

Рис. 2. Области неустойчивости и зависимость $\mu(\varphi)$

Заключение. Полученные в работе результаты показывают, что угол при определенных углах намотки стекловолокна могут возникнуть параметрически неустойчивые колебания цилиндрических оболочек под действием продольных пульсирующих сил. Это тем более важно, поскольку при некоторых углах намотки стекловолокна может наблюдаться основной резонанс, соответствующий первой области неустойчивости и наиболее часто встречающийся на практике.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Соппротивление стеклопластиков // В. Л. Бажанов [и др.] – М: Машиностроение, 1968. – 303 с.
2. Huang Kezhi. Theory of plates and shells. – Beijing: Tsinghua University Press, 1987. – 407 p.
3. Xu Zhilun. Elasticity. Volume II. – Beijing: Higher Education Press, 2006. – 287 p.
4. Zhou Jiqing. Nonlinear vibration. Xi'an Jiaotong University Press. China, 1998 – 423 p.

Материал поступил в редакцию 24.02.11

VAN CHZIVEY, BOSYAKOV S.M. The influence of a corner of winding of fiber glass on dynamic stability cylindrical axisymmetric is constructive anisotropic of environments

In the present work the results of research of parametrical fluctuations cylindrical structurally anisotropic of an environment from fibreglass subject to action of longitudinal pulsing force are submitted under boundary conditions Nav'e. The fibreglass is considered as homogeneous monolithic anisotropic a material, which elastic properties depend on a corner of winding of fiber glass. The dependence of critical loading on a corner of winding of fiber glass is received and the ranges of corners of winding are determined, at which are observed параметрически unstable fluctuations.

УДК 69.04

Орлов С.А.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕШЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И СИМВОЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Краткий обзор и актуальность исследований. С уверенностью можно констатировать, что системы прочностного анализа промышленной реализации имеют в основе вычислительного ядра всевозможные модификации метода конечных элементов (МКЭ) – универсального метода исследования математической физики, доминирующего последние примерно пятьдесят лет. Интересно отметить, что научные аспекты расчета сложных стержневых систем не ограничиваются рамками МКЭ, широкий их обзор приведен в работе [2]. В части задач строительной механики метод конечных элементов представлен двумя основными модификациями: собственно матричная реализация метода перемещений и классическое расширение приема Рэлея-Ритца, связанного с угадыванием деформированной формы и последующей минимизацией функционала полной потенциальной энергии конструкции.

Указанные подходы, тем не менее, имеют единую – энергетическую природу. Так, уравнения метода перемещений прямо вытекают из принципа стационарности потенциальной энергии, к которому, в свою очередь, приводит первая теорема Кастилиано.

Универсальность, общность подходов к анализу проблем математической физики вообще и механики деформируемых твердых тел, в частности, предопределили доминирующее положение метода конечных элементов в расчетной практике, особенно на стадии поверочных расчетов. Тем не менее в части задач определения оптимальных формы и размеров конструкций, задач предварительного проектирования и утверждения параметров, метод проявляет существенный концептуальный недостаток – численный стационарный характер решений. Именно параметрический анализ посредством МКЭ строится на основе разовых отдельных вычислительных процедур, по результатам которых выносятся суждения о ключевых зависимостях и влиянии исходных параметров на конечные результаты. Причем «широта» такого анализа ограничивается, прежде всего, комбинаторным влиянием множества факторов – исходных данных на конечный результат

в виде перемещений, напряжений и деформаций.

Сегодня, однако, имеется возможность получения решений общего характера, устраняющих описанный недостаток. Основное преимущество аналитических методов исследования состоит в том, что они дают ясное представление о взаимосвязи параметров конструкции с ее несущей способностью, возможность параметрического анализа и формулировки новых закономерностей. Распространенность стержневых конструкций в качестве несущих каркасов и преимущества аналитического описания поведения сложных объектов определяют актуальность исследований.

Постановка задачи. В работе [3] представлен пример полностью символьно-аналитического (буквенного) расчета простейшей плоскопространственной рамы и приведены самые общие аналитические решения для реакций в опорах конструкции, обсуждаются также возможности параметрического анализа. Поставим задачу получить общие формульные решения и провести сравнение численных результатов МКЭ и результатов, полученных в экспериментальном программном обеспечении (ЭПО) для тестовой конструкции, общий вид которой представлен на рисунке 1.

Конструкция нагружена вертикальными сосредоточенными силами $F = 15000\text{H}$, горизонтальными усилиями $F = 2000\text{H}$, сосредоточенными моментами $m = 5000\text{H}\cdot\text{м}$ и распределенными нагрузками в трех направлениях глобальной системы координат $q = 100\text{H}/\text{м}$ так, как показано на рисунке 1, узлы системы – жесткие. В крайних точках основания устроены жесткие опоры, ограничены также горизонтальные перемещения двух узловых точек верхнего контура конструкции (рисунок 1).

Не нарушая общности анализа, примем, что все элементы конструкции – невесомые стержни круглого поперечного сечения. Материал стержней – линейно упругий, модель предполагает работу конструкции в области выполнения закона Гука при заданных нагрузках. Характеристики геометрии и материала стержней представлены в таблице 1.

Орлов С.А., кандидат физико-математических наук, Резидент Парка высоких технологий Беларуси, г. Гомель, Беларусь.

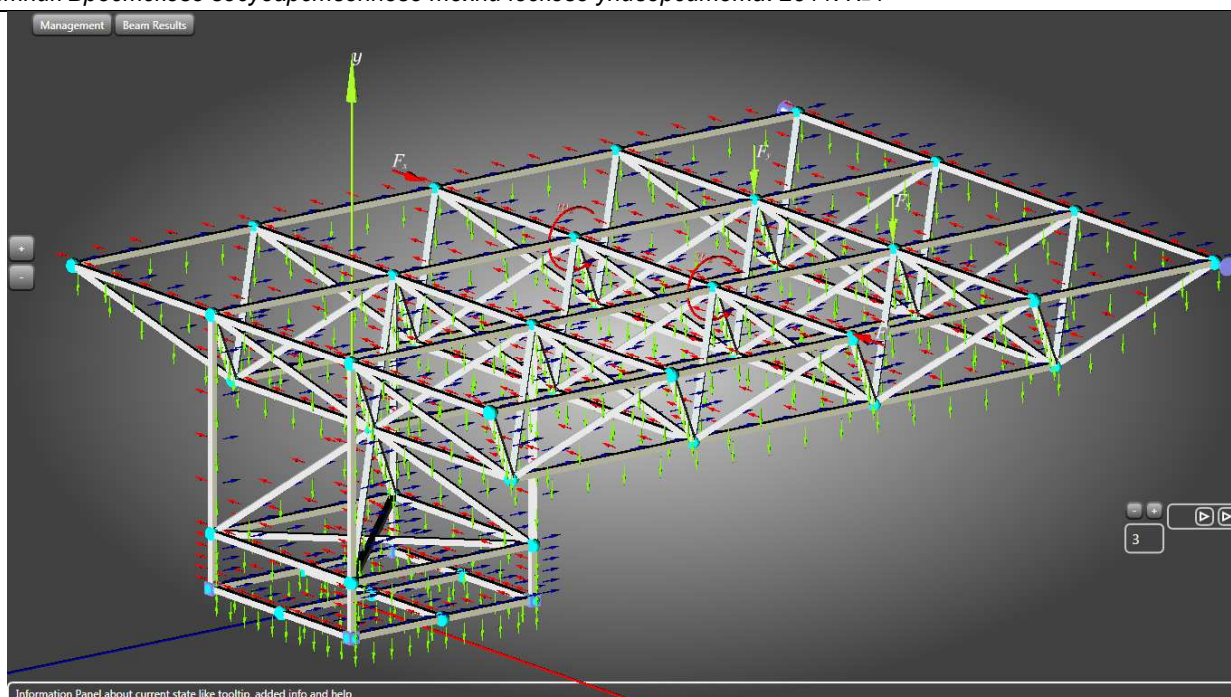
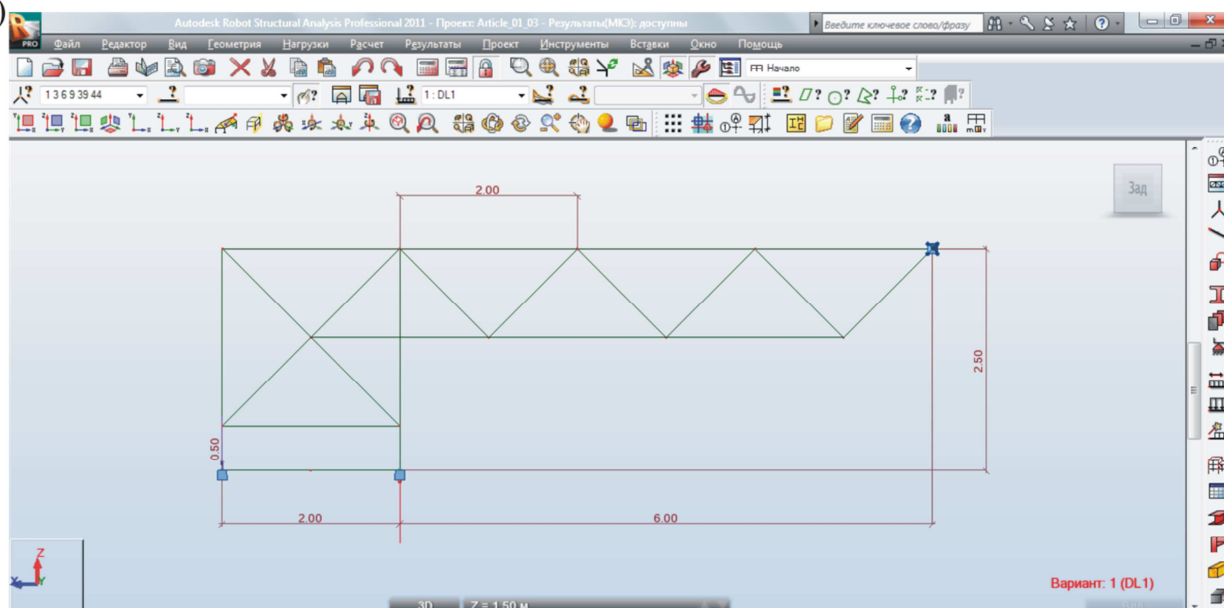


Рис. 1. Общий вид исследуемой конструкции – экспериментальное программное обеспечение

Таблица 1. Характеристики стержневой конструкции

Характеристика	Значение
Модуль Юнга E , Па	$2,05 \cdot 10^{11}$
Коэффициент Пуассона ν	0,3
Модуль сдвига G , Па	$G = E / (2[1 + \nu]) = 0,7885 \cdot 10^{11}$
Диаметр d , см	4
Осевой момент инерции I_x , см ⁴	$I_x = \pi d^4 / 64 = 12,566 \cdot 10^{-8}$
Осевой момент инерции I_y , см ⁴	$I_y = \pi d^4 / 64 = 12,566 \cdot 10^{-8}$
Осевой момент инерции I_z , см ⁴ Z – ось стержня	$I_z = \pi d^4 / 32 = 25,133 \cdot 10^{-8}$
Площадь поперечного сечения A , см ²	$A = \pi d^2 / 4 = 12,566 \cdot 10^{-4}$

a)



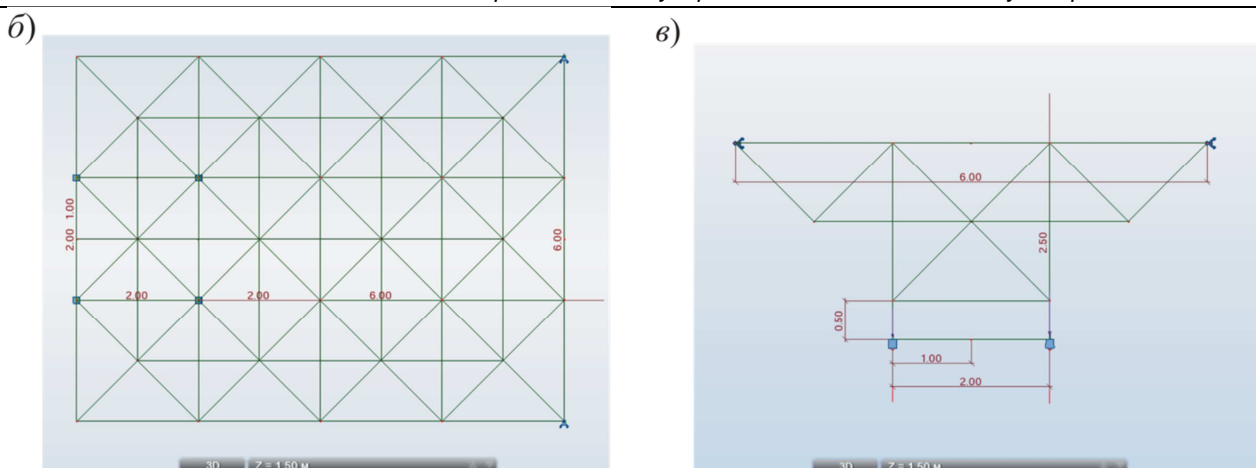


Рис. 2. Основные габаритные размеры конструкции: а) – вид спереди; б) – вид сверху; в) – вид сбоку. Программное обеспечение Autodesk Robot Structural Analysis

Таблица 2. Сравнительный анализ силовых реакций в опорах конструкции

Узел (Robot/ЭПО)	Реакция	Реакции в опорах, Н		
		Экспериментальное ПО	Robot	Относительная ошибка ЭПО – Robot, %
1/2	R_x	6043,65	6043,65	0,0000
	R_y	4227,90	4227,90	0,0000
	R_z	68846,50	68846,50	0,0000
9/9	R_x	5435,14	5435,14	0,0000
	R_y	3003,94	3003,95	0,0003
	R_z	70838,20	70838,21	0,0000
3/3	R_x	5066,43	5066,44	0,0002
	R_y	3327,59	3327,59	0,0000
	R_z	-34469,70	-34469,74	0,0001
6/7	R_x	5627,11	5627,12	0,0002
	R_y	3925,30	3925,30	0,0000
	R_z	-53042,60	-53042,62	0,0000
39/41	R_y	4216,77	4216,77	0,0000
44/32	R_y	3470,84	3470,84	0,0000

Таблица 3. Сравнительный анализ моментных реакций в опорах конструкции

Узел (Robot/ЭПО)	Реакция	Реакции в опорах, Нм		
		Экспериментальное ПО	Robot	Относительная ошибка ЭПО – Robot, %
1/2	m_x	-1041,63	-1041,63	0,0000
	m_y	1615,27	1615,27	0,0000
	m_z	6,71	6,71	0,0000
9/9	m_x	-977,18	-977,18	0,0000
	m_y	1511,11	1511,11	0,0000
	m_z	100,50	100,49	0,0100
3/3	m_x	-899,29	-899,29	0,0000
	m_y	1595,07	1595,07	0,0000
	m_z	-98,45	-98,45	0,0000
6/7	m_x	-1135,05	-1135,05	0,0000
	m_y	1676,35	1676,35	0,0000
	m_z	-5,88	-5,88	0,0000



Рис. 3. Внутренние силовые факторы в первом стержне пояса по рисунку 1. Авторское экспериментальное программное обеспечение

Таблица 4. Внутренние силовые факторы в тестовых стержнях конструкции. Отсчет справа налево

Внутренний фактор	Аналитическое выражение с машинной точностью
Стержень 1	
Продольная сила N , Н	$1023.1629772243381 - 100 \cdot z$
Поперечная сила Q_{xz} , Н	$96.15690754985863 - 100 \cdot z$
Поперечная сила Q_{yz} , Н	$145.26772722714284 - 100 \cdot z$
Изгибающий момент M_{xz} , Нм	$50 \cdot z^2 - 96.15690754985863z + 26.446478205916186$
Изгибающий момент M_{yz} , Нм	$-50 \cdot z^2 + 145.26772722714284z - 70.42295864914885$
Крутящий момент M , Нм	-17.581772613965235
Стержень 2	
Продольная сила N , Н	$-100 \cdot z - 976.992955132818$
Поперечная сила Q_{xz} , Н	$93.34827084972899 - 100 \cdot z$
Поперечная сила Q_{yz} , Н	$117.96884365126483 - 100 \cdot z$
Изгибающий момент M_{xz} , Нм	$50 \cdot z^2 - 93.34827084972899z + 28.353748087544176$
Изгибающий момент M_{yz} , Нм	$-50 \cdot z^2 + 117.96884365126483z - 49.24949695723899$
Крутящий момент M , Нм	-3.9177684333954934
Стержень 3	
Продольная сила N , Н	$68.53995322814119 - 100 \cdot z$
Поперечная сила Q_{xz} , Н	$89.60292658081372 - 100 \cdot z$
Поперечная сила Q_{yz} , Н	$91.02432327548104 - 100 \cdot z$
Изгибающий момент M_{xz} , Нм	$50 \cdot z^2 - 89.60292658081372z + 19.513103598260894$
Изгибающий момент M_{yz} , Нм	$-50 \cdot z^2 + 91.02432327548104z - 16.177651588261476$
Крутящий момент M , Нм	10.480965626397195

Таблица 5. Сравнение значений внутренних силовых факторов для первого стержня

Внутренний фактор (по локальной системе координат ЭПО)	Экспериментальное ПО	Robot	Относительная ошибка, %
Продольная сила N , Н	823,16 ÷ 1023,16	-823,16 ÷ -1023,16	0,00
Поперечная сила Q_{xz} , Н	-103,84 ÷ 96,16	-103,84 ÷ 96,16	0,00
Поперечная сила Q_{yz} , Н	-54,73 ÷ 145,27	54,73 ÷ -145,27	0,00
Изгибающий момент M_{xz} , Нм	34,13 ÷ 26,45	-34,13 ÷ -26,45	0,00
Изгибающий момент M_{yz} , Нм	20,11 ÷ -70,42	20,11 ÷ -70,42	0,00
Крутящий момент M , Нм	-17,58 ÷ -17,58	17,58 ÷ 17,58	0,00

Таблица 6. Сравнение перемещений для срединного стержня пояса в глобальной системе координат

Перемещения - система координат Robot	U_x , см (горизонтальное)	U_y , см (вдоль стержня)	U_z , см (вертикальное)
Robot (удаленная точка)	-0,5420	-0,0793	-0,7847
ЭПО	0,5420	0,0793	-0,7847
Ошибка, %	0,0000	0,0000	0,0000
Robot (ближняя точка)	-0,5103	-0,0801	-0,9375
ЭПО	-0,5103	0,0801	-0,9375
Ошибка, %	0,0000	0,0000	0,0000

Основные габаритные размеры исследуемой стержневой системы показаны в окне программы Robot Structural Analysis (рисунок 2).

Поставим задачу определить в двух программных средах реакции в шести опорах, а также провести сравнительный анализ внутренних силовых факторов и перемещений в трех стержнях, отмеченных на рисунке 1.

Решение и анализ результатов. Полученные в двух программах значения опорных реакций сведем в таблицы 2 и 3. Заметим, что в каждой из программных сред системы координат отличаются, поэтому будем обращать внимание лишь на абсолютные значения.

Как следует из таблиц 2 и 3, результаты расчетов в двух программных средах совпадают. Максимальная ошибка не превышает 0,01%. Отметим, что внутренняя (численная) ошибка в определении реакций проявляется лишь в седьмом знаке после запятой (ЭПО). В целом отмечается полное совпадение результатов, найденных с помощью двух программных сред: экспериментальной системы и продукта компании Autodesk.

Обратимся к внутренним факторам в трех стержнях, отмеченных на рисунке 1. При этом учтем отличие в локальных системах координат, используемых в двух программах, а также традиционно принятое в строительной механике правило построения эпюр внутренних изгибающих моментов на растянутом волокне (Autodesk Robot). Заметим, что экспериментальное программное обеспечение позволяет получать функции внутренних факторов, действующих вдоль стержня (рисунок 3).

В таблице 4 приведены аналитические выражения внутренних факторов для каждого из трех отмеченных стержней рисунка 1, сгенерированные экспериментальным программным обеспечением.

Приведем результаты сравнительного анализа значений внутренних факторов в узлах первого удаленного стержня выделенного на рисунке 1 пояса конструкции. Ввиду различия локальных систем координат стержней в обеих программах, будем, во избежание путаницы, придерживаться обозначений таблицы 4, то есть примем обозначения

экспериментального программного обеспечения. В таблице 5 представлены узловые значения внутренних факторов, часть которых может быть рассчитана табулированием функций таблицы 4.

Как следует из данных таблицы 5, ошибки в определении внутренних силовых факторов отсутствуют. По причине отсутствия ошибок в определении внутренних факторов для оставшихся стержней пояса, аналогичные данные анализа не приводятся.

Перейдем к анализу перемещений. В качестве ключевых точек теоретического примем граничные точки срединного стержня пояса, отмеченного на рисунке 1. Результаты расчетов сведены в таблицу 6.

Как следует из таблицы 6, результаты, полученные в ЭПО и системе промышленного анализа Robot Structural Analysis, находятся в полном соответствии друг с другом. Подобно тому, как это было сделано для внутренних силовых факторов, могут быть получены аналитические выражения для функций всех перемещений, включая углы изгиба, полный и относительный углы закручивания.

Заключение. Таким образом, программно реализованный алгоритм расчетов, основанный на теории поведения стержня Эйлера-Бернулли, может быть применен и для самой общей, буквенно-символьной постановки задач строительной механики. Последнее обстоятельство особенно востребовано в части проектирования новых форм каркасных конструкций, их оптимизации и параметрического анализа. Пример полностью символьного анализа простейшей стержневой плоскопространственной конструкции приведен в работе [3].

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Орлов, С.А. Новый метод расчета в механике стержневых систем // Вестник БелГУТа – Гомель.. – 2004. – № 2(9). – С. 29–34.
2. Громыко, О.В. Расчет регулярных ферменных конструкций по континуальной схеме. – Мн.: БГУ, 2004. – 192 с.
3. Орлов, С.А. Символьно-аналитический подход к анализу задач строительной механики // Строительная наука и техника/ – Мн. – 2010. – № 4. – С. 47–50.

Материал поступил в редакцию 15.03.10

In article the features of numeric verification of structural mechanics tasks are discussed based on symbolic-analytic approach presented in papers [1], [3]. There are results are used as a standard solution generated on industry CAE system Autodesk Robot Structural Analysis for an arbitrary test construction. The comparison is provided for the fixing reactions, internal force factors as well as node point's deflections.

УДК 624.155.001

Чернюк В.П., Семенюк С.М., Шведовский П.В.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАСЧЁТУ И ПРОЕКТИРОВАНИЮ ТРАМБОВОК ПРИ УСТРОЙСТВЕ ФУНДАМЕНТОВ В ВЫТРАМБОВАННЫХ КОТЛОВАНАХ

Введение. Для эффективного использования фундаментов в вытрамбованных котлованах (ФВК) при возведении зданий и сооружений необходимо решить три технологические задачи:

1. Определить оптимальную величину наклона граней трамбовки при устройстве фундаментов в вытрамбованных котлованах.
2. Определить требуемое число ударов трамбовки для вытрамбовки котлованов.
3. Определить требуемую грузоподъёмность механизмов для извлечения трамбовок из грунта.

Определение оптимальной величины наклона граней трамбовки при устройстве фундаментов в вытрамбованных котлованах. При определении рациональной формы и оптимальной величины наклона граней трамбовки следует исходить из того, что устойчивость грунта при вытрамбовывании котлованов существенно повышается с увеличением угла наклона граней к вертикали стенок котлована и приближении его формы в плане к окружности. Кроме того, в этом случае устойчивость грунта повышается также вследствие того, что при большем наклоне граней трамбовки достигается больший эффект уплотнения как по размерам уплотненной зоны, так и по плотности грунта в ней. Однако при чрезмерном увеличении наклона граней трамбовки несущая способность фундамента хотя и возрастает, более интенсивно увеличивается объем котлована, а, следовательно, расход бетона. Получается, что чрезмерное увеличение наклона граней трамбовки малоэффективно. С другой стороны, при уменьшении наклона граней трамбовки возникает опасность обрушения стенок котлована при извлечении трамбовки из грунта.

Для определения оптимального угла наклона граней трамбовки примем, что в пределах глубины вытрамбовки котлована грунт однородный однослойный, т.к. глубина вытрамбовки редко превышает 2,5...3,0 м.

С целью максимальной эффективности уплотняемости грунта вокруг котлована примем трамбовку в виде усеченного конуса, ориентированного вниз меньшим основанием, что позволяет, с минимальной долей погрешности, перейти на эффективные многогранные шести-, восьми-, двенадцати и др. трамбовки (рис. 1).

Исходя из этих предпосылок, установим рациональную величину наклона граней трамбовки, при которой грунт стенок котлована не будет обрушаться или разрушаться. Для этого необходимо выполнение двух условий:

1. Вертикальная составляющая отпора грунта F_0 должна быть не меньше силы трения грунта с трамбовкой F_{mp} , т.е.

$F_0 \cdot \sin 2 \cdot \alpha \geq f \cdot F_0 \cdot \cos 2 \cdot \alpha$, где α – угол наклона граней трамбовки к основанию, град; f – коэффициент трения грунта о трамбовку, дол. ед. Решая приведенное неравенство относительно α , имеем:

$$\alpha \geq \frac{1}{2} \cdot \arctg f \quad (1)$$

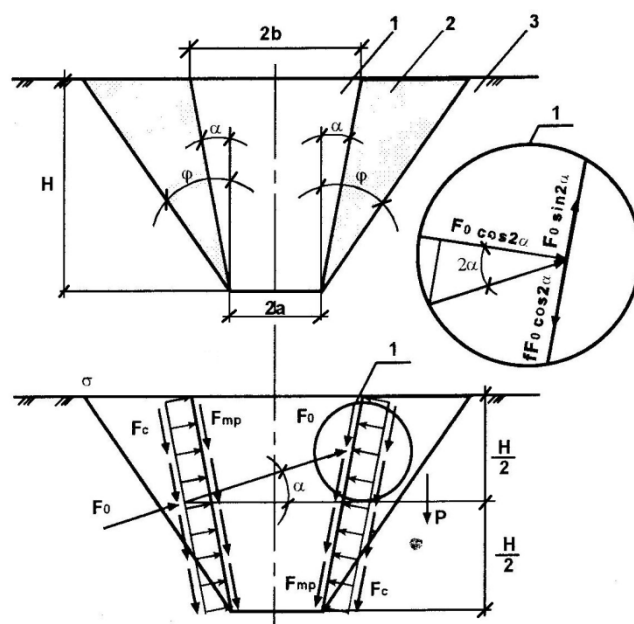


Рис. 1. Схемы для определения угла наклона граней трамбовки при вытрамбовывании котлованов (а) и действия сил по граням трамбовки (б): 1 – трамбовка; 2 – призма обрушения; 3 – грунт

2. Вертикальная составляющая силы F_C не должна превышать силу тяжести грунта P , заключенного в объем призмы обрушения

$$F_C \cdot \cos \alpha \leq P, \quad (2)$$

где $F_C = \pi \cdot H \cdot (a+H \cdot \tg \alpha) \cdot \tau_C$ – сила сцепления грунта с трамбовкой, кН;

P – сила тяжести грунта призмы обрушения, кН;

τ_C – расчетное сцепление грунта с боковой поверхностью трамбовки, кПа;

α – угол наклона граней трамбовки к основанию, град;

\mathbf{e} – радиус верхнего основания, м;

a – радиус нижнего сечения трамбовки, м;

F_0 – сила отпора грунта на трамбовку, кН;

F_{mp} – сила трения грунта с трамбовкой, кН.

Сила тяжести призмы обрушения P может быть определена по формуле Бреннеке с учётом условия, что сопротивление выдёргиванию равно весу усечённого конуса P .

Чернюк Владимир Петрович, кандидат технических наук, доцент кафедры технологии строительного производства Брестского государственного технического университета.

Семенюк Сергей Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры технологии строительного производства Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.