Если матрица z вырождена, то инвариант представляет собой конус и при некоторых фиксированных значениях y в сечении находим любую поверхность второго порядка.

Рассмотрим множество Z - матриц 2-го порядка и группу

$$G=GL(2,R)\times GL(2,R)=\left\{\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}\right\}.$$

Введем отображение α: $G\times Z\to Z$: $(g,z)\to AzB^{-1}$, которое, как проверяется, есть G-пространство. Z является однородным G-пространством. Значит, $Z = G/H$. Если в качестве ϕ взять произвольный эндоморфизм G, то Z - становится ϕ-пространством:

$$Z = \{ z = g\,\phi(g^{-1}) = AEB^{-1}\}.$$

Тогда подгруппа H имеет вид:

$$H = \{ h \mid \phi(h) = h \} = GL(2,R)\times GL(2,R).$$

Умножение группы G на некоторый элемент g_0 представляет собой паратактический сдвиг в пространстве $^{1}S_2^1$. Нетрудно показать, что любое движение пространства $^{1}S_2^1$ можно представить в виде произведения левого и правого паратактических сдвигов.

МЕТОД ВНЕШНИХ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

В.Н.Апанович, Т.А.Долгова

Предложен и строго математически обоснован новый подход в методе конечных элементов, основанных на теории внешних конечноэлементных аппроксимаций пространств Соболева и разрешаемых в этих пространствах вариационных уравнений краевых задач механики. Предлагаемый метод обладает следующими фундаментальными возможностями: возможно построение конечных элементов (КЭ) произвольной формы, единственным ограничением является условие липшицевости границы КЭ. При этом геометрия области элемента определяется независимо от выбора пространства аппроксимующих функций элемента, построение элемента производится без отображения заданной области элемента на какую-либо каноническую область; при решении краевых задач порядка 2n в качестве аппроксимирующих функций элемента могут использоваться любые функции, квадратично суммируемые в области элемента вместе со своими производными n-го порядка. Выбор пространства аппроксимирующих функций отдельного КЭ не зависит от геометрии области элемента, а также от выбора пространства аппроксимирующих функций смежных с ним элементов.

Эффективность и возможности метода демонстрируются на многочисленных примерах. Рассмотрены задачи кручения стержней, изгиба тонких и толстых пластин, расчета концентрации напряжений.

Изгиб кругового стержня

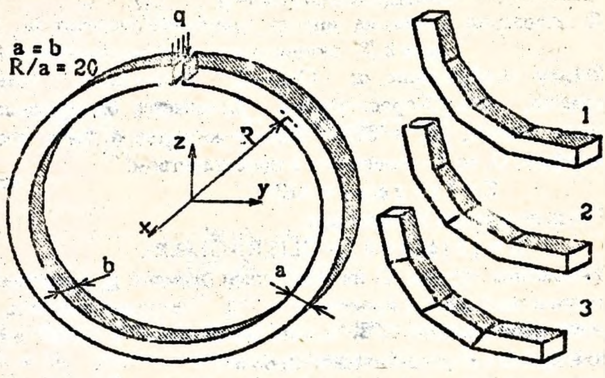

Рис. 1

Одним из таких примеров является задача изгиба консольного кривого бруса, численное решение которой получено с помощью трехмерных элементов с плоскими гранями по методу внешних конечноэлементных аппроксимаций. На рис.1 представлены варианты разбиения четверти расчетной области на трехмерные КЭ с плоскими гранями. Порядки аппроксимирующих полиномов внутри элемента и на его межэлементных гранях принимались равными 3 и 1 соответственно. При этом, число степеней свободы 16-элементного разбиения равнялось 144, ширина ленты матрицы разрешающей системы уравнений - 18.

Результаты сравнивались с решением теории круговых стержней сопротивления материалов. Погрешность определения прогиба свободного конца при разбиении расчетной области на 4, 8 и 16 КЭ составила соответственно 39%, 8% и 4%. Отметим, что результат стандартного метода конечных элементов при 45 КЭ отличается от теоретического в 5 раз. Погрешность в пределах 3% - 6% отмечено при решении аналогичной задачи с 16-элементным разбиение лишь при использовании цилиндрических КЭ моментальной схемы метода конечных элементов, которые требуют гораздо больших вычислительных затрат на один конечный элемент.