

10. СН 2.01.05-2019. Воздействия на конструкции. Общие воздействия. Ветровые воздействия / Введ. 16.12.2019. – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2020. – 119 с.

References

1. Seriya II-04-0. Ukazaniya po primeneniyu izdelij. Vypusk 1. Ukazaniya po primeneniyu izdelij dlya zdaniy v 1-4 etazha. Rabochie chertezhi. – СІТР. Moskva. – 1966.
2. Seriya II-04-0. Ukazaniya po primeneniyu izdelij. Vypusk 6. Ukazaniya po primeneniyu izdelij svyazevogo karkasa s setkoj kolonn 6h6; 6h4.5 i 6h3 m. Rabochie chertezhi – СНИИЕР. Moskva. – 1973.
3. Seriya II-04-6. Sbornye elementy zdaniy karkasnoj konstrukcii. Seriya II-04-6. Diafragmy zhestkosti. Vypusk 1. ZHelezobetonnye diafragmy tolshchinoj 120 mm.– СІТР. Moskva. – 1966.
4. Shurn, A.B. Ocenka vliyaniya diafragm razlichnoj zhestkosti na prostranstvennuyu rabotu karkasa mnogoetazhnyh zdaniy / A.B. SHurin, N.N. SHalobyta, E.V. Lyukevich // Defekty zdaniy i sooruzhenij. Usilenie stroitel'nyh konstrukcij : Sbornik nauchnyh statej XXI nauchno-metodicheskoy konferencii VITU (16 marta 2017 goda) : Sankt-Peterburg / VITU / pod obshch. red. k.t.n., docenta D.V. Kurlapova. – SPb., 2017. – S. 274–279.
5. Vychezhhanin, E.V. Sposoby isklyucheniya krutil'nyh kolebanij po osnovnym formam pri proektirovanii mnogoetazhnyh monolitnyh zdaniy / E.V. Vychezhhanin, A. N. Sychkov // Perspektivy razvitiya stroitel'nogo kompleksa : Materialy XIII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii professorsko-prepodavatel'skogo sostava, molodyh uchenykh i studentov (AGASU, 2019). – Astrahan', 2019. – S.175–178.
6. SNIP II-A.11-62. Nagruzki i vozdejstviya. Normy proektirovaniya. Moskva. – 1962.
7. SN 2.01.01-2019. Osnovy proektirovaniya stroitel'nyh konstrukcij / Vved. 16.12.2019. – Minsk: Ministerstvo arhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus', 2020. – 83 s.
8. SN 2.01.02-2019. Vozdejstviya na konstrukcii. Obshchie vozdejstviya. Ob"emnyj ves, sobstvennyj ves, funkcional'nye nagruzki / Vved. 16.12.2019. – Minsk: Ministerstvo arhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus', 2020. – 33 s.
9. SN 2.01.04-2019. Vozdejstviya na konstrukcii. Obshchie vozdejstviya. Snegovye nagruzki / Vved. 16.12.2019. – Minsk: Ministerstvo arhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus', 2020. – 36 s.
10. SN 2.01.05-2019. Vozdejstviya na konstrukcii. Obshchie vozdejstviya. Vetrovye vozdejstviya / Vved. 16.12.2019. – Minsk: Ministerstvo arhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus', 2020. – 119 s.

УДК 624.012

ЖИВУЧЕСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ СИСТЕМ С ПЛОСКИМИ ДИСКАМИ ПЕРЕКРЫТИЙ ПРИ ОТКАЗЕ КЛЮЧЕВОГО ЭЛЕМЕНТА

А. А. Лизогуб¹

¹ М.т.н., мл. научн. сотр. ОЛ НИЦИС, Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь, p_332_14lizogub@mail.ru

Реферат

Живучесть конструктивных систем из железобетона на сегодняшний день является одним из актуальнейших вопросов в мировой практике проектирования, который требует проведения теоретических и экспериментальных исследований, разработки новых и усовершенствования существующих расчетных подходов.

В статье рассмотрен подход для определения нелинейной реакции «нагрузка-перемещение» железобетонной конструктивной системы с плоскими дисками перекрытия при отказе центральной колонны. Описаны основные принципы макро-моделирования поврежденных систем из железобетона. Представленные теоретические зависимости основаны на положениях энергетического баланса поврежденной системы и позволяют учесть такие характерные механизмы сопротивления прогрессирующему обрушению, как изгиб, срез при продавливании и эффект растянутой мембраны.

Ключевые слова: живучесть, железобетон, плоское перекрытие, отказ, ключевой элемент, поврежденная система.

ROBUSTNESS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURAL SYSTEMS WITH FLAT SLABS WHEN A KEY ELEMENT FAILED

A. A. Lizahub

Abstract

The robustness of reinforced concrete structural systems today is one of the most pressing issues in world design practice, which requires theoretical and experimental research, the development of new and improvement of existing calculation approaches.

The article considers an approach for determining the non-linear load-displacement reaction of a reinforced concrete structural system with flat slab in case of failure of the central column. The main principles of macro-modeling of damaged reinforced concrete systems are described. The presented theoretical dependences are based on the provisions of the energy balance of the damaged system and make it possible to take into account such characteristic mechanisms of resistance to progressive collapse as bending, punching, and tensile membrane action.

Keywords: robustness, reinforced concrete, flat slab, failure, key element, damaged system.

Введение

Наиболее опасным локальным повреждением для железобетонной конструктивной системы с плоскими плитами перекрытий является отказ вертикальных несущих конструктивных элементов, например, колонны или участка стены [1, 2]. В практике проектирования такие элементы принято называть ключевыми. Локальный отказ ключевого элемента приводит к перераспределению эффектов воздействий от гравитационных нагрузок (постоянных и длительной составляющей переменных нагрузок) на глобальном уровне. При этом диски перекрытий обеспечивают альтернативные пути передачи нагрузок на соседние колонны и пролеты. Если элементы системы способны сопротивляться дополнительным нагрузкам и эффективно перераспределять усилия на соседние вертикальные несущие элементы, то процесс нарастания обрушения прекращается, а поврежденная система становится стабильной. В обратном случае происходит их разрушение

(отказ), которое распространяется на соседние элементы, до тех пор, пока не будет обеспечено сопротивление или не произойдет полное обрушение всего здания.

Существующие прямые методы оценки живучести (метод альтернативных траекторий нагрузок, метод проектирования ключевого элемента) позволяют количественно оценить живучесть конструктивной системы. Считается, что более перспективным является метод альтернативных траекторий нагрузок, который предполагает внезапное удаление ключевого элемента из системы и дальнейшую проверку сопротивления поврежденной системы (в специальной литературе часто встречается термин «модифицированной системы»).

Одним из критериев количественной оценки живучести является предельное динамическое сопротивление поврежденной (модифицированной) системы на первом полупериоде колебаний. В соответствии с энергетическим подходом для его определения необходимо иметь полную нелинейную квазистатическую реакцию конструктивной системы с удаленным ключевым элементом [2, 3].

Квазистатическая реакция может быть получена как с помощью нелинейного статического анализа, так и путем вычисления её параметрических точек по представленному подходу.

1 Плоские плиты перекрытия при внезапном отказе ключевого элемента

Проанализировав существующие экспериментальные исследования ряда авторов [4-13] можно выделить общий характер поведения плоского перекрытия после удаления центральной опоры, который хорошо отражает зависимость «равномерно распределенная нагрузка-прогибы в центральном узле» (рисунок 1). Стоит отметить, что диаграммы деформирования для нагружения с контролем перемещений (жесткий режим) и с контролем нагрузки (мягкий режим) будут отличаться, однако, согласно закону сохранения энергии, энергия деформирования системы (площадь под кривой «нагрузка-перемещение») будет одинаковой для обоих случаев.

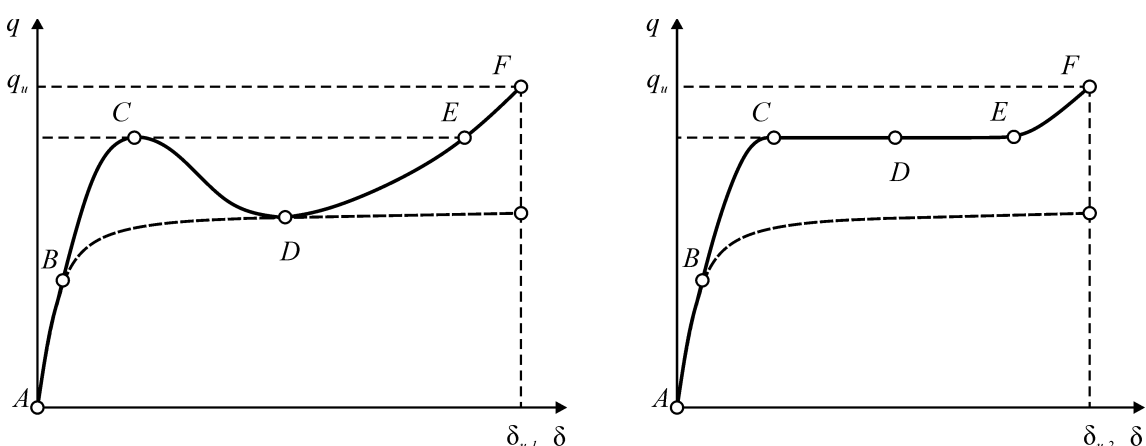


Рисунок 1 – Квазистатическая реакция «нагрузка-перемещение» для плоской плиты при удалении центральной опоры: а) случай нагружения с контролем перемещений; б) случай с контролем нагрузки

По мере увеличения прогибов при жестком режиме нагружения равномерно распределенной нагрузкой (рисунок 1а) в работе плиты можно выделить

несколько характерных стадий, которым соответствуют характерные механизмы сопротивления.

Вначале при увеличении нагрузки прогиб увеличивается почти линейно (от точки А до С). В элементе образуются и развиваются линии текучести до тех пор, пока не будет достигнуто максимальное сопротивление (точка С). Начальный участок А-С диаграммы «нагрузка-перемещение» называется упругой или упруго-пластичной стадией. Некоторые исследователи также называют данный этап стадией сжатой мембраны, поскольку в плоскости плиты при малых прогибах и ограничении продольных деформаций возникают сжимающие усилия. Взаимодействие изгибающих моментов и сжимающих продольных усилий приводит к увеличению сопротивления плиты изгибу и позволяет достичь первой пиковой нагрузки q в точке С, которая будет выше чем нагрузка, соответствующая текучести (точка В), полученная по теории предельного равновесия. Прогиб в точке С для плит, защемленных по контуру примерно равен $(0.5..1.0)h$, где h – толщина плиты.

В точке С плита полностью разделена на блоки линиями текучести и начинает работать как механизм. Сопротивление плиты падает из-за уменьшения сжимающих мембранных усилий до тех пор, пока не произойдет полное разрушение бетона в области линий текучести по всей высоте сечения в точке D.

Интервал от С до D называется переходным (промежуточным). По мере снижения сопротивления (уменьшения нагрузки при увеличении прогибов) и приближения к точке D сжимающие мембранные усилия в центральной части плиты уменьшаются и переходят в растягивающие.

Справа от точки D развивается эффект растянутой мембраны. Происходит разрушение бетона в центральной области плиты по всей высоте сечения. Нагрузку воспринимает растянутая арматура (и/или связи). Разрушение плиты происходит в точке E и связано с разрушением растянутой арматуры (и/или связей).

В плитах, в которых предусмотрены дополнительные связи для восприятия мембранных эффектов величина нагрузки в точке D может превышать нагрузку в точке С.

В случае мягкого режима нагружения (рисунок 1б) нагрузка из точки С сразу попадает в точку E, соответствующую мембранному механизму сопротивления. Это сопровождается внезапным приращением прогибов и как следствие наличием динамических инерционных эффектов.

2 Подход к моделированию поврежденной конструктивной системы. Принципы макро моделирования

На ряду с методами, основанными на континуальном моделировании, распространенными методами моделирования поврежденных (модифицированных) конструктивных систем при проверках живучести являются методы основанные на принципах макро моделирования. В соответствии с последними упругое поведение системы определено работой линейно-упругих стержней и пластин, а нелинейное поведение полностью зависит от поведения точечных пластических элементов (пластических шарниров), врезаемых в элементы конструктивной системы по принятым правилам в определенных характерных сечениях. По существу, имеет место моделирование дискретно-континуальной системы.

Нелинейные пластические шарниры в расчетной схеме отражают локальные зоны развития пластических углов поворота и пластических деформаций реальной конструктивной системы. Места их «врезки» в расчетную схему должны быть определены *a priori* на основании качественного понимания предполагаемой формы разрушения конструктивной системы или на основе предварительного анализа, выполняемого, например, с применением пластического расчёта, опираясь на положения метода предельного равновесия.

Точечные пластические шарниры описываются определенными нелинейными зависимостями и могут моделировать изгиб, срез и осевое растяжение (мембранные эффекты). На рисунке 2 представлен общий вид идеализированных диаграмм «момент-угол поворота» (« $M-\theta$ »), «поперечная сила-угол поворота» (« $V-\psi$ ») и «продольные усилия-продольные перемещения» (« $N-w$ ») для описания изгиба, среза и мембранных эффектов, соответственно.

Для упрощения расчетов и уменьшения количества пластических шарниров в расчетной схеме при моделировании пластического изгиба и среза возможно использование одного типа шарниров. При этом в расчетах для описания шарниров необходимо использовать диаграмму « $M-\theta$ » (рисунок 2а) с ограничением величины предельного угла поворота из учета среза (рисунок 2б).

Диаграмму « $N-w$ » (рисунок 2в) следует определять из учета сопротивления связей растяжению с учетом закона сцепления связевого элемента по контакту с окружающим бетоном [19].

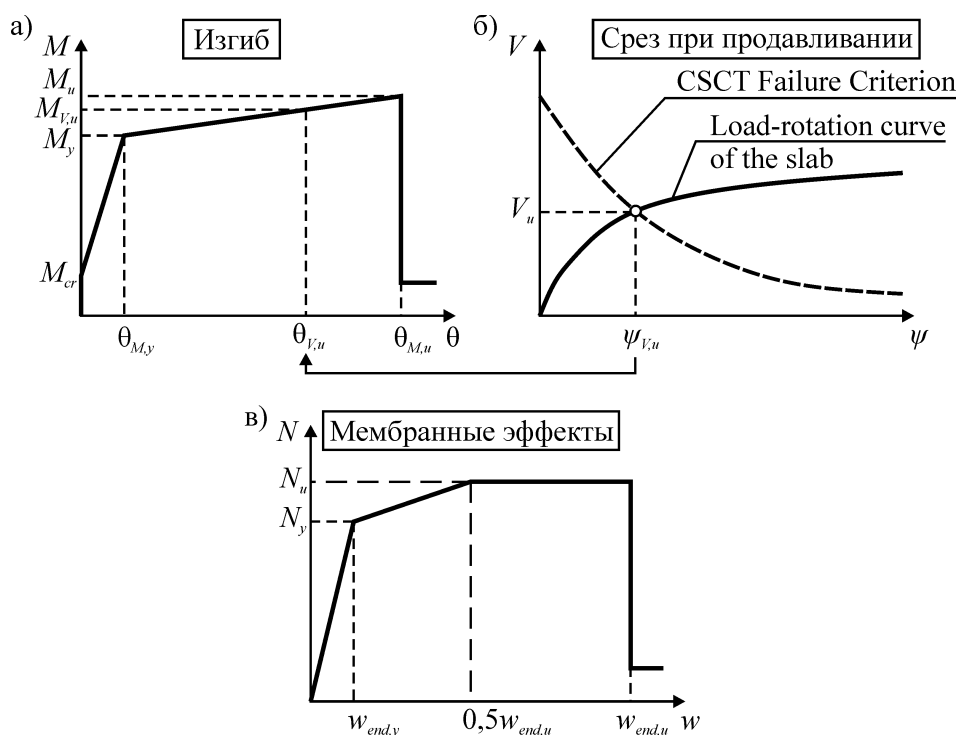


Рисунок 2 – Общий вид идеализированных диаграмм « $M-\theta$ » (а), « $V-\theta$ » (б) и « $N-w$ » (в)

Данный подход применим как для расчета с помощью конечно-элементных программных комплексов, декларирующих возможность врезки пластических шарниров в расчетную схему, так и для упрощенных аналитических способов расчета.

3 Некоторые теоретические зависимости для определения параметрических точек квазистатической диаграммы « q - δ »

Стадия упругой работы плоского перекрытия

Для плиты, работающей в упругой стадии, соответствующее нагрузке q значение прогиба δ может быть достаточно точно получено из решения уравнений Лагранжа для тонких пластин. Решение уравнения Лагранжа довольно громоздко и приводит к большим системам уравнений. Как классическая задача, решения уравнений Лагранжа для наиболее распространенных случаев граничных условий и геометрии плиты разными авторами сведены в таблицы, например [14].

Зависимость прогиба от нагрузки может быть представлена в следующем вид:

$$\delta = \alpha_1 \frac{q \cdot l^4}{D} \quad (1)$$

где α_1 – коэффициент для определения вертикальных перемещений в центре плиты ($x = 0, y = 0$) для свободно опертых по контуру квадратных плит $\alpha_1 = 0,00406$, для защемленных по контуру квадратных плит $\alpha_1 = 0,00126$; D – изгибная (цилиндрическая) жесткость плиты без трещин.

$$D = \frac{E_{cm} \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

где E_{cm} – средний модуль упругости бетона; h – толщина плиты; ν – коэффициент Пуассона.

Величина вертикального прогиба, соответствующего началу текучести арматуры плиты перекрытия (нагрузка q_y) может быть определена с помощью формулы:

$$\delta_y = \alpha_1 \frac{q_y \cdot l^4}{D_{cr}} \quad (3)$$

где D_{cr} – изгибная (цилиндрическая) жесткость плиты с трещинами.

Изгибный механизм сопротивления плоского перекрытия

Поведение конструктивной системы как при изгибе, так и при развитии мембранных эффектов может быть оценено с помощью аналитических зависимостей, основанных на методе предельного равновесия. Для изгибного механизма сопротивления может быть рассмотрена расчетная схема, представленная на рисунке 3.

В соответствии с положениями теории линий текучести плоская монолитная плита условно разделяется на сегменты, которые далее принимаются жесткими телами. Как видно из полученных экспериментальных данных [4-13] характер трещинообразования плоских плит перекрытия достаточно точно может быть предсказан методом линий текучести [15] (линейных пластических шарниров).

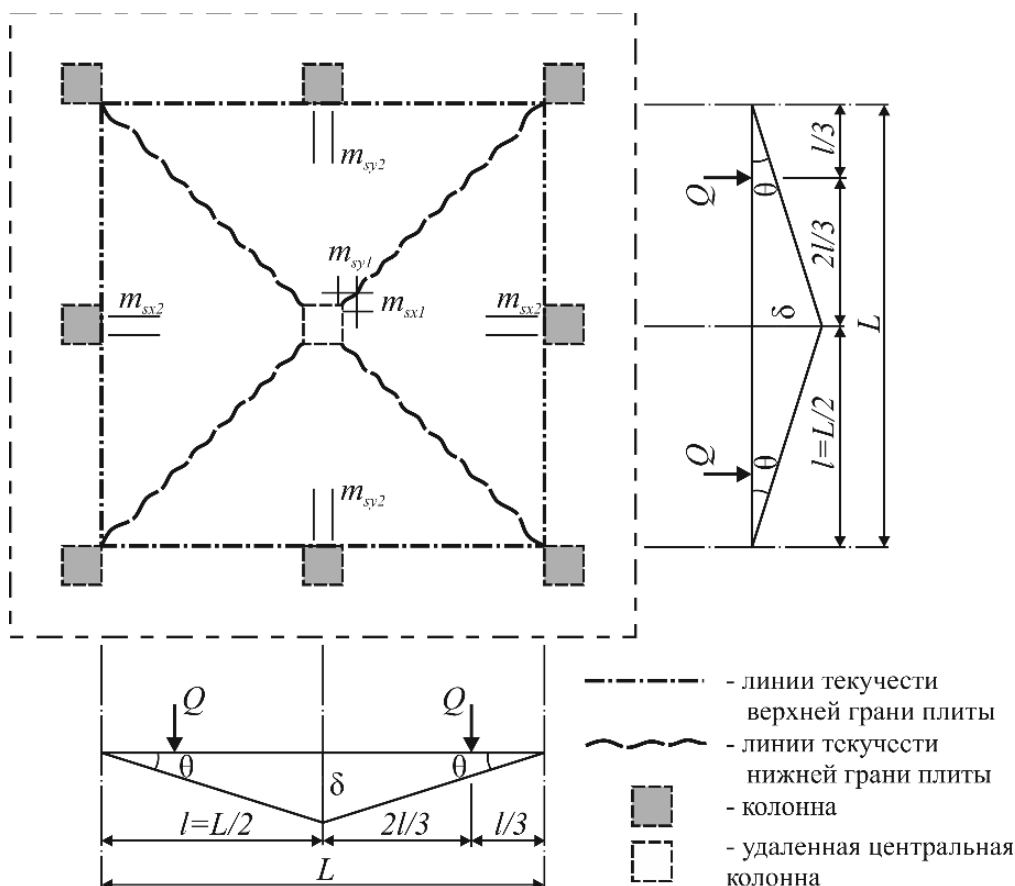


Рисунок 3 – Расчетная схема плоской плиты при удалении центральной колонны в соответствии с положениями теории линий текущей

В соответствии с методом предельного равновесия конструкция (плита перекрытия с удаленной колонной) рассматривается на стадии предшествующей разрушению, на которой выполняются условия равновесия для внутренних и внешних сил. Другими словами, при разрушении внешняя энергия, вызванная нагрузкой на плиту, должна быть равна внутренней энергии, рассеиваемой в пределах линий текущей:

$$W_{ext} = W_{int} \quad (4)$$

где W_{ext} – работа (или энергия) выполняемая внешними гравитационными нагрузками Q на перемещение δ сегментов плиты; W_{int} – работа изгибающего момента m_R на угле поворота θ .

Для плиты с учетом работы всех четырех сегментов и принятой картины образования пластических шарниров зависимость величины изгибающих моментов m , возникающих вдоль линий текущей от равномерно распределенной нагрузки q , которую воспринимает плита на определенном уровне вертикальных прогибов δ , может быть выражена в следующем упрощенном виде:

$$q(\delta) = \frac{24 \cdot (m_1(\delta) + m_2(\delta))}{L^2} \quad (5)$$

Величины изгибающих моментов m определяются из характеристик пластических шарниров (диаграмма « $M-\theta$ ») с учетом ограничения величины предельного момента из учета среза.

Сопротивление плиты перекрытия срезу при продавливании

Для проверки сопротивления срезу может быть использована модель, основанная на теории критической трещины при сдвиге (CSCT) [16, 17]. Данная модель предполагает, что прочность на сдвиг определяется шириной и шероховатостью трещины при сдвиге, которая развивается через наклонную сжимающую стойку, которая воспринимает силу сдвига, как показано на рисунке 4.

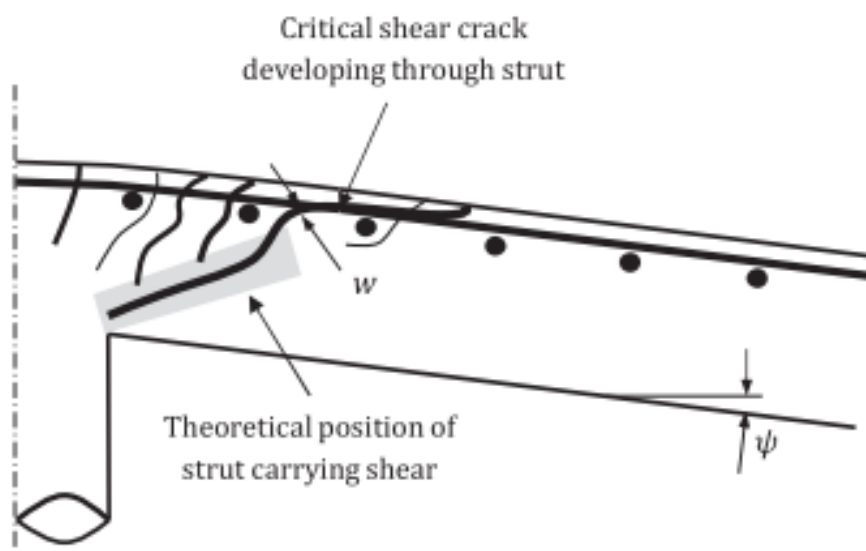


Рисунок 4 – Связь ширины раскрытия трещины w и угла поворота ψ в соответствии с теорией критической трещины при сдвиге [16, 17]

В работе [18] предложены модифицированные уравнения (6) теории критической трещины при сдвиге для определения критерия отказа, которые позволяют определить прочность на срез и соответствующий угол поворота при продавливании с учетом скорости деформирования $\dot{\epsilon}$, что позволяет учесть динамический характер отказа ключевого элемента.

$$\frac{V_R}{b_0 d_V \sqrt{f_c}} = \frac{0.8}{1 + \frac{15\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad \text{для } \dot{\epsilon} = 10 / s$$

$$\frac{V_R}{b_0 d_V \sqrt{f_c}} = \frac{1}{1 + \frac{15\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad \text{для } \dot{\epsilon} = 100 / s \quad (6)$$

$$\frac{V_R}{b_0 d_V \sqrt{f_c}} = \frac{1.3}{1 + \frac{15\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad \text{для } \dot{\epsilon} = 300 / s$$

Согласно выражениям, при относительно низких скоростях поворота плиты наблюдаются незначительные приращения сопротивления срезу, а при больших значениях скорости деформирования наблюдаются максимальные значения сопротивления срезу.

В соответствии с Model Code 2010 [16, 17] используя аппроксимацию 2 уровня определяется зависимость поперечной силы от угла поворота:

$$\psi = \frac{3}{2} \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{M_{sd}}{M_{Rd}} \right)^{3/2} \quad (7)$$

где r_s – положение нулевого радиального изгибающего момента относительно оси опоры (обычно принимается равным $0,22L$ для плоских плит с пролетом L), E_s — модуль упругости стальной арматуры, M_{sd} — средний изгибающий момент на единицу длины в надколонной полосе (в области опоры) плиты, а M_{Rd} — средняя прочность на изгиб на единицу длины в надколонной полосе.

Для случая внутренних колонн согласно Model Code 2010 [17] M_{sd} связано с нагрузкой V_d следующим образом:

$$M_{sd} = \frac{V_d}{8} \quad (8)$$

Эффект растянутой мембраны как механизм сопротивления

После образования линий текучести и развития достаточных пластических углов поворота при условии обеспечения сопротивления срезу при продавливании в области соседних колонн в работу плиты включаются связевые элементы (рисунок 4).

Равнодействующую связевых усилий во второй расчетной схеме (рисунок 5) можно рассматривать как сопротивление системы, уравнивающее гравитационную силу Q , действующую в её центре тяжести (центре масс). При этом, сопротивление может быть определено как статическое (квазистатическое) или динамическое. В рамках общего энергетического подхода [19] статическое сопротивление изменяется в зависимости от величины перемещения и может быть описано функцией сопротивления $q_{stat}(\delta_{qz})$, связанной в свою очередь с зависимостью « $N-w$ » для пластических связей в плите.

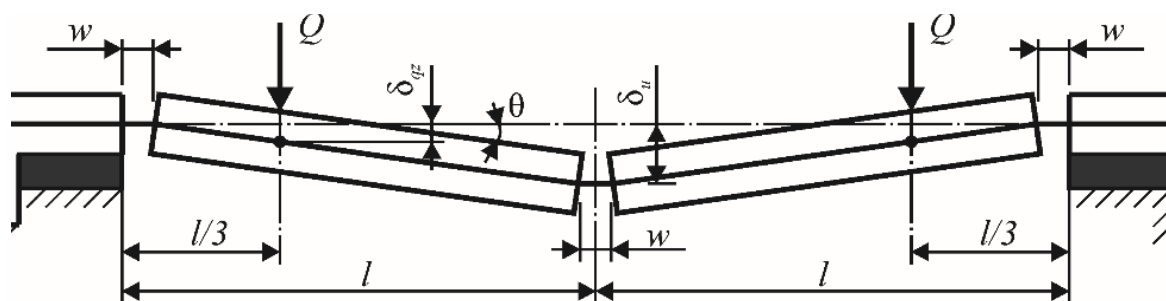


Рисунок 5 – Схема перекрытия для определения мембранного эффекта при больших перемещениях

Если связи во всех соединениях поврежденной системы одного и того же типа и имеют аналогичные характеристики, то связевые соединения имеют одинаковую зависимость « $N-w$ » для каждой связи. Для каждого элемента перекрытия собственный вес и другие постоянные нагрузки представлены результирующим усилием Q , приложенным в его центре тяжести. Деформированное состояние определяется вертикальным перемещением δ_{qz} .

Для одинаковых горизонтальных перемещений w трех связевых соединений вертикальное перемещение δ_{qz} может быть рассчитано непосредственно из деформированной геометрической схемы как:

$$\delta_{qz} \approx \frac{\sqrt{3 \cdot l \cdot w}}{3} \quad (9)$$

где l – длина сегмента перекрытия.

Тогда максимальное вертикальное перемещение в центре плиты:

$$\delta_u = 3 \cdot \delta_{qz} = \sqrt{3 \cdot l \cdot w_u} \quad (10)$$

Условия энергетического баланса для системы, состоящей из четырех сегментов и имеющей горизонтальные связи в надколонных полосах в двух направлениях:

$$Q \cdot a_{qz,u} = \frac{3}{2} \cdot \xi(w_u) \cdot N_u \cdot w_u \quad (11)$$

где $\xi(w)$ – относительная энергия деформационной способности связи согласно *fib Bulletin 43*:

$$\xi(w) = \frac{\int_0^w N(w) dw}{N_u \cdot w} \quad (12)$$

Выражение (11) показывает, что сопротивление системы на стадии развития растянутой мембраны зависит не только от сопротивления связей растяжению N , но и их пластической деформативности w , т.е. способности к удлинению.

Заключение

Представленные теоретические зависимости для определения параметрических точек нелинейной квазистатической диаграммы «нагрузка-перемещение» для железобетонных конструктивных систем с плоскими плитами перекрытий могут быть применены при оценке их живучести в особой расчетной ситуации и стать альтернативой выполнения нелинейных статических и динамических расчетов в конечноэлементных комплексах. Кроме случая удаления центральной колонны в рамках проверки живучести также могут быть получены решения для случаев удаления угловой и боковой колонн.

Также стоит отметить, что предложенные решения являются перспективными для выполнения вероятностного моделирования с целью калибровки глобального коэффициента безопасности, так как включают необходимые для этого базисные переменные.

Список цитированных источников

1. Adam, J. M., Parisi, F., Sagaseta, J., and Lu, X. (2018). Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. *Engineering Structures*, 173, 122-149. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.06.082.
2. Ellingwood, B. R., Smilowitz, R., Dusenberry, D. O., Duthinh, D., Lew, H. S., & Carino, N. J. (2007). Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings. NISTIR 7396. National Institute of Science and Technology, US Department of Commerce.
3. Izzuddin, B. A., Vlassis, A. G., Elghazouli, A. Y., & Nethercot, D. A. (2008). Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss—Part I: Simplified assessment framework. *Engineering structures*, 30(5), 1308-1318. DOI: 10.1016/j.engstruct.2007.07.011.
4. Dat, P. X., and Tan, K. H. (2013). Experimental study of beam-slab substructures subjected to a penultimate-internal column loss. *Engineering Structures*, 55, 2-15. DOI: 10.1016/j.engstruct.2013.03.026.

5. Herraiz B., Vogel T. and Russell J. (2015). Energy-based method for sudden column failure scenarios: theoretical, numerical and experimental analysis. In *IABSE Workshop Helsinki 2015: Safety, Robustness and Condition Assessment of Structures. Report* (pp. 70-77). International Association for Bridge and Structural Engineering IABSE. DOI: <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010389549>.
6. Lim, N. S., Tan, K. H., and Lee, C. K. (2017). Experimental studies of 3D RC substructures under exterior and corner column removal scenarios. *Engineering Structures*, 150, 409-427. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.07.041.
7. Ma, F., Gilbert, B. P., Guan, H., Xue, H., Lu, X., and Li, Y. (2019). Experimental study on the progressive collapse behaviour of RC flat plate substructures subjected to corner column removal scenarios. *Engineering Structures*, 180, 728-741. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.11.043.
8. Pang, B., Wang, F., Yang, J., Nyunn, S., & Azim, I. (2021). Performance of slabs in reinforced concrete structures to resist progressive collapse. In *Structures* (Vol. 33, pp. 4843-4856). Elsevier. DOI: 10.1016/j.istruc.2021.04.092.
9. Pham, A. T., Lim, N. S., and Tan, K. H. (2017). Investigations of tensile membrane action in beam-slab systems under progressive collapse subject to different loading configurations and boundary conditions. *Engineering Structures*, 150, 520-536. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.07.060.
10. Qian, K., and Li, B. (2012). Slab effects on response of reinforced concrete substructures after loss of corner column. *ACI Structural Journal*, 109(6), 845-855.
11. Qian, K., Li, B., and Ma, J. X. (2015). Load-carrying mechanism to resist progressive collapse of RC buildings. *J. Struct. Eng.*, 141(2), 1-14. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001046.
12. Ren, P., Li, Y., Lu, X., Guan, H., and Zhou, Y. (2016). Experimental investigation of progressive collapse resistance of one-way reinforced concrete beam-slab substructures under a middle-column-removal scenario. *Engineering Structures*, 118, 28-40. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.03.051.
13. Russell, J. M., Owen, J. S., and Hajirasouliha, I. (2015). Experimental investigation on the dynamic response of RC flat slabs after a sudden column loss. *Engineering Structures*, 99, 28-41. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.04.040.
14. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. (1987). *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed. New York City, United States of America: McGraw-Hill.
15. Kennedy, G., & Goodchild, C. H. (2004). *Practical yield line design*. Concrete Centre, Surrey, UK.
16. Muttoni, A. (2008). Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. *ACI structural Journal*, 105, 440-450. DOI: 10.14359/19858.
17. *fib* Model Code for Concrete Structures 2010. (2010). International Federation for Structural Concrete (*fib*), Lausanne, Switzerland.
18. Micallef, K., Sagaseta, J., Ruiz, M. F., and Muttoni, A. (2014). Assessing punching shear failure in reinforced concrete flat slabs subjected to localised impact loading. *International Journal of Impact Engineering*, 71, 17-33. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2014.04.003.
19. Tur, V., Tur, A., and Lizahub, A. (2021). Simplified analytical method for the robustness assessment of precast reinforced concrete structural systems. *Budownictwo i Architektura*, 20(4), 93-114. DOI: 10.35784/bud-arch.2774.

References

1. Adam, J. M., Parisi, F., Sagaseta, J., and Lu, X. (2018). Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. *Engineering Structures*, 173, 122-149. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.06.082.
2. Ellingwood, B. R., Smilowitz, R., Dusenberry, D. O., Duthinh, D., Lew, H. S., & Carino, N. J. (2007). Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings. NISTIR 7396. National Institute of Science and Technology, US Department of Commerce.
3. Izzuddin, B. A., Vlassis, A. G., Elghazouli, A. Y., & Nethercot, D. A. (2008). Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss—Part I: Simplified assessment framework. *Engineering structures*, 30(5), 1308-1318. DOI: 10.1016/j.engstruct.2007.07.011.

4. Dat, P. X., and Tan, K. H. (2013). Experimental study of beam–slab substructures subjected to a penultimate-internal column loss. *Engineering Structures*, 55, 2-15. DOI: 10.1016/j.engstruct.2013.03.026.
5. Herraiz B., Vogel T. and Russell J. (2015). Energy-based method for sudden column failure scenarios: theoretical, numerical and experimental analysis. In *IABSE Workshop Helsinki 2015: Safety, Robustness and Condition Assessment of Structures. Report* (pp. 70-77). International Association for Bridge and Structural Engineering IABSE. DOI: <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010389549>.
6. Lim, N. S., Tan, K. H., and Lee, C. K. (2017). Experimental studies of 3D RC substructures under exterior and corner column removal scenarios. *Engineering Structures*, 150, 409-427. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.07.041.
7. Ma, F., Gilbert, B. P., Guan, H., Xue, H., Lu, X., and Li, Y. (2019). Experimental study on the progressive collapse behaviour of RC flat plate substructures subjected to corner column removal scenarios. *Engineering Structures*, 180, 728-741. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.11.043.
8. Pang, B., Wang, F., Yang, J., Nyunn, S., & Azim, I. (2021). Performance of slabs in reinforced concrete structures to resist progressive collapse. In *Structures* (Vol. 33, pp. 4843-4856). Elsevier. DOI: 10.1016/j.istruc.2021.04.092.
9. Pham, A. T., Lim, N. S., and Tan, K. H. (2017). Investigations of tensile membrane action in beam–slab systems under progressive collapse subject to different loading configurations and boundary conditions. *Engineering Structures*, 150, 520-536. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.07.060.
10. Qian, K., and Li, B. (2012). Slab effects on response of reinforced concrete substructures after loss of corner column. *ACI Structural Journal*, 109(6), 845-855.
11. Qian, K., Li, B., and Ma, J. X. (2015). Load-carrying mechanism to resist progressive collapse of RC buildings. *J. Struct. Eng*, 141(2), 1-14. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001046.
12. Ren, P., Li, Y., Lu, X., Guan, H., and Zhou, Y. (2016). Experimental investigation of progressive collapse resistance of one-way reinforced concrete beam–slab substructures under a middle-column-removal scenario. *Engineering Structures*, 118, 28-40. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.03.051.
13. Russell, J. M., Owen, J. S., and Hajirasouliha, I. (2015). Experimental investigation on the dynamic response of RC flat slabs after a sudden column loss. *Engineering Structures*, 99, 28-41. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.04.040.
14. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. (1987). *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed. New York City, United States of America: McGraw-Hill.
15. Kennedy, G., & Goodchild, C. H. (2004). *Practical yield line design*. Concrete Centre, Surrey, UK.
16. Muttoni, A. (2008). Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. *ACI structural Journal*, 105, 440-450. DOI: 10.14359/19858.
17. **fib** Model Code for Concrete Structures 2010. (2010). International Federation for Structural Concrete (*fib*), Lausanne, Switzerland.
18. Micallef, K., Sagaseta, J., Ruiz, M. F., and Muttoni, A. (2014). Assessing punching shear failure in reinforced concrete flat slabs subjected to localised impact loading. *International Journal of Impact Engineering*, 71, 17-33. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2014.04.003.
19. Tur, V., Tur, A., and Lizahub, A. (2021). Simplified analytical method for the robustness assessment of precast reinforced concrete structural systems. *Budownictwo i Architektura*, 20(4), 93-114. DOI: 10.35784/bud-arch.2774.