

3. Dańska B., *Przestrzenno – czasowe modelowanie zmian w działalności produkcyjnej w Polsce. Zastosowanie modeli panelowych*, tom I w serii Dane panelowe i modelowanie wielowymiarowe w badaniach ekonomicznych, red. B. Suchecki, Absolwent, Łódź, 2000
4. Martin S., *Advanced Industrial Economics*, Blackwell, Cambridge, USA, 1993

WYKORZYSTANIE PRZEŁĄCZNIKOWYCH MODELI MARKOWA W ANALIZIE RYNKU FINANSOWEGO

Aneta Włodarczyk, Politechnika Częstochowska,
Częstochowa, Polska

Nieoczekiwane zdarzenia w postaci kryzysów politycznych czy ekonomicznych o zasięgu lokalnym bądź globalnym oraz reakcje uczestników rynku finansowego wynikające z napływu nowych informacji są źródłem zmian strukturalnych obserwowanych w ekonomicznych szeregach czasowych. Z tego też powodu modele o stałych parametrach wykorzystywane do analiz czy prognozowania procesów podlegających zmianom strukturalnym ulegają dezaktualizacji. Modele regresji przełącznikowej umożliwiają modelowanie zarówno gwałtownych jak i stopniowych, skokowych zmian w poziomie badanej zmiennej ekonomicznej, przy czym zmiana parametru modelu przełącznikowego następuje wraz ze zmianą reżimu (stanu), do którego należy część wartości procesu. W modelach przełącznikowych zakłada się, że zarówno mechanizm sterujący zmianami w obrębie poszczególnych reżimów jak i mechanizm zmiany reżimu jest losowy. Zatem specyficzny charakter tym modelom nadają: obserwowalny proces ekonomiczny oraz nieobserwowalny proces sterujący. W licznych zastosowaniach modeli przełącznikowych procesem sterującym zmianami reżimu jest jednorodny łańcuch Markowa. Ta kategoria modeli przełącznikowych jest w literaturze określana mianem przełącznikowych modeli Markowa (*Markov switching model*, MSM). Pierwsze wzmianki na temat modelu przełącznikowego można odnaleźć w pracy Goldfelda i Quandta (1973)¹, w której rozważano model regresji liniowej o współczynnikach zmieniających się wraz ze zmianą reżimu sterującego procesem. Rozszerzeniem idei tego modelu jest przełącznikowy model Markowa zaproponowany przez Hamiltona (1989):²

$$y_t = c_{s_t} + \phi_{s_t} y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

gdzie: $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma^2)$; natomiast s_t są stanami nieobserwowalnego, jednorodnego łańcucha Markowa o N stanach, przy czym s_t są niezależne względem ε_τ dla wszystkich t i τ ; c_{s_t} i ϕ_{s_t} są parametrami związanymi z danym reżimem. Pełny opis dynamiki procesu y_t można uzyskać jeśli zostaną zdefiniowane prawdopodobieństwa p_{ij} zmiany reżimu i na reżim j :

$$\Pr(s_t = j / s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1) = \Pr(s_t = j / s_{t-1} = i) = p_{ij} \quad (2)$$

Model określony relacją (1) opisuje zatem zmiany wartości średniej autoregresyjnego procesu ekonomicznego według reżimów.

Należy zwrócić uwagę na następujące zalety przełącznikowych modeli Markowa:³

– należą one do klasy modeli nieliniowych

¹ Goldfeld S.M., Quandt R.E., *A Markov Model for Switching Regressions*, Journal of Econometrics vol. 1/1973

² Hamilton J.D., *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1994, s. 690 - 691

³ Hamilton J.D., *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1994, s. 677 - 702

- modelowanie gwałtownych zmian w poziomie zmiennej ekonomicznej umożliwia łańcuch Markowa, który steruje zmianami reżimu, dzięki czemu proces może przełączać się gwałtownie
- rozkład zmiennej objaśnianej w tym modelu jest mieszaniną dwóch rozkładów normalnych, a to nie implikuje zależności, że rozkład tej zmiennej jest normalny.

Aplikacje przełącznikowych modeli Markowa na rynku finansowym dotyczą takich wydarzeń jak: kryzysy walutowe, bąble spekulacyjne na giełdach, gwałtowne zmiany w poziomie zmienności cen aktywów finansowych czy kursów walutowych. Kaufmann (2002) badała związek pomiędzy polityką monetarną (mierzoną wysokością 3 – miesięcznych stóp procentowych; zmienna x) a fazą cyklu koniunkturalnego (określaną wielkością stopy wzrostu produktu krajowego brutto (GDP); zmienna y) dla Austrii. Skonstruowano model postaci:

$$y_t = X_t \beta_y + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\varepsilon) \quad (3)$$

gdzie: $X_t = (1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}, x_{t-1}, \dots, x_{t-q})$; proces S_t jest jednorodnym, dwustanowym łańcuchem Markowa. Otrzymane przez Kaufmann wyniki badań potwierdzają asymetryczny wpływ polityki monetarnej na gospodarkę Austrii, szczególnie silny w okresach spadku koniunktury.⁴

Peria i Soledad (2002) opracowali aplikację MSM, która ma na celu zbadanie przyczyn powstania ataków spekulacyjnych skierowanych na waluty Europejskiego Systemu Monetarnego (EMS) w okresie 1979 – 1993. Aby zidentyfikować przypadki ataków spekulacyjnych skonstruowali oni model wektorowej autoregresji (VAR) dla zmiennych opisujących pierwsze przyrosty kursu walutowego (Δe_t), rezerw walutowych (Δr_t) i stóp procentowych (Δid_t) dla siedmiu państw należących do ERM (Belgii, Niemiec, Francji, Irlandii, Włoch, Hiszpanii, Wielkiej Brytanii):

$$\begin{aligned} \Delta e_t &= c_{s_t, \Delta e} + \alpha_{s_t, \Delta e} \Delta e_{t-1} + \delta_{s_t, \Delta e} \Delta r_{t-1} + \gamma_{s_t, \Delta e} \Delta id_{t-1} + \sigma_{s_t} u_{t, \Delta e} \\ \Delta r_t &= c_{s_t, \Delta r} + \alpha_{s_t, \Delta r} \Delta e_{t-1} + \delta_{s_t, \Delta r} \Delta r_{t-1} + \gamma_{s_t, \Delta r} \Delta id_{t-1} + \sigma_{s_t} u_{t, \Delta r} \end{aligned} \quad (4)$$

$\Delta id_t = c_{s_t, \Delta id} + \alpha_{s_t, \Delta id} \Delta e_{t-1} + \delta_{s_t, \Delta id} \Delta r_{t-1} + \gamma_{s_t, \Delta id} \Delta id_{t-1} + \sigma_{s_t} u_{t, \Delta id}$
gdzie: $u_{t, \Delta e}$, $u_{t, \Delta r}$ i $u_{t, \Delta id} \sim N(0,1)$, natomiast subskrypty Δe , Δr , Δid oznaczają równanie, do którego należy dany parametr. Założono ponadto, iż prawdopodobieństwa zmiany reżimu są funkcjami zmiennych fundamentalnych oraz oczekiwań uczestników rynku walutowego. Praca ta stanowi nowatorskie podejście do przyczyn powstawania walutowych ataków spekulacyjnych,⁵ gdyż jej autorzy wśród kluczowych czynników wymieniają deficyt budżetowy.

Literatura:

1. Hamilton J.D., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1994
2. Goldfeld S.M., Quandt R.E., *A Markov Model for Switching Regressions*, "Journal of Econometrics" vol. 1/1973
3. Hamilton J. D., Raj B.(ed.), *Advances in Markov-Switching Models*, Physica-Verlag, New York 200

⁴ Hamilton J. D., Raj B.(ed.), *Advances in Markov-Switching Models*, Physica-Verlag, New York 2002, s. 137 - 157

⁵ Hamilton J. D., Raj B.(ed.), *Advances in Markov-Switching Models*, Physica-Verlag, New York 2002, s. 159 - 194