

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ БЕСШАРНИРНЫХ КРУГОВЫХ АРОК, НАГРУЖЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫМИ РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПО ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ НАГРУЗКАМИ

Рассматриваются бесшарнирные арки кругового очертания постоянной жесткости EJ пролетом l , нагруженные статическими вертикальными распределенными по параболической зависимости нагрузками (рисунок 1). Расчет арок выполняется методом сил [1] с интегрированием и получением зависимостей в полярной системе координат [2] (рисунок 2).

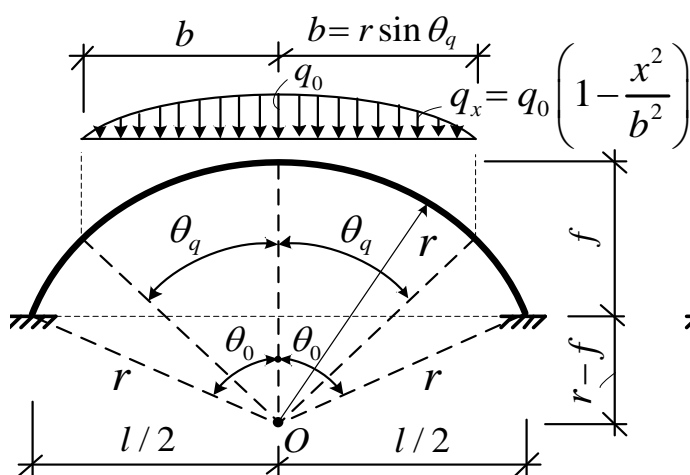


Рисунок 1. Расчетная схема арки

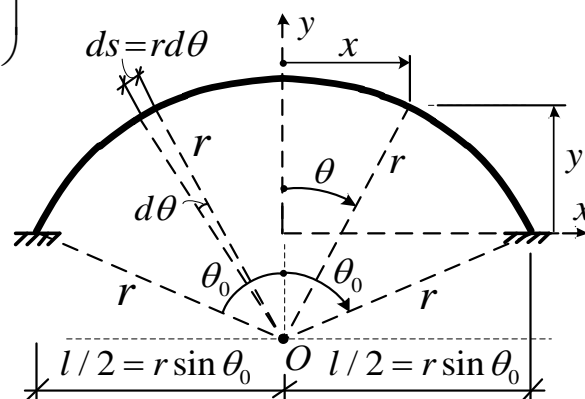


Рисунок 2. Системы координат

В результате для усилий в рассматриваемой арке получены зависимости:

а) на участке действия внешней распределенной нагрузки (рисунок 1)

$$M_{\theta(I)} = r \left[\cos \theta_x + \left(\frac{c}{r} - 1 \right) \right] \cdot X_1 + 1 \cdot X_2 + \left[\frac{q_0 r^2}{2} \sin^2 \theta_x \left(1 - \frac{r^2}{6b^2} \sin^2 \theta_x \right) \right]; \quad (1)$$

$$Q_{\theta(I)} = \sin \theta_x \cdot X_1 - q_0 r \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta_x - \frac{r^2}{3b^2} \sin^3 \theta_x \cos \theta_x \right); \quad (2)$$

$$N_{\theta(I)} = -\cos \theta_x \cdot X_1 - q_0 r \left(\sin^2 \theta_x - \frac{r^2}{3b^2} \sin^4 \theta_x \right). \quad (3)$$

б) на участке без нагрузки (рисунок 1)

$$M_{\theta(II)} = r \left[\cos \theta_x + \left(\frac{c}{r} - 1 \right) \right] \cdot X_1 + 1 \cdot X_2 + \left[\frac{2}{3} q_0 b r \left(\sin \theta_x - \frac{x_c}{r} \right) \right]; \quad (4)$$

$$Q_{\theta(II)} = \sin \theta_x \cdot X_1 - \frac{2}{3} q_0 b \cos \theta_x; \quad N_{\theta(II)} = -\cos \theta_x \cdot X_1 - \frac{2}{3} q_0 b \sin \theta_x. \quad (5)$$

На основе полученных зависимостей в соответствии с процедурой метода сил [1] и зависимостями, полученными в работе [2], составлен алгоритм расчета усилий в сечениях арки с заданным шагом.

Алгоритм расчета усилий в сечениях арки:



С использованием алгоритма расчета составлена MathCad-программа расчета внутренних сил в сечениях арки, позволяющая вычислять усилия с заданным шагом и соответственно построить эпюры усилий, а также позволяющая выполнять расчеты усилий для различных параметров арки и нагрузки.

Ниже представлен пример расчета бесшарнирной арки прямоугольного поперечного сечения ($\eta = 1,2$) постоянной жесткости (с $EI = 1000 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$; $GA = 15000 \text{ кН}$; $EA = 40000 \text{ кН}$), показанной на рисунке 3. Учитывая сложный криволинейный характер изменения усилий по длине арки и невозможностью вычисления усилий во всех сечениях арки (их бесконечное множество) будем выполнять расчет усилий в сечениях с определенным шагом.

Эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил для рассматриваемой арки, вычисленные с шагом $\Delta\theta = 10^\circ$, показаны на рисунках 4–6.

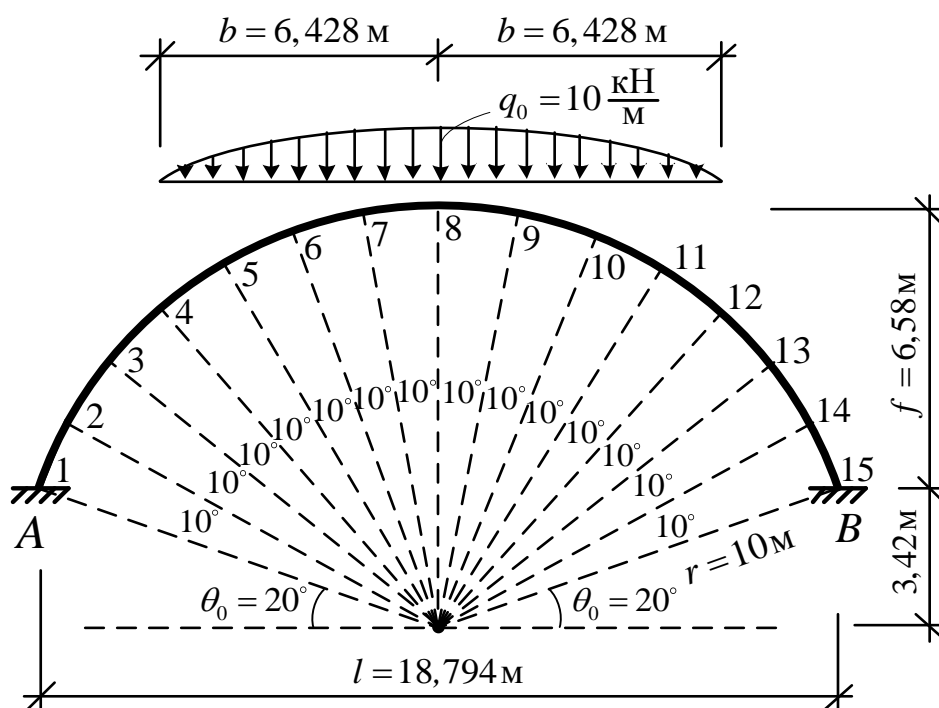


Рисунок 3 – Расчетная схема арки

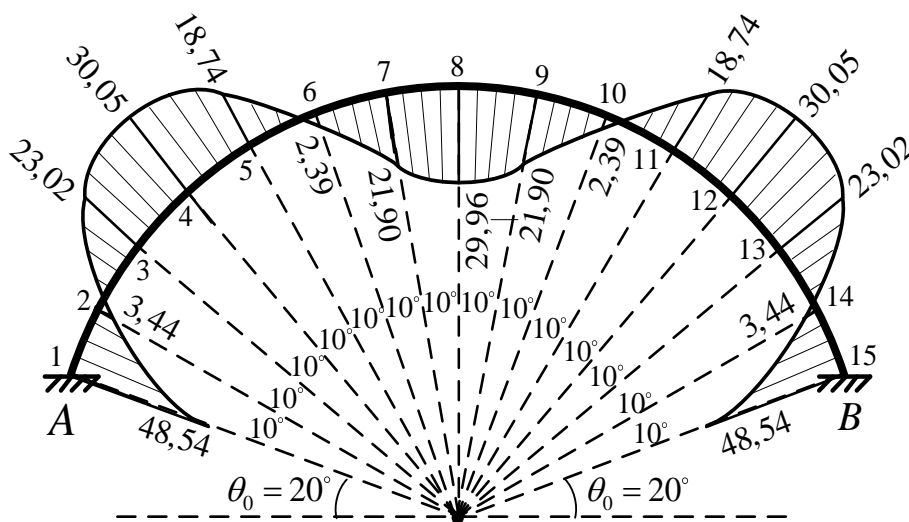


Рисунок 4 – Эпюра изгибающих моментов M

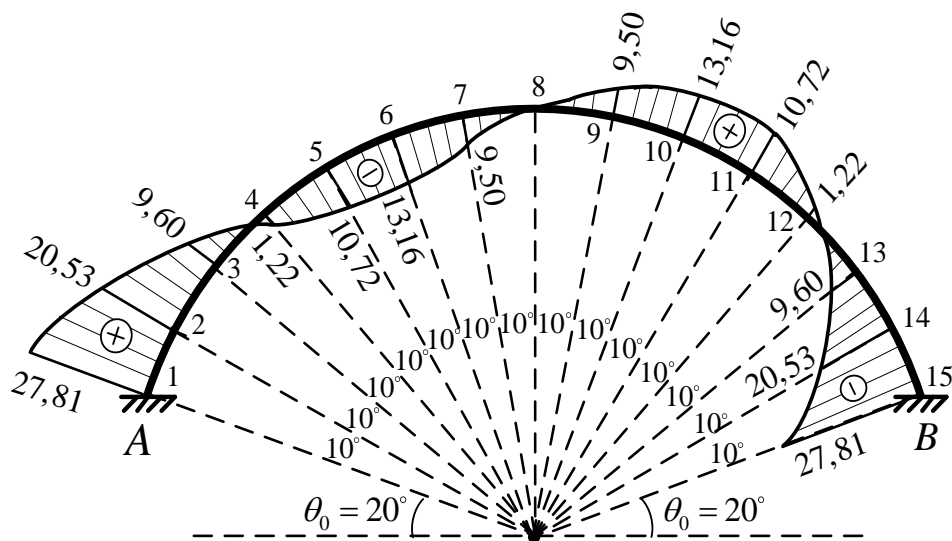


Рисунок 5 – Эпюра поперечных сил Q

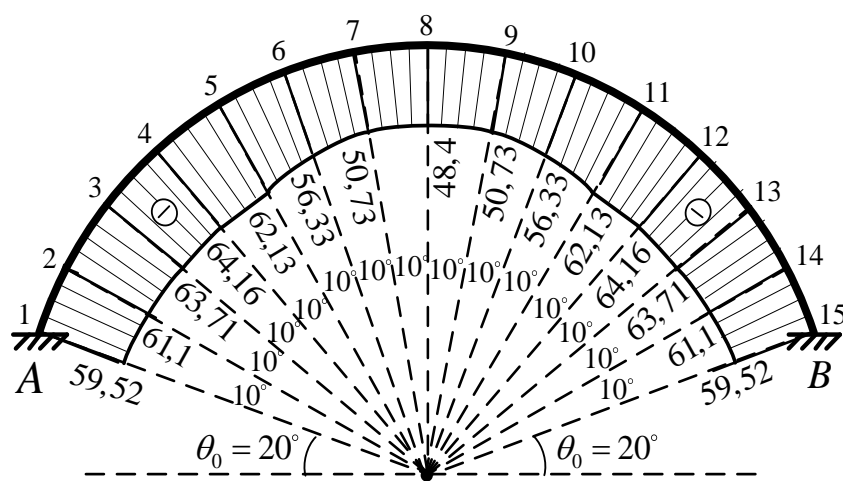


Рисунок 6 – Эпюра продольных сил N

Максимальные значения изгибающих моментов имеют место в сечениях, в которых поперечные силы равны нулю, и равны: 30,05 – рядом с сечениями 4 и 12 и 29,96 – в сечении 8.

Продольная сила во всех сечения арки сжимающая и изменяется от 48,4 кН в сечении 8 до 64,16 кН в сечениях 4 и 12.

Список цитированных источников

1. Дарков, А. В. Строительная механика : учебник / А. В. Дарков. – М. : Высшая школа, 1976. – 600 с.

2. Демяник, Ю. В. Определение усилий в бесшарнирных круговых арках, нагруженных вертикальными нагрузками, распределенными по параболической зависимости / Ю. В. Демяник // Сб. конкурс. науч. работ студ. и магистр. / Брест. гос. техн. ун-т. – Брест, 2023.