

Алгоритмизированный метод расчета статически определимых стержневых систем

В.И.Игнатюк, А.Е.Лопаточкин

Рассматриваются плоские статически определимые стержневые системы - рамы, фермы, балки, комбинированные системы. Любую из таких систем можно представить в виде совокупности простых стержней, соединяющихся между собой жестко либо шарнирно в узлах. Если определить усилия по концам таких стержней, то не составит больших проблем найти и внутренние усилия в любом сечении этих стержней и, соответственно, всей системы. Учитывая это, примем усилия по концам простых стержней, составляющих систему, за неизвестные. Число неизвестных тогда для системы, состоящей из n стержней, с учетом необходимого для статически определимых систем числа (трех) внешних связей, будет $6n+3$. Для определения этих неизвестных используем уравнения равновесия стержней (таких уравнений будет $3n$) и уравнения равновесия узлов, в которых эти стержни соединяются между собой, образуя заданную систему (таких уравнений будет $3n_u$, где n_u - число узлов в системе). Анализ показывает, что для статически определимых систем число неизвестных $6n+3$ будет всегда равно числу независимых уравнений равновесия $3n+3n_u$.

Общую систему уравнений для определения неизвестных в матричной форме тогда можно записать в виде:

$$[D] \cdot \{X\} + \{P\} = 0, \quad (1)$$

где: $\{X\}$ - матрица-вектор неизвестных; $\{P\}$ - матрица-вектор внешних нагрузок, включающая составляющие от распределенных нагрузок (см.(3)) на стержни, моменты в узлах и сосредоточенные силы; $[D]$ - матрица коэффициентов уравнений равновесия, состоящая из двух блоков и имеющая вид:

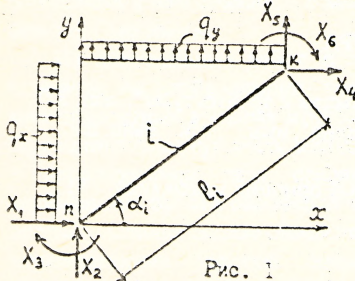


Рис. 1

$$[D] = \begin{bmatrix} [D_1] & [0] & \dots & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [D_2] & \dots & [0] & [0] & [0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [0] & [0] & \dots & [D_{nc}] & [0] & [0] \\ \hline [& B_1 &] \\ [& B_2 &] \\ & \dots & \\ [& B_{ny} &] \end{bmatrix} \quad (2)$$

где: $[D_i]$ - матрица коэффициентов уравнений равновесия ($\sum X_n = 0$; $\sum Y_k = 0$;

$\Sigma M_{cp}=0$), которые для отдельного стержня (рис.1), записываются в виде:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i & \frac{2}{l_i} & \sin \alpha_i & -\cos \alpha_i & \frac{2}{l_i} \end{array} \right] \cdot \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_{xi} l_i \sin \alpha_i \\ q_{yi} l_i \cos \alpha_i \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (3)$$

или в матричной форме: $[D_i]\{X_i\} + \{q_i\} = 0$, (3')

Здесь: $\{q_i\}$ - матрица, являющаяся составляющей для каждого стержня матрицы $\{P\}$ ($\{q_i\} = \{P_i\}$); $[B_j]$ - матрица коэффициентов уравнений равновесия отдельного (j -того) узла, состоящая из трех (для шарнирных узлов - двух) строк, в каждую из которых записываются признаки наличия (действия) неизвестных и опорных реакций в данном узле; каждая из строк соответствует уравнениям: $\Sigma X_j=0$; $\Sigma Y_j=0$; $\Sigma M_j=0$; если неизвестное X_k фигурирует в данном уравнении (суммируются в данном узле), то в соответствующей строке k -тый элемент записывается равным 1, если нет, то - нулю, если в узле есть опорная реакция, то соответствующий элемент записывается равным минус единице (-1). Матрицам $[B_j]$ в матрице $\{P\}$ соответствуют матрицы $\{P_j\}$, в которых в столбец записываются внешние нагрузки в узле: $-P_{xj}$, P_{yj} , и M_j . Если узел шарнирный, то уравнение $\Sigma M_j=0$ для него опускается.

Таким образом, задача расчета статически определимой системы сведена, по существу, к решению системы уравнений (1). Матрица $[D]$ при этом, как видно из (2) и (3), является сильно разреженной, что существенно усложняет решение системы (1) на ЭВМ.

На основе изложенной методики разработана программа расчета рассматриваемых статически определимых систем на ПЭВМ составленная с использованием языка программирования "Turbo Pascal". Система уравнений (1) решается методом Гаусса с предварительным структурным преобразованием для построения значащей главной диагонали. Окончательные эпюры внутренних усилий по результатам программы выводятся как в числовом, так и в графическом представлении.

Пакет процедур DXFOUT реализации концепций ЭКС для языка Turbo-PASCAL на базе файла *.DXF

В.П.Уласевич, М.И.Гончаров

При разработке САПР на языке Turbo-Pascal возникает проблема обработки геометрических образов, построенных пользовательской программой