

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ АРМИРОВАНИЯ НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ МНОГОСЛОЙНЫХ ТРУБ ИЗ АРМИРОВАННЫХ ПЛАСТИКОВ

Коротков А.В.

Марийский государственный технический университет, г. Йошкар-Ола, Россия

Выполним расчет собственных частот и форм колебаний многослойной прямой трубы под давлением как тонкостенной цилиндрической оболочки со свободными кромками. Материал оболочки – органический композит Kevlar 49/PR-286. Модули упругости однонаправленного волокнистого композита в естественной системе координат, совпадающими с главными осями упругости, $E_1 = 64,1$ ГПа, $E_2 = 5,38$ ГПа, модуль сдвига $G_{12} = 2,07$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu_{12} = 0,35$, плотность $\rho = 1380$ кг/м³. Стенка оболочки образована перекрестной спиральной намоткой волокон под углом $\varphi = \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, \pm 75^\circ, 0/90^\circ$. Исследуется симметричный набор, число однонаправленных слоёв – шесть. Сечение оболочки считается идеально круглым, толщина стенки – постоянной.

Материал каждого слоя представляется в виде однородной и ортотропной среды с линейно упругими свойствами. Упругие характеристики пакета, как многослойного ортотропного тела, определяются при помощи структурной модели [1]. Результаты расчётов представлены в табл. 1.

Таблица 1

| Углы армирования $\pm\varphi$ | E_s , ГПа | E_t , ГПа | G_{st} , ГПа | ν_{st} | ν_{ts} |
|-------------------------------|-------------|-------------|----------------|------------|------------|
| $\pm 30^\circ$ | 21,555 | 5,175 | 12,970 | 1,366 | 0,328 |
| $\pm 45^\circ$ | 7,447 | 7,447 | 16,559 | 0,799 | 0,799 |
| $\pm 60^\circ$ | 5,175 | 21,555 | 12,970 | 0,328 | 1,366 |
| $\pm 75^\circ$ | 5,242 | 51,857 | 5,942 | 0,097 | 0,960 |
| $0/90^\circ$ | 34,998 | 34,998 | 2,070 | 0,054 | 0,054 |

Считая трубу достаточно длинной, выделяем следующую форму движения стенки [2]:

$$w(s, \theta, t) = \sum_{n=2}^{\infty} w_n(s) \cdot \cos n\theta \cdot \cos \omega t,$$

$$v(s, \theta, t) = - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n} w_n(s) \cdot \sin n\theta \cdot \cos \omega t. \quad (1)$$

где w и v – перемещения точек срединной поверхности в радиальном и окружном направлениях, s и θ – осевая и окружная координаты соответственно, t – время, ω – круговая частота колебаний, n – число волн в окружном направлении. Считаем $w_n(s) = \text{const}$, то есть образующие оболочки при колебаниях стенки остаются прямыми. Функции формы (1) отражают соотношения полубезмоментной теории тонких цилиндрических оболочек.

На основании уравнений Лагранжа второго рода получается следующая формула для собственных частот колебаний [0]:

$$\omega_n^2 = \frac{2\pi D_t n^2 (n^2 - 1)(n^2 - 1 + 3\tilde{p})}{m_T r^3 (n^2 + 1)} \quad (2)$$

где $D_t = E_t h^3 / [12(1 - \nu_{st}\nu_{ts})]$ – цилиндрическая жесткость стенки в окружном направлении, $m_T \approx 2\pi\rho h r$ – масса трубы, отнесенная к единице длины, $\tilde{p} = pr^3 / (3D_t)$ – параметр давления. Формула (2) учитывает влияние внутреннего давления на изгибную жесткость стенки в окружном направлении.

Для оценки точности расчёта по формуле (2) используется конечно-элементная программа ANSYS и оболочечные КЭ естественной кривизны SHELL93. Каждый элемент имеет 48 степеней свободы.

В табл. 2 в зависимости от углов армирования и внутреннего давления представлены собственные частоты оболочки с параметрами: радиус срединной поверхности $r = 83,5$ мм, толщина стенки $h = 1,371$ мм. Расчётные частоты соответствуют собственным формам (1) при $n = 2, 3$. Для расчёта использовалась прямоугольная конечно-элементная сетка 9×20 . Первые строки таблицы (числитель) содержат данные расчёта МКЭ, вторые (знаменатель) – расчёта по формуле (2), третьи – относительную погрешность.

Таблица 2

| ρ , МПа | Собственная частота, Гц | | | | | |
|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|
| | $n = 2$ | | | $n = 3$ | | |
| | $\varphi = \pm 30^\circ$ | $\varphi = \pm 60^\circ$ | $\varphi = 0^\circ / 90^\circ$ | $\varphi = \pm 30^\circ$ | $\varphi = \pm 60^\circ$ | $\varphi = 0^\circ / 90^\circ$ |
| 0 | 61 | 123 | 122 | 172 | 348 | 344 |
| | 64 | 129 | 122 | 179 | 365 | 346 |
| | 4,7% | 4,7% | 0% | 4,0 % | 4,7% | 0,6% |
| 0,5 | 384 | 399 | 399 | 737 | 797 | 795 |
| | 443 | 457 | 455 | 780 | 843 | 835 |
| | 15,4% | 14,5% | 14,0% | 5,8% | 5,8% | 5,0% |
| 1 | 539 | 551 | 551 | 1026 | 1071 | 1070 |
| | 624 | 634 | 632 | 1089 | 1135 | 1129 |
| | 15,8% | 15,1% | 14,7% | 6,1% | 6,0% | 5,5% |

Из анализа табл.2 следует:

1. Результаты расчётов, полученные с учётом внутреннего давления, заметно отличаются друг от друга. При $n = 2$ максимальная погрешность составляет 15,8%, при $n = 3$ – 6,1%. Для высших частот относительная погрешность оказывается меньше.

2. При отсутствии внутреннего давления результаты аналитического и численного решений достаточно хорошо согласуются друг с другом. Относительная погрешность не превышает 4,7%.

3. С увеличением внутреннего давления и углов армирования собственные частоты колебаний стенки трубы увеличиваются. Чем выше внутреннее давление, тем слабее проявляется влияние параметров армирования на собственные частоты.

Литература

1. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. - М.: Машиностроение, 1984. - 264 с.
2. Куликов Ю.А. Влияние начальных технологических неправильностей на вибрации тонкостенных криволинейных труб с пульсирующим внутренним давлением// Проблемы машиностроения и надёжности машин, 1993, N 6. С.11-21.
3. Коротков А.В., Куликов Ю.А. Вибрации, вибропрочность и виброустойчивость криволинейных труб и трубопроводов с протекающей жидкостью// IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Т. III Н.Новгород: Изд-во НГУ им. Н.И.Лобачевского, 2006. – С.120-121.