$$\int F[f(x),\varphi(x)]dx = \int\limits_c^x F[f(x),\varphi(y)]dy - \int \frac{df(x)}{dx}\int\limits_c^x \frac{\partial F[f(x),\varphi(y)]}{\partial f}dydx \qquad (1)$$

Формулу (1) можно обобщить, допуская, что $F[f(x),\varphi(x)]$ - интегрируемая по X, для которой существует $\frac{\partial F[f,\varphi]}{\partial f}$ и $\frac{\partial F[f,\varphi]}{\partial \varphi}$:

$$\int F[f(x),\varphi(x)]dx = \alpha\int\limits_c^x F[f(x),\varphi(y)]dy + \beta\int\limits_c^x F[f(y),\varphi(x)]dx -$$

$$-\alpha\int \frac{df(x)}{dx}\int\limits_c^x \frac{\partial F[f(x),\varphi(y)]}{\partial f}dydx - \beta\int \frac{d\varphi(x)}{dx}\int\limits_c^x \frac{\partial F[f(y),\varphi(x)]}{\partial \varphi}dydx \qquad (2)$$

где α и β - const, причем $\alpha + \beta = 1$.

Формулу (2) можно обобщить на случай функции $F[f_1(x),\dots,f_n(x)]$:

$$\int F[f_1(x),\dots,f_n(x)]dx = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\int\limits_c^x F[f_1(y),\dots,f_{i-1}(y),f_i(x),f_{i+1}(y),\dots,f_n(y)]dy -$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\int \frac{df_i(x)}{dx}\int\limits_c^x \frac{\partial F[f_1(y),\dots,f_{i-1}(y),f_i(x),f_{i+1}(y),\dots,f_n(y)]}{\partial f_i}dydx$$

где $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i = 1$

ЛИТЕРАТУРА

1. М.М.Лычак. Устойчивость и диссикативность. ДУ,N4,1973г.

О РЕШЕНИИ ДВУХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

М.П.Сидоревич

В [1] получены дифференциальные уравнения вида

$$W'' + \frac{10}{7}(3(z-z_1)^{-1} + 4(z-z_2)^{-1}W' + W^2 - \frac{20}{49}(6(z-z_1)^{-2} +$$

$$+30(z-z_1)^{-1}(z-z_2)^{-1} + 13(z-z_2)^{-2})W = -\frac{40}{343}(54(z-z_1)^{-4} + \qquad (1)$$

$$+247(z-z_2)^{-4} + 840(z-z_1)^{-2}(z-z_2)^{-2} + 480(z-z_1)^{-3}(z-z_2)^{-1} +$$

$$780(z-z_1)^{-1}(z-z_2)^{-3}),$$

$$W'' + 5((z-z_1)^{-1} + (z-z_2)^{-1})W' + W^2 - 1,25(3(z-z_1)^{-2} +$$
$$10(z-z_1)^{-1}(z-z_2)^{-1} + 3(z-z_2)^{-2})W = -5(3(z-z_1)^{-4} + 3(z-z_2)^{-4} + \qquad (2)$$
$$20(z-z_1)^{-2}(z-z_2)^{-2} + 15(z-z_1)^{-3}(z-z_2)^{-1} + 15(z-z_1)^{-1}(z-z_2)^{-3}).$$

Пусть $z_1 = z_2 = z_0$, тогда уравнения (1) и (2) совпадают, причем

$$W'' + \frac{10}{z-z_0}W' + W^2 - \frac{20}{(z-z_0)^2}W = -\frac{280}{(z-z_0)^4}. \qquad (3)$$

Положим в (3) $W(z) = (z-z_0)^{-2}\cdot\eta(t),\ z-z_0 = \exp t$, получим уравнение

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + 5\frac{d\eta}{dt} + \eta^2 - 34\eta + 280 = 0 \qquad (4)$$

Заметим, что уравнение (4) совпадает с уравнением (2.20) в [1] при $\alpha_{-1} = 1$.

Выполним в (4) преобразование

$$\eta(t) = \alpha(t)v(t) + \beta(t), \quad \tau = \varphi(t),$$

где функции $\alpha(t)$, $\beta(t)$ и $\varphi(t)$ удовлетворяют системе

$$\alpha\varphi'' + 2\alpha'\varphi' + 5\alpha\varphi' = 0,\ \alpha + 6\varphi'^2 = 0,\ \alpha'' + 5\alpha' + 2\beta\alpha - 34\alpha = 0. \qquad (5)$$

Интегрируя (5), находим

$$\alpha(t) = -6\exp(-2t), \quad \tau = -\exp(-t), \quad \beta = -14.$$

Тогда (4) преобразуется в уравнение $U''_{\tau\tau} = 6u^2$, общее решение которого есть эллиптическая функция Вейерштрасса [2,3].

$u(\tau) = \gamma(\tau - c_1, 0, c_2)$, где c_1 и c_2 - постоянные интегрирования. Это решение представляет собой полутрансцендентную функцию постоянных интегрирования, которая не имеет подвижных критических особых точек, но имеет подвижные полюсы.

Возвращаясь к функции $w(x)$, будем иметь

$$w(z) = -2 - (z-z_0)^{-4}(3\gamma(-(z-z_0)^{-1}; 0; c_2) + 7(z-z_0)^2).$$

Следовательно, при совпадении полюсов z_1 и z_2 в уравнениях (1) и (2) их решения представляют собой полутрансцендентные функции постоянных интегрирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сидоревич М.П. Дифференциальные уравнения третьего порядка, разрешимые в классических трансцендентных функциях.- Дис. ... канд. физ.- мат. наук. - Брест, 1988.-118 С.

2. Айнс Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - Харьков: ГНТИУ, 1939.-717 С.

3. Голубев В.В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. - М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. - 436 С.