ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

С. А. Лукашевич, Н. В. Лукашевич
Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», г. Гомель, Республика Беларусь

При определении показателей преломления будем рассматривать газ, состоящий из полностью анизотропных молекул (в таких молекулах электрон может колебаться лишь в одном фиксированном направлении относительно осей молекулы). Электрические поля направим по осям Z и Y и, в зависимости от распределения осей молекул по углам, считаем, что $n_z - n_y << n_0$ и n_0 близко к единице (n_0 – показатель преломления при изотропном распределении молекул). Примем, что распределение осей молекул зависит лишь от их угла с осью Z.

В данном случае компонента вектора поляризации в направлении вызывающего поляризацию поля E равна

$$P = N\alpha E\overline{\cos^2\theta}, \tag{1}$$

где N – число молекул в единице объёма, α – поляризуемость полностью анизотропной молекулы (т. е. дипольный момент, вызываемый полем, равным единице и направленным по направлению поляризации молекулы).

Если оси молекул распределены хаотически, то среднее значение

$$\overline{\cos^2\theta} = \frac{1}{3},$$

и в этом случае проницаемость

$$\varepsilon_0 = 1 + 4\pi N\alpha\overline{\cos^2\theta} = 1 + \frac{4\pi N\alpha}{3}. \tag{2}$$

Так как $n_0 = \sqrt{\varepsilon_0} \approx 1,$ то

$$n_0 - 1 = \frac{2\pi N\alpha}{3}. \tag{3}$$

Если распределение молекул зависит от угла θ между направлением поляризации и осью Z, то для световой волны с электрическим вектором $\vec{E}$, направленным вдоль оси Z, будем иметь:

$$\varepsilon_Z = 1 + 4\pi N\alpha\overline{\cos^2\theta}. \tag{4}$$

А для случая, когда $\vec{E}$ направлено по оси Y,

$$\varepsilon_Y = 1 + 4\pi\alpha\overline{\sin^2\theta\cos^2\theta} = 1 + 2\pi N\alpha\overline{\sin^2 2\theta}. \tag{5}$$

Отсюда получим, что

$$\varepsilon_Z - \varepsilon_Y = n_Z^2 - n_Y^2 = 4\pi N\alpha\frac{3}{2}(\overline{\cos^2\theta} - \frac{1}{3}).$$

И т. к. $n_Z - n_Y << n_0$, то получим следующее выражение:

$$n_Z - n_Y = \frac{n_0 - 1}{n_0}(\overline{\cos^2\theta} - \frac{1}{3}), \tag{6}$$

где $\overline{\cos^2\theta}$ – среднее по всем направлениям значение квадрата косинуса угла θ между направлением поля и направлением, в котором молекула поляризуется.

Рассматривая газ, состоящий из полностью анизотропных молекул без дипольного момента, попробуем вычислить постоянную Керра: $B = \dfrac{n_Z - n_Y}{\lambda_0 E_0^2}$.

Постоянное электрическое поле, равное E_0, направлено по оси Z. Величину $\beta = \dfrac{\alpha E_0^2}{2KT}$ считаем малой по сравнению с единицей.

Заметим, что вероятность того, что ось некоторой молекулы образует с направлением поля угол, заключённый между θ и $\theta + d$, θ равна

$$W(\theta)d\theta = Ce^{-\frac{U}{KT}} \sin^2 \theta d\theta,$$

где C – постоянная, U – потенциальная энергия молекулы.

В данном случае

$$U = \frac{p^2}{2\alpha} - PE_0 \cos\theta,$$

где P – индуцированный дипольный момент:

$$P = \alpha E_0 \cos\theta.$$

Первый член в U – энергия, затраченная на создание диполя, второй член – энергия диполя во внешнем поле.

Тогда имеем

$$\overline{\cos^2\theta} = \frac{\int_0^\pi \cos^2\theta W(\theta)d\theta}{\int_0^\pi W(\theta)d\theta} = \frac{\int_0^\pi \cos^2\theta(1 + \frac{\alpha E_0^2 \cos^2\theta}{2KT})\sin\theta d\theta}{\int_0^\pi (1 + \frac{\alpha E_0^2 \cos^2\theta}{2KT})\sin\theta d\theta},$$

так как предполагается, что $\dfrac{U}{KT}$ мало.

Интегрируя и подставляя $\overline{\cos^2\theta}$ в формулу (5), найдём сначала $n_Z - n_Y$, а затем постоянную B.

В нашем случае постоянная Керра:

$$B = \frac{n_0 - 1}{5n_0\lambda_0}(\frac{\lambda}{KT}). \qquad (7)$$

В заключение отметим, что в действительности полностью анизотропных молекул не существует. Поляризуемость α анизотропной молекулы является тензором. Если $\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3$ – главные значения этого тензора, то полная анизотропия означала бы, что два из этих значений обращаются в нуль.

Конечные результаты, полученные нами, допустимо применять к таким молекулам, у которых одно из значений $\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3$ велико по сравнению с двумя другими. Основная цель сравнения этих значений – пояснить на простой модели основы теории эффекта Керра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матвеев, А. Н. Оптика / А. Н. Матвеев. – М. : Высшая школа, 1985. – 351 с.