

3. Strategija cifrovoj transformacii obrabatyvajushhijh otraslej promyshlennosti, napravlennoj na dostizhenija ih "cifrovoj zrelosti" do 2024 g. i na period do 2030 g. -URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401415210/> (data obrashhenija 16.08.2033)

4. Ukaz Prezidenta Rossijskoj Federacii "O nacional'nyh celjah razvitija Rossijskoj Federacii na period do 2030 goda" ot 21.07.2020 ? 474.-URL: <https://base.garant.ru/74404210/>(data obrashhenija 15.05.2023)

5. Federal'nyj zakon "O strategicheskom planirovanii v Rossijskoj Federacii. - URL: <https://base.garant.ru/70684666/>(data obrashhenija 15.05.2023)

6. Federal'nyj zakon "O promyshlennoj politike v Rossijskoj Federacii. - URL: <https://base.garant.ru/70833138/>(data obrashhenija 15.05.2023)

7. Ukaz Prezidenta Rossijskoj Federacii ot 31 dekabrya 2015 g. ? 683 "O Strategii nacional'noj bezopasnosti Rossijskoj Federacii"; <http://www.kremlin.ru/acts/bank/40391>(data obrashhenija 25.05.2023)

8. Ukaz Prezidenta Rossijskoj Federacii ot 13 maja 2017 g. ? 208 "O Strategii jekonomicheskoy bezopasnosti Rossijskoj Federacii na period do 2030 goda. - URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/41921>(data obrashhenija 10.05.2023)

9. Ukaz Prezidenta Rossijskoj Federacii ot 1 dekabrya 2016 g. ? 642 "O Strategii nauchno-tehnologicheskogo razvitija Rossijskoj Federacii"; <https://base.garant.ru/71551998/> (data obrashhenija 15.05.2023)

10. Kiselev D. N., Psareva N. Ju. Povyszenie jeffektivnosti upravlenija organizaciej na osnove sovremennyh cifrovyyh tehnologij // Jeffektivnoe upravlenie jekonomikoj: problemy i perspektivy: sbornik trudov VIII Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii (Simferopol', 13–14 aprelja 2023 g.). Simferopol': Arial, 2023. S. 99–102.

© Псарева Н. Ю., Кисилев Д.Н., 2023

УДК 330.4

## **ДИНАМИЧЕСКИЕ ТРЕХФАКТОРНЫЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ОБОБЩЕННО НЕЙТРАЛЬНЫЙ ПО ХАРРОДУ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ПРОГРЕСС**

А. Ф. Проневич<sup>1\*</sup>, Г. А. Хацкевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Гродненский государственный университет имени Янки Купалы  
230023 Республика Беларусь, г. Гродно, ул. Ожешко, 22.

<sup>2</sup>Институт бизнеса Белорусского государственного университета  
220004 Республика Беларусь, г. Минск, ул. Обойная, 7.

\*Email: [pranevich@grsu.by](mailto:pranevich@grsu.by)

*Для динамических трехфакторных производственных функций введено понятие обобщенно нейтрального научно-технического прогресса по Харроду (предельная производительность не изменяется с течением времени при фиксированной средней отдаче обобщенного ресурса). Получен общий класс динамических трехфакторных производственных функций, учитывающих обобщенно нейтральный по Харроду научно-технический прогресс.*

*Ключевые слова: научно-технический прогресс, динамическая модель, трехфакторная производственная функция, обобщенная нейтральность по Харроду.*

# DYNAMIC THREE-FACTOR PRODUCTION FUNCTIONS WITH HARROD'S GENERALIZED NEUTRAL TECHNOLOGICAL PROGRESS

A. F. Pranevich<sup>1\*</sup>, G. A. Khatskevich<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Yanka Kupala State University of Grodno  
Belarus, Grodno, 230023, 22 Ozheshko str.

<sup>2</sup> School of Business of Belarusian State University  
Belarus, Minsk, 220004, 7 Oboynaya str.

\*Email: pranevich@grsu.by

*In this paper, we consider dynamic three-factor production functions. The concepts of generalized neutrality for technological progress according to Harrod are introduced. A general analytical class of dynamic three-factor production functions with Harrod's generalized neutral technological progress is obtained.*

*Keywords: technological progress, dynamic model, three-factor production function, Harrod's generalized neutrality.*

**Введение и постановка задачи.** Рассмотрим динамическую трехфакторную производственную функцию (ПФ) [1, с. 8]

$$Y = F(K, L, N, t), \quad (1)$$

где  $Y$  – выпуск продукции,  $K$  – капитал,  $L$  – труд,  $N$  – природные ресурсы (земля, нефть, газ и др.),  $t$  – параметр времени из числового луча  $\mathbf{R}_+ = [0; +\infty)$ , каждое значение которого выражает определенный уровень НТП, а неотрицательная функция  $F$  является дважды непрерывно дифференцируемой на множестве  $D = G \times \mathbf{R}_+$ , экономическая область  $G \subset \mathbf{R}_+^3 = \{(K, L, N) : K \geq 0, L \geq 0, N \geq 0\}$ .

Отметим, что монографии [1] «Новая классическая теория экономического роста» английский экономист Д.Э. Мид (J. Ed. Meade), лауреат по экономическим наукам памяти Альфреда Нобеля 1977 года, обосновал значимость использования в моделях экономического роста динамических трехфакторных ПФ (1), которые наряду с факторами капитала  $K$  и труда  $L$  учитывают также и третий фактор  $N$  – природные ресурсы. В настоящее время, модели экономического роста с динамическими трехфакторными ПФ активно используются для решения задач прогнозирования (например, при изучении проблемы «ресурсного проклятия» [2, 3] и влияния на экономический рост НИОКР и инноваций [4]).

В работе [5] авторами для динамической трехфакторной ПФ (1) было введено понятие *нейтрального по Харроду (по Солоу, по Миду) НТП*: если предельная производительность капитала  $MP_K(F)$  (труда  $MP_L(F)$ , природных ресурсов  $MP_N(F)$ ) не изменяется с течением времени при фиксированной фондоотдаче (производительности труда, отдаче от природных ресурсов), т.е.

$$MP_K(F) = const \quad \text{при} \quad \frac{Y}{K} = const$$

( $MP_L(F) = const$  при  $Y/L = const$ ,  $MP_N(F) = const$  при  $Y/N = const$ ), и описан (Утверждения 1 – 3) общий класс динамических трехфакторных ПФ (1), которые учитывают нейтральный по Харроду НТП.

**Утверждение 1.** Динамическая трехфакторная ПФ (1) учитывает НТП, нейтральный по Харроду, если и только если ее можно представить в виде

$$F(K, L, N, t) = \Phi(K, \Psi(L, N, t)),$$

где  $\Phi$  – некоторая неотрицательная линейно-однородная непрерывно дифференцируемая функция двух переменных  $K$  и  $\Psi$ , а внутренняя функция  $\Psi$  есть непрерывно дифференцируемая от трех переменных  $L, N$  и  $t$ .

**Утверждение 2.** Для того, чтобы динамическая трехфакторная ПФ (1) одновременно учитывала нейтральный по Харроду и по Солоу НТП необходимо и достаточно, чтобы она была представлена или в аналитической форме

$$F_1(K, L, N, t) = A(N, t) \cdot K^{\alpha_1} L^{\alpha_2},$$

или в аналитической форме

$$F_2(K, L, N, t) = (a_1 K^{1-\gamma} + a_2 L^{1-\gamma} + A(N, t))^{1/(1-\gamma)},$$

где  $A$  есть неотрицательная непрерывно дифференцируемая функция.

**Утверждение 3.** Динамическая трехфакторная ПФ (1) одновременно учитывает нейтральный по Харроду, Солоу и Миду НТП тогда и только тогда, когда динамическая ПФ (1) представима или в аналитической форме

$$F_1(K, L, N, t) = \Theta(t) \cdot K^{\alpha_1} L^{\alpha_2} N^{\alpha_3}$$

или в аналитической форме

$$F_2(K, L, N, t) = (a_1 K^{1-\gamma} + a_2 L^{1-\gamma} + a_3 N^{1-\gamma} + \Theta(t))^{1/(1-\gamma)},$$

где  $\alpha_i, a_i, \in \mathbf{R}, i = 1, 2, 3, \gamma \neq 1$ , а  $\Theta$  есть неотрицательная непрерывно дифференцируемая функция, зависящая только от параметра НТП.

В данной работе для динамических трехфакторных ПФ: введены понятия обобщенной нейтральности НТП по Харроду, Солоу и Миду; выделен общий класс динамических трехфакторных ПФ, учитывающих обобщенно нейтральный по Харроду НТП; получены аналитические формы динамических трехфакторных ПФ, которые учитывают одновременно обобщенно нейтральный по Харроду и по Солоу НТП; а также представлены динамические трехфакторные ПФ для моделирования НТП, одновременно обобщенно нейтрального по Харроду, по Солоу и по Миду. Статья продолжает исследования авторов [5 – 9] по изучению классификаций нейтральности НТП в зависимости от соотношений между экономическими показателями.

**Основные результаты.** НТП назовем *обобщенно нейтральным по Харроду (по Солоу, по Миду)*, если предельная производительность капитала  $MP_K(F)$  (труда  $MP_L(F)$ , природных ресурсов  $MP_N(F)$ ) не изменяется с течением времени при фиксированной средней отдаче обобщенного ресурса (в качестве такого обобщенного ресурса чаще всего рассматривается себестоимость продукции), т.е. имеет место условие

$$\begin{aligned}
 MP_K(F) = const & \quad \text{при} \quad \frac{Y}{\alpha K + \beta L + \gamma N} = const \\
 (MP_L(F) = const & \quad \text{при} \quad \frac{Y}{\alpha K + \beta L + \gamma N} = const, \\
 MP_N(F) = const & \quad \text{при} \quad \frac{Y}{\alpha K + \beta L + \gamma N} = const) \Bigg), \quad \alpha, \beta, \gamma > 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Отметим, что из условия (2) при  $\beta = \gamma = 0$  следует определение нейтральности НТП по Харроду для динамических трехфакторных ПФ (1). Класс динамических трехфакторных ПФ, учитывающих обобщенно нейтральный по Харроду НТП, описывает следующее утверждение.

**Теорема 1.** *Динамическая трехфакторная ПФ (1) учитывает обобщенно нейтральный по Харроду НТП, если и только если ее можно представить в виде*

$$F(K, L, N, t) = \Phi(\alpha K + \beta L + \gamma N, \Psi(L, N, t)),$$

где  $\Phi$  – некоторая неотрицательная линейно-однородная непрерывно дифференцируемая функция двух переменных, а внутренняя функция  $\Psi$  есть непрерывно дифференцируемая от трех переменных  $L, N$  и  $t$ .

**Теорема 2.** *Динамическая трехфакторная ПФ (1) учитывает НТП, обобщенно нейтральный одновременно по Харроду и по Солоу, тогда и только тогда, когда ее можно представить в аналитическом виде*

$$F(K, L, N, t) = \Phi(\alpha K + \beta L + \gamma N, \Psi(N, t)),$$

где  $\Phi$  – некоторая неотрицательная линейно-однородная непрерывно дифференцируемая функция двух переменных, а  $\Psi$  есть непрерывно дифференцируемая функция от двух переменных.

**Теорема 3.** *Динамическая трехфакторная ПФ (1) учитывает НТП, обобщенно нейтральный одновременно по Харроду, по Солоу и по Миду, в том и только в том случае, когда ее можно представить в аналитическом виде*

$$F(K, L, N, t) = \Phi(\alpha K + \beta L + \gamma N, \Psi(t)).$$

Утверждения теорем 1 – 3 доказываются методом, аналогично использованному при установлении аналитических форм динамических двухфакторных ПФ, обобщенно нейтральных по Харроду, в работе [6].

Полученные в данной статье результаты могут быть использованы при моделировании реальных производственных процессов на основании динамических трехфакторных ПФ, которые учитывают обобщенно нейтральный по Харроду (по Солоу, по Миду) НТП.

**Благодарности.** Работа выполнена при поддержке ГПНИ «Общество и гуманитарная безопасность белорусского государства» на 2021 – 2025 годы (НИР «Разработка и применение эконометрических моделей развития малого и среднего предпринимательства в регионах для анализа и прогнозирования производства и экспорта товаров и услуг», № ГР 20211753).

### Список использованных источников

1. Meade, J.E. A new-classical theory of economic growth / J.E. Meade. – New York: Oxford University Press, 1961. 147p.
2. Полтерович, В.М. Экономическая политика, качество институтов и механизмы «ресурсного проклятия» / В.М. Полтерович, В.В. Попов, А.С. Тонис // Вопросы экономики. 2007. № 6. С. 4–27.
3. Матвеевко, В.Д. Выбор технологий и экономический рост в ресурсозависимой экономике / В.Д. Матвеевко // Экономическая наука современной России. 2012. № 1 (56). – С. 30–48.
4. Горидько, Н.П. Современный экономический рост: теория и регрессионный анализ / Н.П. Горидько, Р.М. Нижегородцев. М.: ИНФРА-М, 2017. 343 с.
5. Проневич, А.Ф. Динамические трехфакторные производственные функции, учитывающие нейтральный по Харроду научно-технический прогресс / А.Ф. Проневич, Г.А. Хацкевич // Бизнес. Инновации. Экономика. 2022. Вып. 6. С. 253 – 263.
6. Проневич, А.Ф. Научно-технический прогресс и нейтральность по Хиксу, Харроду и Солоу: генезис, построение и обобщение / А.Ф. Проневич, Г.А. Хацкевич // Белорусский экономический журнал. 2020. № 3. С. 87–105.
7. Проневич, А.Ф. Динамические производственные функции для моделирования производственных процессов, учитывающих одновременно нейтральный по Хиксу и Харроду научно-технический прогресс / А.Ф. Проневич, Г.А. Хацкевич // Вестник института экономики НАН Беларуси. 2022. Вып. 5. С. 9 – 27.
8. Проневич, А. Ф. О производственных функциях, учитывающих одновременно нейтральный по Хиксу, Харроду и Солоу научно-технический прогресс / А. Ф. Проневич // Экономика и математические методы. 2023. Т. 59. № 1. С. 16–21.
9. Проневич, А. Ф. Динамические трехфакторные производственные функции, учитывающие полностью нейтральный по Хиксу научно-технический прогресс / А. Ф. Проневич, Г. А. Хацкевич // Бизнес. Инновации. Экономика. 2023. Вып. 7. С. 132–144.

### References

1. Meade, J.E. A new-classical theory of economic growth / J.E. Meade. – New York: Oxford University Press, 1961. – 147p.
2. Polterovich, V.M. Jekonomicheskaja politika, kachestvo institutov i mehanizmy «resursnogo prokljatija» / V.M. Polterovich, V.V. Popov, A.S. Tonis // Voprosy jekonomiki. – 2007. – № 6. – S. 4–27.
3. Matveenko, V.D. Vybora tehnologij i jekonomicheskij rost v resursozavisimoj jekonomike / V.D. Matveenko // Jekonomicheskaja nauka sovremennoj Rossii. – 2012. – № 1 (56). – S. 30–48.
4. Gorid'ko, N.P. Sovremennij jekonomicheskij rost: teorija i regressionnyj analiz / N.P. Gorid'ko, R.M. Nizhegorodcev. – M.: INFRA-M, 2017. – 343 s.
5. Pronevich, A.F. Dinamicheskie trehfaktornye proizvodstvennye funkicii, uchityvajushhie nejtral'nyj po Harrodu nauchno-tehnicheskij progress / A.F. Pronevich, G.A. Hackevich // Biznes. Innovacii. Jekonomika. – 2022. – Vyp. 6. – S. 253 – 263.
6. Pronevich, A.F. Nauchno-tehnicheskij progress i nejtral'nost' po Heksu, Harrodu i Solou: genezis, postroenie i obobshhenie / A.F. Pronevich, G.A. Hackevich // Belorusskij jekonomicheskij zhurnal. – 2020. – № 3. – S. 87–105.
7. Pronevich, A.F. Dinamicheskie proizvodstvennye funkicii dlja modelirovanija proizvodstvennyh processov, uchityvajushhih odnovremenno nejtral'nyj po Heksu i Harrodu nauchno-tehnicheskij progress / A.F. Pronevich, G.A. Hackevich // Vestnik instituta jekonomiki NAN Belarusi. – 2022. – Vyp. 5. – S. 9 – 27.
8. Pronevich, A. F. O proizvodstvennyh funkcijah, uchityvajushhih odnovremenno nejtral'nyj po Heksu, Harrodu i Solou nauchno-tehnicheskij progress / A. F. Pronevich // Jekonomika i matematicheskie metody. – 2023. – T. 59. – № 1. – S. 16–21.

9. Pronevich, A. F. Dinamicheskie trehfaktornye proizvodstvennye funkcii, uchityvajushhie polnost'ju nejtral'nyj po Nixsu nauchno-tehnicheskij progress / A. F. Pronevich, G. A. Hackevich // Biznes. Innovacii. Jekonomika. – 2023. – Вып. 7. – С. 132–144.

© Проневич А. Ф. \*, Хацкевич Г. А.

УДК 339.13

## **ТЕНДЕНЦИИ ИНТЕРНЕТ-РЕКЛАМЫ И МАРКЕТИНГА В УСЛОВИЯХ ФОРМИРОВАНИЯ ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ**

Суханов К. К.<sup>1\*</sup>, Никифорова В. Э.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Уральский институт управления – филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации"

Россия, г. Екатеринбург, ул. 8 марта, 66

<sup>2</sup>Уральский институт управления – филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации"

Россия, г. Екатеринбург, ул. 8 марта, 66

\*kirill\_sukhanov\_1999@mail.ru

*Авторами рассмотрен сегмент интернет-рекламы и маркетинга, а также рынки внутри данного сегмента. Указан объем сегмента интернет-рекламы и маркетинга в 2022 году и обозначены основные факторы, влияющие на него.*

*Ключевые слова: цифровая экономика, цифровой маркетинг, интернет-реклама, сегмент рынка.*

## **TRENDS IN INTERNET ADVERTISING AND MARKETING IN THE EMERGING DIGITAL ECONOMY**

K. K. Sukhanov<sup>1</sup>, V. E. Nikiforova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ural Institute of Management - a branch of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Russian Academy of National Economy and Public Administration under the President of the Russian Federation

66, 8 March St., Yekaterinburg, Russia

<sup>2</sup>Ural Institute of Management - a branch of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Russian Academy of National Economy and Public Administration under the President of the Russian Federation

66, 8 March St., Yekaterinburg, Russia

\*kirill\_sukhanov\_1999@mail.ru

*The authors examine the Internet advertising and marketing segment and the markets within it. The volume of the online advertising and marketing segment in 2022 is specified and the main factors influencing it are outlined.*

*Keywords: digital economy, digital marketing, online advertising, market segment.*