$-n_z S dE_{\text{п}} = S kT dn_z,$$

откуда

$$\frac{dn_z}{n_z} = -\frac{dE_{\text{п}}}{kT}. \quad (3)$$

Интегрируя (3) и полагая $E_{\text{п}}(z=0) = 0$, получим

$$n_z = n_0 \exp\left(-\frac{E_{\text{п}}}{kT}\right), \quad (4)$$

где $n_0 = n(z=0)$.

Формула (4) описывает распределение молекул по значениям их потенциальной энергии молекул и называется распределением Больцмана. Если, например, на молекулы действует сила тяжести, то $E_{\text{п}} = mgz$, где m — масса молекулы. Тогда (4) примет вид:

$$n_z = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right), \quad (5)$$

т.е. мы получаем распределение молекул по высоте. Если на молекулы действуют только электрическая сила, причем заряд молекулы равен e , то $E_{\text{п}} = eU$, где U — потенциал электрического поля. Тогда (4) примет вид:

$$n_{\text{п}} = n_0 \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right). \quad (6)$$

и описывает распределение молекул, обладающих зарядом e в поле с потенциалом U .

Распределение Больцмана, таким образом, отвечает на вопрос о числе молекул в заданном объеме $dV = dx dy dz$ пространства, в

котором есть силовое поле:

$$dN = n_z dV = n_0 \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right) dx dy dz,$$

где $E_n = E_n(x, y, z)$ - потенциальная энергия молекул;

n_0 - концентрация молекул в точке, в которой $E_n = 0$.

В настоящей работе газ молекул моделируется электронным газом. Следует заметить, что движение микрочастиц на самом деле подчиняется не классическим законам, на основании которых было введено распределение Больцмана, а квантовым. Поэтому необходимо выяснить границы классического описания. Известно, что в квантовой механике каждой частице сопоставляется волна де Бройля с длиной

$$\lambda = \frac{h}{mU},$$

где h - постоянная Планка, U - скорость частицы, m - ее масса. Квантовый характер движения совокупности частиц проявляется слабо, если частицы расположены столь далеко друг от друга, что волны де Бройля этих частиц слабо взаимодействуют, т.е. должно быть

$$n\lambda^3 \ll 1,$$

где n - концентрация частиц. Для оценки величины λ используем среднеквадратичную скорость: $U_{kb} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$.

Тогда условие применимости классических представлений примет вид:

$$T \gg T_0 = \frac{h^2}{3km} \cdot n^{2/3},$$

где температура T_0 называется температурой вырождения. Более строгое рассмотрение приводит к выражению

$$T_0 = \frac{h^2}{2km} \cdot \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{2/3}.$$

Для гелия, например, $m = 6,6 \cdot 10^{-27}$ кг, а концентрация при нормальных условиях $n = 2,7 \cdot 10^{25}$ м⁻³. Тогда $T_0 = 0,05$ К. Для других газов массы молекул еще больше, значит T_0 еще ниже. Следовательно, молекулярные газы ведут себя классически при всех обычно рассматриваемых температурах. Расчет показывает, что электронный газ можно считать классическим, если его концентрация не слишком высока (меньше примерно 10^{22} м⁻³). Так, что например, газ свободных электронов внутри проводника ($n \sim 10^{23}$ м⁻³) следует считать квантовым и применять для него распределения Больцмана и Максвелла

нельзя. Концентрации электронов, при которых газ может описываться классически, могут быть получены при использовании явления термоэлектронной эмиссии. При нагревании проводников они испускают электроны, образующие вокруг проводника электронный газ с требуемой концентрацией. Следует заметить также, что при малой концентрации электронного газа частицы находятся, в среднем, далеко друг от друга и можно пренебречь их взаимодействием в промежутках между столкновениями друг с другом, что и требуется в модели идеального газа. Если электронный газ находится в электрическом поле, то концентрация электронов должна описываться формулой (5). Эта концентрация может быть измерена с помощью следующей принципиальной схемы.

Электронный газ образуется в результате термоэлектронной эмиссии с катода. Между катодом и анодом приложена задерживающая разность потенциалов U . До анода доходят не все электроны, а только те, у которых скорость достаточно велика и оседают на аноде, создавая ток. Ток J пропорционален концентрации электронов у анода, которая определяется формулой (6):

$$n_a = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right).$$

Поскольку $n_a = \frac{dN_a}{dV}$ и $n_0 = \frac{dN_0}{dV}$, то подставляя эти выражения в (6), получим:

$$dN_a = dN_0 \cdot \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right).$$

Умножив обе части последнего выражения на заряд электрона e и подставив на время t , получим, в соответствии с выведенной теорией, зависимость анодного тока от задерживающего напряжения U на аноде:

$$J = J_0 \cdot \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right).$$

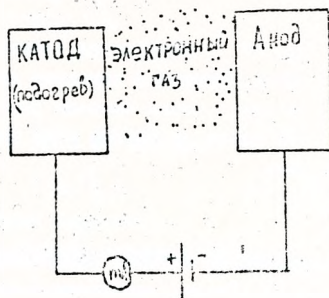


Рис. 2.

где J - анодный ток при $U = 0$, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл - заряд электрона, k - постоянная Больцмана, T - температура нити накала.

IV. Методика расчета.

Логарифмируя предыдущее выражение и обозначая для краткости $y_i = \ln(J_i/J_0)$, получим, что теоретическая зависимость величины y от напряжения U имеет вид:

$$y = \frac{e}{kT} U = aU,$$

где $a = \frac{e}{kT}$; (J_0 - значение тока при $U = U_0$).

Проверка этой зависимости, из которой вытекает, как указано выше закон распределения Больцмана и составляет цель настоящей работы. Поскольку экспериментальные значения величины $y_i = aU_i$ находятся с некоторой погрешностью, то обработка результатов измерений в данной работе проводится с помощью метода наименьших квадратов.

Сущность метода состоит в следующем.

Пусть y_i - значения величины при $U = U_i$, полученные в эксперименте. В соответствии с теорией они должны лежать на некоторой прямой: $y = aU$, проходящей через начало координат, однако ввиду неизбежных ошибок эксперимента не существует такой прямой, которая проходила бы через все точки с координатами $(U_i; y_i)$. Возникает задача нахождения такого углового коэффициента a прямой

$y = aU$, чтобы эта прямая наилучшим

(в некотором смысле) образом соответствовала экспериментальным точкам. В методе наименьших квадратов вычисляются квадраты разностей теоретических значений функции y при значениях U_i и экспериментальных значений y_i , т.е. величины $(aU_i - y_i)^2$ и угловой коэффициент a подбирается таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений теоретических значений от экспериментальных стремилась к минимуму при увеличении числа N

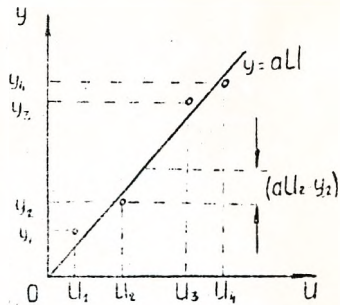


Рис. 3.

измерений, чтобы выполнялось следующее соотношение:

$$\Phi = \epsilon_{\text{им}} \sum_{i=1}^N (a l_i - y_i) \rightarrow \text{min.}$$

Значение a , при котором достигается минимум функционала Φ , находится из условия равенства нулю первой производной от Φ по a :

$$\frac{d\Phi}{da} = 2 \sum_{i=1}^N u_i (a l_i - y_i) = 0;$$

откуда

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N y_i l_i}{\sum_{i=1}^N l_i^2}. \quad (7)$$

Результаты измерений и вычислений удобно заносить в следующую таблицу:

| i | l_i (В) | J_i (м.А) | $y_i - l_i \frac{J}{J_0}$ | $\frac{y_i l_i}{l_i^2}$ | $\frac{l_i^2}{l_i^2}$ |
|-----|-----------|-------------|---------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 1 | 0 | | 0 | 0 | 0 |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| ... | | | | | |
| N | | | | | |

Значение a находим по формуле (7).

В работе температура T электронного газа принимается равной температуре T_0 нити накала. Температура же нити накала определяется следующим образом. С помощью амперметра и вольтметра определяется ток и напряжение на нити накала. Это позволяет найти ее сопротивление:

$$R = \frac{U}{J}$$

Пусть $R_0 = 2,22 \text{ Ом}$ - сопротивление нити накала катода при 0°C , т.е. при температуре $T_0 = 273 \text{ K}$, α - температурный коэффициент сопротивления вольфрама ($\alpha = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$). Тогда зависимость сопротивления нити накала от температуры:

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T),$$

где $\Delta T = T_n - T_0$.

Тогда температура нити накала вычисляется по формуле:

$$T_n = 273 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R}{R_0} - 1 \right) = 273 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{U_n}{R_0 I_n} - 1 \right). \quad (8)$$

Определив по методу наименьших квадратов α , и зная температуру нити T_0 , из формулы (8) можно найти постоянную Больцмана:

$$K = \frac{e}{\alpha T_0}. \quad (9)$$

У. Задания для самостоятельной работы.

Задание 1.

1. Собрать установку в соответствии с рис.4.

Примечание: включение установки производится только после разрешения преподавателя.

Принципиальная схема установки изображена на рис.4.

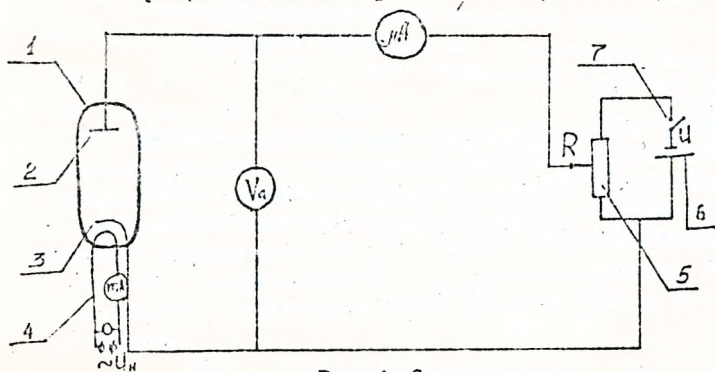


Рис. 4. Схема установки.

1 - двухэлектродная лампа Л (диод); 2 - анод; 3 - катод; 4 - нить накала; 5 - потенциометр R ; 6 - источник постоянного тока; 7 -

выключатель (К); mA - миллиамперметр; μA - микроамперметр; V_c - вольтметр; V_n - вольтметр в цепи накала лампы.

2. Включить измерительные приборы (время выхода измерительных приборов в рабочий режим - не менее 5 мин).

3. По указанию преподавателя установить напряжение накала лампы в пределах 4,0-4,5 В. Время прогрева лампы 1-2 мин. Зафиксировать ток J_n накала лампы.

4. Снять зависимость анодного тока J_i от задерживающей разности потенциалов U_i на аноде (при замкнутом ключе К). Регулировка U_i осуществляется при помощи потенциометра R. Вначале U_i менять на 0,01 В, а затем по мере уменьшения скорости спадаания анодного тока, U_i можно изменять на большую величину (до 0,03 В).

5. Измерив напряжение накала (добавив к указанному в п.3 значению $U_n = 0,2 \pm 0,3$ В) повторить измерение.

6. По окончании измерений разомкнуть выключатель К и выключить измерительные приборы, отключив напряжение накала.

Задание 2.

1. Объяснить физический смысл постоянной Больцмана.

2. В соответствии с вышеизложенной методикой расчета определить постоянную Больцмана.

У1. Литература.

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковская Л.Б. Курс физики.- М.:Высшая школа, 1973-1979гг., т.1.
2. Савельев И.В. Курс общей физики.- М.: "Наука", 1977, т.1.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики.- М.: "Наука", 1977, т.1.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №17
ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

- I. Цель работы: изучение свойств распределения Максвелла.
 II. Приборы и принадлежности: те же, что и в работе №16.
 III. Введение.

Существует круг вопросов теории газов, которые требуют знания распределения молекул по скоростям. Заметим, что вопрос о том, сколько молекул газа имеют скорость, например, точно 500 м/с, не имеет смысла. Действительно, число молекул газа хотя и велико, но конечно, а число возможных значений скорости бесконечно велико. Поэтому задача о распределении молекул газа по скоростям ставится следующим образом. Пусть n — концентрация молекул (число молекул в 1 м^3). Зададимся вопросом, сколько (в среднем) молекул в 1 м^3 имеют скорости, близкие к некоторому значению или, более точно, скорости, лежащие в интервале от v до $(v+dv)$. Обозначая это число молекул через dn , заметим, что оно пропорционально, очевидно, концентрации n , а также величине dv . Коэффициент пропорциональности зависит от скорости v , поскольку следует ожидать, что очень медленных и очень быстрых молекул сравнительно мало. Обозначая этот коэффициент $f(v)$ получим:

$$dn = n f(v) dv. \quad (1)$$

Величина $\frac{dn}{n} = f(v) dv$ представляет собой долю молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $(v+dv)$. Функция $f(v)$ называется функцией распределения молекул по скоростям. Заметим, что значение этой функции не позволяет ответить на вопросы, связанные с направлением скорости молекул. Поэтому может быть поставлен и такой вопрос: сколько молекул в 1 м^3 имеют составляющую скорости вдоль оси Z , лежащую в интервале от v_z до (v_z+dv_z) , (составляющие v_x, v_y могут быть любыми). Эта задача сводится к определению функции распределения по компонентам скорости:

$$\frac{dn_z}{n} = \varphi(v_z) dv_z, \quad (2)$$

где $\frac{dn_z}{n}$ — доля молекул, для которых Z — компонента скорости

лежит в указанном интервале. В силу полной хаотичности движения молекул, все направления в газе совершенно равноправны, поэтому функции распределения по X-компонентам и Y-компонентам скорости имеют тот же вид. Наконец, может быть поставлен вопрос о числе молекул, компоненты скоростей которых лежат в интервалах от v_x до $v_x + dv_x$, от v_y до $v_y + dv_y$, от v_z до $v_z + dv_z$. Если вид функции известен, то этот вопрос решается следующим образом. Сначала находимся доля молекул с требуемой Z - компонентой (формула 2). Затем из этих молекул отбираются те молекулы, у которых Y-компонента имеет требуемые значения и, наконец, из этих молекул отбираются молекулы с требуемой X-компонентой. Искомая доля будет равна

$$\frac{dn}{n} = \varphi(v_z) \cdot \varphi(v_y) \cdot \varphi(v_x) dv_z dv_y dv_x. \quad (3)$$

Эта процедура аналогична, например, определению доли людей, чей рост заключен в пределах от 175 до 176 см, и весе в пределах от 75 до 76 кг. Если, например, доля людей с указанным ростом составляет 0,1, а с указанным весом - 0,15, то доля людей, у которых и рост и вес лежат в указанных пределах равна 0,1 · 0,15 = 0,015. Между ранее введенной функцией $f(v)$, описывающей распределение молекул по модулю скорости безотносительно к ее направлению, и функцией φ , описывающей распределение молекул по компонентам скорости, имеется тесная связь, о которой пойдет речь далее. Установим вид функции φ . Для этого рассмотрим частный случай распределения Больцмана - формулу (5) (из лабораторной работы №16), описывающую распределение молекул по высоте Z . Из формулы (5) вытекает, что число молекул в 1 м^3 с высотой убывает. Причина этого, очевидно, заключается в том, что не все молекулы с $Z_0 = 0$ имеют достаточную скорость, чтобы подняться на высоту Z , поэтому - то на высоту Z поднимутся только молекулы, скорости которых при $Z_0 = 0$ удовлетворяют соотношениям $v_z \Big|_{Z=0} \geq \sqrt{2gz}$. Таким образом, если рассмотреть молекулы с $v_z > 0$, т.е., поднимающиеся вверх, то число молекул, пересекающих уровень $Z_0 = 0$ со скоростью $v_z > v_z = \sqrt{2gz}$ будет равно числу молекул, пересекающих уровень Z с любой скоростью $v_z > 0$. Распределение молекул по скоростям на всех высотах одинаково, поскольку оно устанавливается в результате взаимных столкновений молекул, на которые

силовое поле влияния не оказывает. Поэтому доля молекул на высоте $Z_0 = 0$, имеющих скорости $U_Z > 0$, и доля молекул на высоте Z , для которых $U_Z > 0$ на высоте Z , относится к числу молекул, для которых $U_Z > 0$ при $Z_0 = 0$, как концентрации молекул на этих высотах, т. е.

$$\frac{n U_Z}{n U_{Z_0}} = \frac{n_0 \cdot \exp\left(-\frac{m g Z}{k T}\right)}{n_0 \cdot \exp\left(-\frac{m g Z_0}{k T}\right)} = e^{-\frac{m g (Z - Z_0)}{k T}}.$$

Однако в соответствии с вышесказанным $n U_Z = n U_Z'$, поэтому с учетом того, что $Z = U_Z^2 / 2g$, имеем

$$\frac{n U_{Z_0}'}{n U_{Z_0}} = \exp\left(-\frac{m(U_Z^2 - U_{Z_0}^2)}{2kT}\right).$$

Иными словами, число молекул, пересекающих за Δt единичную площадку $Z_0 = 0$ с $U_Z > U_Z$, равно произведению числа молекул, пересекающих эту площадку с $U_Z > 0$ на множитель

$$\exp\left(-\frac{m U_Z^2}{2kT}\right)$$

Можно сказать еще проще: доля молекул, пересекающих площадку $Z_0 = 0$ за Δt и движущихся вверх со скоростью большей U_Z , от общего числа молекул, движущихся вверх и пересекающих площадку за Δt , равна указанной экспоненте.

За Δt через площадку $Z_0 = 0$ пройдут только те молекулы с $U_Z = U_Z$, которые находятся не далее от этой площадки, чем на расстоянии $U_Z \Delta t$, т. е. число этих молекул пропорционально одновременно и U_Z и числу молекул, имеющих скорость, близкую к U_Z , т. е. $\varphi(U_Z) dU_Z$ (формула 2). Итак, число молекул, движущихся вверх со скоростью U_Z , будет пропорционально интегралу

$$\int_{U_Z}^{\infty} U_Z \cdot \varphi(U_Z) dU_Z.$$

С другой стороны, этот интеграл пропорционален, как указано выше

$$\exp\left(-\frac{m U_Z^2}{2kT}\right),$$

$$\text{т. е. } \int_{U_Z}^{\infty} U_Z \cdot \varphi(U_Z) \cdot dU_Z = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{m U_Z^2}{2kT}\right),$$

или U_z

$$-\int U_z \cdot \psi(U_z) \cdot dU_z = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{mU_z^2}{2KT}\right).$$

Дифференцируя по U_z обе части, получим

$$\psi(U_z) = C \exp\left(-\frac{mU_z^2}{2KT}\right), \quad \psi(v_z) = C \cdot e^{-\frac{mv_z^2}{2KT}}.$$

Постоянную C определим из условия, что доля молекул, для которых v_z лежит в пределах от $-\infty$ до $+\infty$, равна 1, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(v_z) dv_z = 1.$$

Можно сказать, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}.$$

Тогда, интегрируя, получим

$$C = \sqrt{\frac{m}{2\pi KT}}.$$

Окончательно, функция распределения по Z -компоненте скорости имеет вид

$$\psi(v_z) = \left(\frac{m}{2\pi KT}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{mv_z^2}{2KT}}. \quad (4)$$

Тогда в соответствии с (3) доля молекул, компоненты скоростей которых лежат в интервалах $(v_x, v_x + dv_x)$, $(v_y, v_y + dv_y)$, $(v_z, v_z + dv_z)$ равно

$$\frac{dn}{n} = \left(\frac{m}{2\pi KT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2KT}} \cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z. \quad (5)$$

Формула (5) называется распределение Максвелла по компонентам скорости. Удобно ввести воображаемое пространство, по осям которого откладываются компоненты скорости. Тогда формула (5) дает долю тех молекул, концы векторов которых лежат в параллелепипеде, изображенном на Рис. 1. Если теперь задаться вопросом о доле молекул, скорости которых лежат в интервале от v до

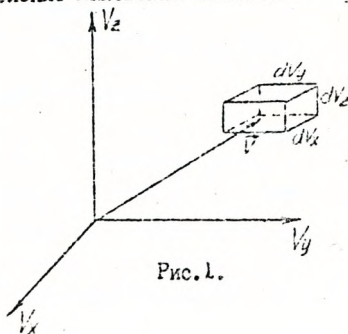


Рис. 1.

до $(v+dv)$ безотносительно к их направлениям, то концы векторов скоростей таких молекул должны лежать в объеме шарового слоя (рис. 2). Этот объем равен $4\pi v^2 dv$. Тогда искомая доля молекул равна

$$\frac{dn}{n} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot 4\pi v^2 dv.$$

Из (1) следует, что функция распределения по модулю скорости имеет вид

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \quad (6)$$

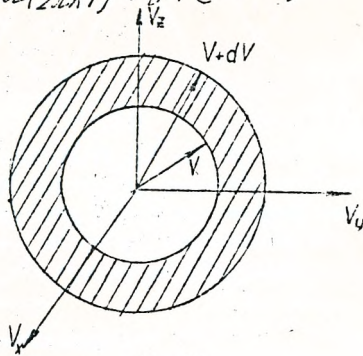


Рис. 2.

Конкретный вид данной функции зависит от рода газа (от массы молекулы) и от параметра состояния (от температуры T). При этом следует заметить, что давление и объем газа на распределение молекул по скоростям не влияют.

Вид функции $f(v)$ показан на рис. 3.

Скорость, отвечающая максимальному значению функции распределения, будет, очевидно, наиболее вероятной: (v_c) . Действительно, если сравнить число молекул dn , скорости которых лежат в пределах, различным образом выбранных, но равных по величине интервалов dv , то наибольшим будет dn , соответствующие интервалу в окрестности максимума. Таким образом, решив задачу на нахождение максимума $f(v)$, мы найдем наиболее вероятную скорость v_c . Продифференцировав (6) по v и приравняв полученное выражение нулю, имеем:

$$\frac{df(v)}{dv} = 4\sqrt{\pi} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v \cdot \left(2 - \frac{mv^2}{kT}\right) = 0.$$

Значение v , обращающее в нуль выражение, стоящее в скобках, представляет собой искомое v_0 :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (7)$$

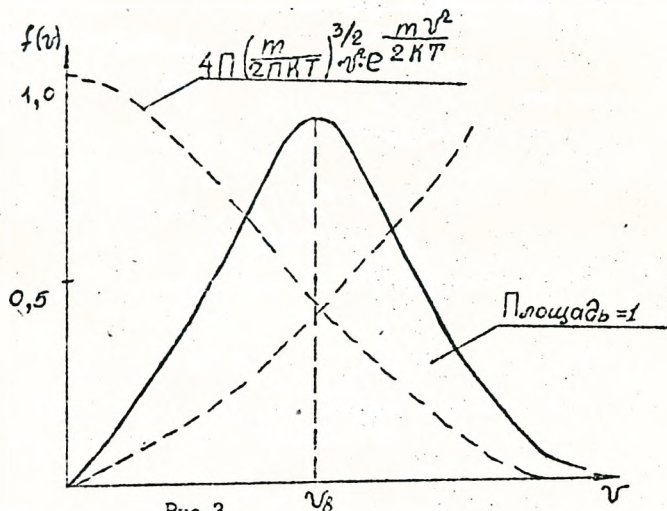


Рис. 3.

Из формулы (7) следует, что при увеличении температуры (или уменьшении массы молекулы) максимум кривой сдвигается вправо и становится ниже, причем, как мы знаем, площадь, охватываемая кривой, остается неизменной. На рис. 4 сопоставлены две кривые распределения, которые следует трактовать как относящиеся к различным температурам T_1 и T_2 (при одинаковой m).

Относительно количество молекул, скорость которых превышает некоторое значение v_0 определяется выражением:

$$\int_{v_0}^{\infty} f(v) dv.$$

На графике (рис. 4) этому интегралу соответствует лежащая справа от v_0 часть площади, ограниченная кривой. Как видно из рис. 4

относительное количество молекул, имеющих скорости, превышающие v_0 , сильно растет с повышением температуры.

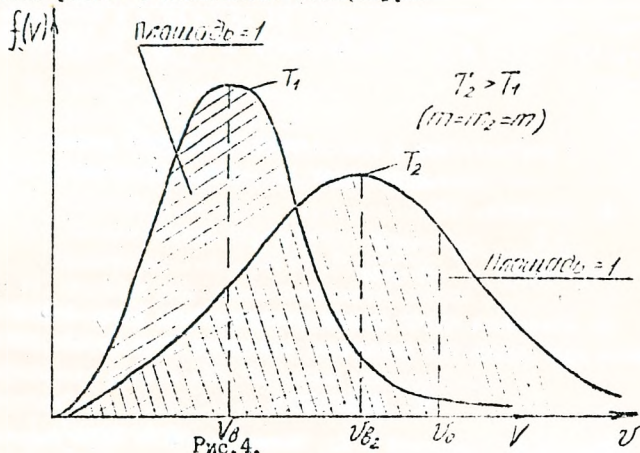


Рис. 4.

Необходимо подчеркнуть еще раз, что установленный Максвеллом закон распределения молекул по скоростям и все вытекающие из него следствия справедливы только для газа, находящегося в равновесном состоянии. Закон Максвелла – статистический, а законы статистики выполняются тем точнее, чем к большему числу одинаковых объектов они применяются.

IV. Задания для самостоятельной работы.

Задание I.

1. По данным эксперимента, полученным при выполнении лабораторной работы №16 "Изучение распределения Максвелла", заполнить таблицу:

| i | $\Delta T = T_{i+1} - T_i$ | $\frac{\Delta T}{T_0}$ | $\sqrt{v_i}$ | $\Delta(\sqrt{v_i}) = \sqrt{v_{i+1}} - \sqrt{v_i}$ | $f(v) \propto \frac{\Delta T_i}{T_0 \cdot \Delta(\sqrt{v_i})}$ |
|-----|----------------------------|------------------------|--------------|--|--|
| 0 | | | | | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| ... | | | | | |
| n | | | | | |

2. Построить графики зависимости $f(v)$ от $\sqrt{v_i}$.

3. Определить относительную долю числа электронов, скорости которых лежат в интервале от v_E до $v_E + \alpha v_E$ и в интервале от $v_E + \alpha v_E$ до $v_E + \beta v_E$. Коэффициенты α и β задаются преподавателем.

Задание 2.

1. В соответствии с вышеизложенной теорией показать, что скорость v_E электронов, долетевших до анода, пропорциональна $\sqrt{U_c}$.

2. Доказать, что

$$\frac{\Delta \mathcal{I}}{\mathcal{I}_0 \Delta(U_c)} \sim \frac{\Delta \gamma}{n_0 \Delta v_E} = f(v).$$

3. Объяснить сдвиг кривых распределения Максвелла относительно друг друга при различных значениях тока накала катода.

V. ЛИТЕРАТУРА

1. Детлаф А.А., Яворский В.М., Милковская Л.Б. Курс физики. - М., Высшая школа, 1973-1979 гг., т. I.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - М., Наука, 1977, т. I.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. - М., Наука, 1977, т. I.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| 1. Лабораторная работа №10 "Изучение газовых законов. | |
| Определение показателя адиабаты и политропы..... | I |
| I. Цель работы..... | I |
| II. Приборы и принадлежности..... | I |
| III. Введение..... | I |
| IV. Схема установки..... | 8 |
| У. I. Теория метода определения показателя адиабаты..... | 10 |
| У. II. Теория метода определения показателя политропы..... | 11 |
| У I. Задания для самостоятельной работы..... | 12 |
| У II. Вопросы для самопроверки..... | 13 |
| У III. Литература..... | 14 |
| 2. Лабораторная работа №16 "Изучение распределения Больцмана"..... | 15 |
| I. Цель работы..... | 15 |
| II. Приборы и принадлежности..... | 15 |
| III. Введение..... | 15 |
| IV. Методика расчета..... | 19 |
| У. Задания для самостоятельной работы..... | 21 |
| VI. Литература..... | 22 |
| 3. Лабораторная работа №17 "Изучение распределения Максвелла"..... | 23 |
| I. Цель работы..... | 23 |
| II. Приборы и принадлежности..... | 23 |
| III. Введение..... | 23 |
| IV. Задания для самостоятельной работы..... | 29 |
| У. Литература..... | 30 |

Составители:

Виктор Иванович Гладковский
Владимир Григорьевич Каролинский
Евгения Яковлевна Хуснутдинова
Николай Игнатьевич Чопчиц

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ ФИЗИКИ. ЧАСТЬ Ш.
ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ (№№ 10, 16, 17)

Методические указания. Под общей редакцией В.И.Гладковского.

Подписано к печати 1986.10.23. Бумага писчая №1.

Офсетная печать. Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 2,0.

Заказ № 614. Тир. 500 экз. Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте Брестского инженерно-строительного
института. 224017, Брест, ул. Московская, 267.