зависимости свойств металлов от температуры приводит к уточнению решений в пределах 3-18 %.

ЯВЛЕНИЕ ХАОСА В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ЭФФЕКТ ТРЕНИЯ.

А. Цекот

Динамические системы в технике часто описывают дифференциальными уравнениями, называемыми "уравнениями движения". В этой статье представлены аналитические модели трения, применяемые в технике, основанные на эффекте сухого трения и трения Коломба.

Эти модели будут описаны уравнениями движения вида:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + x + (1 + kx)[\mu + (1 - \mu)\operatorname{sech}\beta\dot{x}]\tanh\alpha\dot{x} = a\cos\omega t \quad (1)$$

для гладкой силы трения

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + x + n(x)f(\dot{x}) = a\cos\omega t \quad (2)$$

и для силы трения, описанной законом Коломба.

Функции $n(x)$ и $f(x)$ определяются следующим образом:

$$n(x) = \begin{cases} 1 + kx & \text{при } x > -\frac{1}{k} \\ 0 & \text{для всех оставшихся;} \end{cases}$$

$$-f(\dot{x}) = 1 \quad \text{при} \quad \dot{x} > 0;$$
$$-1 < f(\dot{x}) < 1 \quad \dot{x} = 0;$$
$$-f(x) = -1 \quad \dot{x} < 0.$$

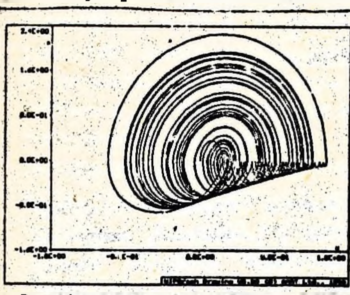
Уравнения, описывающие эти модели решены цифровым способом Рунге-Кутта-Мерсона. Полученные результаты (перемещение, скорость) позволили построить характеристики, благодаря которым можно определить характер движения данной системы. Рисунки 1 и 2 изображают две из них: фазовую траекторию и карту Пуанкаре для модели трения Коломба.

Эти характеристики получены для параметров, имеющих следующее значение: $\xi = 0$, $k = 1{,}5$, $\omega = 1{,}25$, $a = 1{,}9$ и начальных значений равных 0. Траектория движения имеет характер воронки, структура которого напоминает атрактор Рослера. Это незамыкающая кривая, что подтверждается на карте Пуанкаре, состоит из бесконечного количества точек рис. 2. Аналогично получены хаотические характеристики модели для нижеследующих значений параметров: $\xi=0{,}015$, $k=1{,}5$, $\mu=0{,}7$, $\alpha=50$, $\beta=5$, $\omega=1{,}3$, $a=1{,}45$ и начальных значений равных 0. Характеристики такие же как и в первом варианте. Максимальный показатель степени

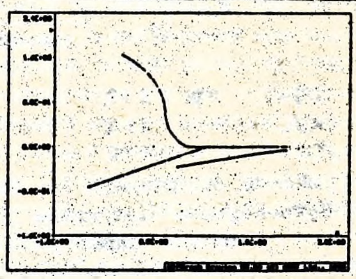
Ляпунова в уравнении (2) равен 0,12, что значительно больше 0. Это и есть математическое подтверждение существования хаоса. В модели трения Коломба расчет показателя Ляпунова значительно сложнее ввиду многозначительности функции Коломба и требует использования символической динамики.

Модели 1 и 2 рассчитаны для различных начальных условий. Оказалось, что изменение начальных условий в широком масштабе не изменяет характера движения. Изменение начальных условий выполнены при постоянных параметрах в уравнениях движения. Можно предположить, что значительно большее влияние на характер движения имеет изменение величины параметров. Например, таким параметром может быть параметр К, который описывает изменения веса соприкасающихся поверхностей, или изменения амплитуды возмущения, которая может стать причиной изменения хаотического движения на периодическое или квази-периодическое.

Исследования многих авторов показывают, что цифровые модели осциллятора с гладкой функцией трения и Коломба имеют показатели близкие к экспериментальным моделям. Все величины в экспериментах были симулированы в динамическом состоянии.



Rys. 1.



Rys. 2

ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В МЕХАНИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

А.Цекот

Уравнения движения синхронной машины и маятника служат хорошими моделями математически в системах, содержащих соединение Джосепсона. Уравнение колебаний такой системы можно приблизить дифференциальным уравнением типа:

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \sin x - \eta\sin 2x = A + B\sin\omega t \qquad (1)$$