Таким образом, не зависимо от того, лежат ли искомые значения прогноза в области средних по республике значений ОПЖ или значительно превосходят эти значения (как в случае прогноза ОПЖ для г. Минска), оптимизированная нейронная сеть справляется с прогнозом и показывает достаточную устойчивость.

В заключение стоит отметить, что оптимизация нейронной сети путем сокращения входных параметров до восьми ведущих (предварительно отобранных статистическими методами и специальными методами нейронных сетей) и упрощение ее внутренней структуры позволила значительно увеличить устойчивость сети при прогнозе.

Все эти тезисы применимы при разработке долгосрочных и краткосрочных программ по уменьшению негативного влияния окружающей среды на жизнь и здоровье человека, т. к. позволяют определить те приоритетные направления, на которые следует особо обратить внимание.

Литература

1. Тенденции заболеваемости, смертности и продолжительности жизни населения РБ. под общ. ред. д.с.н. Л.П. Шахотько – Минск, 2003.
2. Гринберг А.С., Иванюкович В.А., Скулович О.З. Нейросетевое прогнозирование и анализ ожидаемой продолжительности жизни. // Управление информационными ресурсами: материалы IV Международной научно-практической конференции. Минск, 17 мая 2006 г. – Мн., Акад. упр. при Президенте РБ, 2006.
3. Иванюкович В.А., Скулович О.З. Нейросетевая модель ожидаемой продолжительности жизни. / Тезисы докладов III международного экологического симпозиума в городе Полоцке: В 2-х т. Т. 2. – Полоцк: ПГУ, 2006.

МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ИЗОМОРФИЗМА НЕОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ

Теленкевич Р.С.
Брестский государственный технический университет, г. Брест

Введение

Важным разделом современной дискретной математики является теория графов. Родившись при решении головоломок и игр, эта теория стала мощным средством исследования и решения многих задач, возникающих при изучении больших и сложных систем.

Практическая роль графов возросла за последние годы в связи с интенсивным развитием таких направлений, как автоматизированные системы планирования, проектирования и управления, разработка и создание интеллектуальных систем обработки информации, представление задач, данных, знаний и методов поиска решений в искусственном интеллекте и т. д.

Одной из центральных комбинаторных проблем теории графов является проблема распознавания изоморфизма или эквивалентности двух графов. Она состоит в следующем: для заданных графов H и G требуется определить, существует ли взаимно однозначное отображение между множествами вершин графов, сохраняющее отношение смежности вершин.

Алгоритмы распознавания изоморфизма и изоморфного вложения графов необходимы при решении многих прикладных задач, например, таких, как:

— организация логического вывода на семантической сети;

— синтаксическое распознавание образов;

— эффективное представление в памяти ЭВМ структур данных;

— оптимизация вычислений в сети процессоров;

— автоматизация проектирования дискретных устройств ЭВМ и РЭА на основе унифицированного набора блоков;

— автоматизация контроля в САПР БИС;

— разработка информационно-поисковых систем и систем логического вывода на основе сравнения с образцом;

— идентификация структуры дискретных систем, в частности, логических сетей и булевых функций;

— структурный синтез линейных избирательных цепей; исследование топологии сетей ЭВМ и многопроцессорных систем;

— исследование молекулярных структур химических соединений;

— автоматический анализ содержания документов.

Определим более формально изоморфизм неориентированных графов.

Пусть даны два неориентированных графа $G=(X,F)$ и $H=(Y,P)$,

где *X* и У — множества вершин:

$|X|=|Y|=n$, а $F:X\to X$ $P:Y\to Y$ — отображения множеств вершин в себя.

Через Fx и Py**,** где $Fx\in X$, $Py\in Y$, обозначим множества вершин, смежных соответственно с x из *X* и y из У**.**

Графы *G* и *H* называются изоморфными, если существует взаимнооднозначное отображение φ: X $\to$ Y*,* переводящее G в H*,* т. е. для любой такой пары x из *X* и y из У, что φx=Y, имеет место φ (Fx)=Py.

Методы распознавания изоморфизма графов

Задача распознавания изоморфизма графов (РИГ) занимает особое положение среди прочих комбинаторных задач теории графов — неизвестно, относится ли она к классу *P* или является NP-полной задачей. Это обстоятельство поддерживает оптимизм исследователей при поиске полиномиальных алгоритмов РИГ и оправдывает существование двух подходов к разработке алгоритмов решения задач РИГ.

Первый подход связан с построением непереборных алгоритмов, рекурсивно улучшающих свою эффективность в смысле полноты или чувствительности используемых характеристик графа, инвариантных относительно изоморфизма графов и называемых инвариантами. Поскольку инвариант графа не меняет своих значений на изоморфных графах, то равенство инвариантов является необходимым условием изоморфизма графов. Примерами инвариантов графа *G* могут являться: число вершин n*(G),* число ребер m(G)*,* вектор локальных степеней вершин s(G)*,* число циклов заданной длины в графе и т. п. К числу наиболее важных инвариантов графа относится: плотность φ(*G)* - число вершин наибольшего полного подграфа в *G;* неплотность ε(G) - наибольшее число попарно несмежных вершин графа *G,* хроматическое число γ*(G)* графа *G,* число компонент χ*(G)* графа, число Хадвигера η(G) — количество вершин наибольшего полного графа, на который можно стянуть *G.* Наряду с приведенными, в качестве инварианта графа можно рассматривать не одно число, а систему чисел. Например, в качестве инварианта можно выбрать вектор значений (φ (G), ε*(G),* γ*(G),* χ*(G),* η*(G))*. Все перечисленные, а также многие другие инварианты не гарантируют изоморфизма графов, т. е. не являются полными. Полным инвариантом графа *G* является такая функция f(G), для которой равенство *f(G)= f(H)* выполняется тогда и только тогда, когда графы *G* и *H* изоморфны.

Классификация непереборных методов РИГ основана на разнообразии классов инвариантов, используемых в алгоритмах. Различают три класса инвариантов: локальные, квазиглобальные, глобальные. Примером локального инварианта является кортеж степеней вершин графа *s(G).* Примером квазиглобального инварианта является кортеж степеней пар вершин. Канонический вид матриц смежности графа, при котором двоичный код матрицы является минимальным или максимальным, является примером глобального инварианта.

Второй подход к разработке алгоритмов решения задач РИГ отличается от первого тем, что обязательно включает процедуру перебора на одном из этапов поиска изоморфной подстановки.

Большинство известных переборных алгоритмов РИГ основано на разбиении множеств вершин каждого из графов на подмножества, которые в случае изоморфизма графов также должны соответствовать друг другу. Наиболее простым и естественным критерием для построения разбиения в неориентированных графах является локальная степень вершин, а для ориентированных графов разбиение можно вести по числу входящих и выходящих дуг. В ряде случаев это разбиение может дать повершинное соответствие, которое затем следует проверить в качестве подстановки.

В большинстве переборных алгоритмов используется следующая организация перебора. Пусть имеем два соответствующих разбиения вершин графов. При их получении последовательно k раз применялось ветвление, т. е. произвольный выбор пар соответствующих вершин, причем оказалось, что подстановку изоморфизма достроить не удается, т. к. либо число подмножеств в разбиениях множеств вершин каждого из графов оказалось разным, либо число вершин в соответствующих подмножествах не равно. Тогда в последнем ветвлении попытаемся выбрать другую вершину второго графа в качестве соответствующей той же вершине первого. Если это невозможно, т. к. все вершины соответствующего подмножества уже выбирались, то попытаемся выполнить ту же операцию в предпоследнем ветвлении, возвращаясь к существовавшим в тот момент разбиениям и так далее, до тех пор, пока не получим подстановку изоморфизма или не исчерпаем все возможности перевыбора вершин.

Итак, все известные переборные алгоритмы РИГ используют ту или иную модификацию метода ветвлений с отсечениями. При этом множество алгоритмов можно разделить на две группы. В алгоритмах, относящихся к первой группе, строится частичная подстановка вершин, на основе которой множества вершин графов разбиваются на подмножества, по мощности не превышающие степени вершин. Разбиение на подмножества осуществляется по связности с вершинами частичной подстановки. При этом в разбиении отыскиваются одновершинные подмножества, которые позволяют достроить подстановку и продолжить процесс подразбиения путем деления вершин в подмножествах на смежные и несмежные выбранному одновершинному подмножеству. Если все одновершинные подмножества уже использовались для получения подразбиений, то предлагается выполнять выбор пары вершин из соответствующих подмножеств минимальной неединичной мощности и продолжать далее процесс достраивания подстановки изоморфизма и получения подразбиений, пока это возможно.

Ко второй группе относятся алгоритмы, суть которых состоит в разбиении множества вершин по числу связей с подмножествами, вошедшими в уже имеющееся на данном шаге разбиение. При этом для каждой вершины определяется число смежных вершин в каждом из подмножеств. Эти характеристики используются для подразбиения соответствующих подмножеств вершин каждого из графов. Очевидно, что изоморфными могут быть только те вершины, которые принадлежат соответствующим подмножествам и имеют равные характеристики. Возникшие в результате подразбиения подмножества могут вновь использоваться для подразбиения и так далее, до тех пор, пока этот процесс будет применим. Затем либо необходимо будет использовать ветвление и изменить соответствие между последней парой вершин в построенной частичной подстановке, либо будет построена подстановка изоморфизма. При построении подразбиений необходимо проверять равенство мощностей соответствующих подмножеств.

Литература

1. А.Н. Мелихов, Методы распознавания изоморфизма и изоморфного вложения графов. - Таганрог: ТРТУ, 1995.

2. А. А. Зыков, Основа теории графов. - М.: Наука, 1987.

3. Ali Shokoufandeh. Peer-to-peer networks based on random transformations of connected regular undirected graphs. Journal of Algebraic Combinatorics: An International Journal. Volume 19, Issue 3 (May 2004) Pages: 257 – 272.

4. Д.И. Цветкович, Спектры графов. Теория и применение - Киев: Наукова думка, 1984.