

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ПОДВЕРЖЕННЫХ ИМПУЛЬСУ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ

В. И. Игнатюк<sup>1</sup>, С. Р. Онысько<sup>2</sup>

<sup>1</sup> К. т. н., доцент, профессор кафедры прикладной механики

УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: viignatiuk@mail.ru

<sup>2</sup> К. т. н., доцент, декан машиностроительного факультета УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: onysko\_sergey@mail.ru

### Реферат

В статье рассматривается задача устойчивости тонкостенных подкрепленных цилиндрических оболочек при нагружении быстро возрастающим внешним давлением. Задача решается в линейной постановке. Учитываются дискретность расположения ребер и их несимметричное расположение относительно срединной поверхности оболочки. Уравнение движения системы получено с использованием уравнения Лагранжа второго рода при одночленной аппроксимации перемещений. Для определения критических нагрузок используется критерий, соответствующий началу интенсивного развития прогибов.

**Ключевые слова:** тонкостенные подкрепленные цилиндрические оболочки, внешнее давление, импульсное нагружение, динамическая устойчивость.

### ABOUT STABILITY OF THE THIN-WALLED SUPPORTED CYLINDRICAL SHELLS UNDER IMPULSE OF EXTERNAL PRESSURE

V. I. Ihnatsiuk, S. R. Onysko

### Abstract

The article considers the problem of stability of the thin-walled supported cylindrical elements under loading with quickly increasing external pressure. The problem is solved in a linear formulation. The discreteness of the location of the ribs and their asymmetrical location relative to the middle surface of the shell is taken into account. The equation of motion of system is received with the use of Lagrange equation of the second sort with single-term approximation of movings. To define critical loadings the criterium corresponding to the beginning of the intensive development of deflections is used.

**Keywords:** the thin-walled supported cylindrical shells, external pressure, impulsive loading, dynamic stability.

### Введение

Тонкостенные цилиндрические оболочки находят широкое применение в элементах машиностроительных конструкций. Учитывая высокую прочность оболочек, их допустимую нагрузку при действии внешнего давления чаще всего определяет их устойчивость. Более высокая устойчивость будет у оболочек, подкрепленных ребрами жесткости. Статическая устойчивость таких оболочек обсуждалась в работе [1]. Такие элементы в машиностроении могут подвергаться и динамическим воздействиям. Здесь рассматривается нагрузка, линейно возрастающая во времени. В этом случае говорят о динамической устойчивости элементов.

### Постановка задачи

Подкрепленная цилиндрическая оболочка представляет собой систему, состоящую из круговой тонкостенной цилиндрической чисто оболочки, усиленной жестко с ней соединенными по линиям контакта продольными (стрингерами) и поперечными (шпангоуты) ребрами, которые могут располагаться как с внешней, так и с внутренней стороны (рисунок 1).

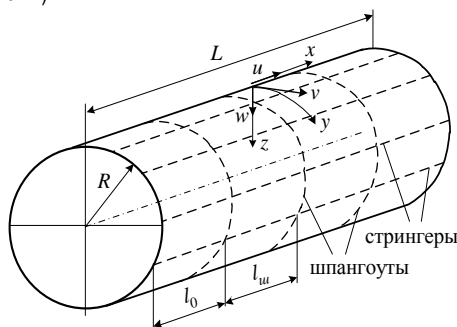


Рисунок 1 – Расчетная схема подкрепленной цилиндрической оболочки

Оболочка нагружается линейно возрастающим внешним давлением  $q = \gamma t$ , где  $\gamma$  – скорость возрастания нагрузки.

Для расчета оболочки используется линейная теория тонких упругих оболочек средней длины [2], а для расчета ребер – теория криволинейных стержней. При этом по высоте сечения принимается справедливой гипотеза прямолинейного недеформируемого элемента как для оболочки, так и в целом для системы «оболочка-ребро» (в местах наличия ребер). Учитываются дискретность расположения ребер и их несимметричное расположение относительно срединной поверхности оболочки.

Будем считать, что обеспечены условия шарнирного опирания по торцевым краям оболочки.

### Уравнение движения системы:

При динамическом нагружении для решения задачи необходимо рассматривать уравнение движения системы, для получения которого используем уравнение Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial \Lambda}{\partial q_s} = 0, \quad (1)$$

где  $\Lambda = K - \dot{\mathcal{E}}$  – функция Лагранжа;

$\mathcal{E}$  – полная потенциальная энергии подкрепленной оболочки;

$K$  – кинетическая энергия системы;

$q_s, \dot{q}_s$  – обобщенные координаты и скорости по направлениям деформирования элемента  $u, v$  и  $w$ .

Полная потенциальная энергия системы, подверженной действию внешних нагрузок, определяется как сумма потенциальной энергии деформирования системы  $U$ , возникающей при переходе системы из недеформированного состояния в деформированное, и

изменения потенциальной энергии внешних сил  $A$ , определяемой работой этих сил при деформировании системы, состоящей из оболочки и ребер:

$$\mathcal{E} = U + A = U_o + U_c + U_w + A_o + A_c + A_w, \quad (2)$$

где  $U_o$ ,  $U_c$ ,  $U_w$  – потенциальные энергии деформирования соответственно оболочки, стрингеров и шпангоутов;

$A_o$ ,  $A_c$ ,  $A_w$  – изменение потенциальной энергии внешних сил  $A$ , действующих соответственно на оболочку, стрингеры и шпангоуты.

При записи потенциальной энергии системы здесь будем пренебрегать нормальными напряжениями на площадках, параллельных срединной поверхности и поперечными сдвигами (на площадках, нормальных к срединной поверхности  $zx$  и  $zy$ ).

Выражение потенциальной энергии деформирования оболочки через деформации срединной поверхности [3] имеет вид:

$$U_o = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left[ C_{11} \varepsilon_1^2 + 2C_{12} \varepsilon_1 \varepsilon_2 + C_{22} \varepsilon_2^2 + C_{66} \chi^2 + D_{11} \kappa_1^2 + 2D_{12} \kappa_1 \kappa_2 + D_{22} \kappa_2^2 + D_{66} \eta^2 \right] dx dy \quad (3)$$

где  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  – относительные продольные деформации срединной поверхности оболочки в направлениях осей соответственно  $x$  и  $y$ ,

$\chi$  – сдвиг срединной поверхности;

$\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  – изменения кривизн срединной поверхности в направлениях осей  $x$  и  $y$ ;

$\eta$  – изменение кручения срединной поверхности при деформации;

$C_{jk}$ ,  $D_{jk}$  – жёсткости оболочки, определяемые выражениями:

$$C_{jk} = 2B_{jk} h; \quad D_{jk} = 2B_{jk} h^3, \\ B_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}; \quad B_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}; \\ \text{где} \\ B_{12} = B_{21} = -\frac{\nu_{12} E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}; \quad B_{66} = G_{12};$$

$E_1$ ,  $E_2$  – модули Юнга материала оболочки соответственно по направлениям  $x$  и  $y$ ;

$G_{12}$  – модуль сдвига материала оболочки в плоскости  $x$   $y$ ;

$\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  – коэффициенты Пуассона материала оболочки;

$h$  – толщина оболочки.

Компоненты деформаций срединной поверхности, соответствующие общей технической теории тонких оболочек [2], имеют вид:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}; \quad \chi = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; \\ \kappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \kappa_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \eta = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (4)$$

где  $u$ ,  $v$ ,  $w$  – перемещения точек срединной поверхности в направлениях осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (рисунок 1).

Подставляя (4) в (3), получим выражение полной потенциальной энергии оболочки в виде:

$$U_o = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left\{ C_1 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2C_{12} \frac{\partial u}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} \right) + C_{22} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} \right)^2 + C_{66} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + D_{11} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{22} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{66} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (5)$$

Потенциальная энергия деформации ребер (стрингеров и шпангоутов), подкрепляющих оболочку, запишем с учетом энергий изгиба, сжатия и кручения (при этом принимается, что энергией изгиба из плоскости ребер и энергией поперечного сдвига ребер можно пренебречь) [4]:

$$U_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \int_0^L \left\{ E_c F_c \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + h_c \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right] + E_c J_{yc} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + G_c J_{rc} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \Big|_{y=y_i} dx \quad (6)$$

$$U_w = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k_w} \int_0^L \left\{ E_w F_w \left[ \frac{\partial v}{\partial y} + h_w \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{w}{R_w} \right]^2 + E_w J_{yw} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R_w^2} \right)^2 + G_w J_{rw} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R_w} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{h_w}{R_w} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right]^2 \right\} \Big|_{x=x_j} dy \quad (7)$$

где  $k_c$ ,  $k_w$  – число стрингеров и шпангоутов;

$E_c$ ,  $G_c$  и  $E_w$ ,  $G_w$  – модули упругости и сдвига материалов стрингеров и шпангоутов;

$F_c$ ,  $J_{yc}$ ,  $J_{rc}$  и  $F_w$ ,  $J_{yw}$ ,  $J_{rw}$  – площади поперечных сечений, осевые моменты инерции и кручения сечений соответственно стрингеров и шпангоутов;

$h_c$ ,  $h_w$  – эксцентриситеты стрингеров и шпангоутов;

$$R_w = R + h_w.$$

Для определения потенциальной энергии внешнего радиального давления учитывается влияние кольцевых усилий на изгиб оболочки путем введения эквивалентной радиальной нагрузки, интенсивность которой определяется по формуле, введенной С. П. Тимошенко [5],

$$\tilde{q}_o = -qR \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R^2} \right). \quad (8)$$

Эта нагрузка при переводе системы из недеформированного состояния в деформированное состояние будет совершать работу на оболочке:

$$A_o = -\frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \tilde{q}_o w dx dy = \frac{h}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \sigma_y \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R^2} \right) w dx dy \quad (9)$$

и на шпангоутах:

$$A_w = -\frac{F_w}{2} \sum_{j=1}^{k_w} \int_0^L \left[ \sigma_y \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R_w^2} \right) w \right] \Big|_{x=x_j} dy \quad (10)$$

Здесь  $\sigma_y$  – кольцевые напряжения, возникающие под действием внешнего давления в оболочке элемента и подкрепляющих поперечных ребрах (шпангоутах) с учетом совместного восприятия давления оболочкой и ребрами (шпангоутами) и которые согласно [5] определяются выражением

$$\sigma_y = k_{Fw} q \frac{R}{h}, \quad (11)$$

где  $k_{Fw} = \frac{1}{1 + \frac{F_w}{h l_w}}$  – коэффициент, учитывающий распределение давления между оболочкой и шпангоутами;

$l_w$  – шаг шпангоутов.

Сложив выражения (5) – (7) и (9), (10) получим выражение полной потенциальной энергии системы, состоящей из оболочки и ребер, через перемещения срединной поверхности оболочки  $u$ ,  $v$  и  $w$ .

Кинетическая энергия радиального движения системы, состоящей из оболочки и ребер и с учетом равенства перемещений оболочки и ребер, имеет вид

$$K = \frac{\rho_w h}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy + \frac{\rho_c F_c}{2} \sum_{i=1}^k \int_0^L \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \Big|_{y=y_i} dx + \frac{\rho_w F_w}{2} \sum_{j=1}^{k_w} \int_0^L \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \Big|_{x=x_j} dy, \quad (12)$$

где  $\rho_c$ ,  $\rho_w$  – плотности материалов стрингеров и шпангоутов.

Учитывая, что полная потенциальная энергии не зависит от координат, а кинетическая энергия (12) от координат, уравнение Лагранжа второго рода (1) может быть записано в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial U}{\partial q_s} = 0. \quad (13)$$

Расположив начало координат в торце элемента на оси одного из стрингеров, примем выражения для аппроксимирующих функций перемещений, описывающих деформированное состояние ребристого цилиндрического оболочечного элемента и удовлетворяющих граничным условиям шарнирного опирания, в виде:

$$\begin{aligned} u &= \cos \frac{\pi mx}{L} \left[ a_1 \cos \frac{ny}{R} + a_2 \sin \frac{ny}{R} \right]; \\ v &= \sin \frac{\pi mx}{L} \left[ b_1 \sin \frac{ny}{R} + b_2 \cos \frac{ny}{R} \right]; \\ w &= \sin \frac{\pi mx}{L} \left[ c_1 \cos \frac{ny}{R} + c_2 \sin \frac{ny}{R} \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где  $m$  – число полуволн вдоль образующей оболочки (вдоль оси  $x$ );  
 $n$  – число полных волн вдоль окружности оболочки;  
 $a_i, b_i, c_i$  – неизвестные параметры перемещений, соответствующие симметричному и кососимметричному деформированию.  
 Взяв производные от кинетической и полной потенциальной энергий согласно уравнению Лагранжа второго рода (13) с учетом аппроксимации (14), получим две независимые системы уравнений относительно постоянных аппроксимации  $a_1, b_1, c_1$ , и  $a_2, b_2, c_2$  вида:

$$\begin{cases} A_{11}a_1 + A_{12}b_1 + A_{13}c_1 = 0; \\ A_{21}a_1 + A_{22}b_1 + A_{23}c_1 = 0; \\ A_{30} \frac{d^2 c_1}{dt^2} + A_{31}a_1 + A_{32}b_1 + A_{33}c_1 = 0; \\ B_{11}a_2 + B_{12}b_2 + B_{13}c_2 = 0; \\ B_{21}a_2 + B_{22}b_2 + B_{23}c_2 = 0; \\ B_{30} \frac{d^2 c_2}{dt^2} + B_{31}a_2 + B_{32}b_2 + B_{33}c_2 = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Первая из них описывает симметричное, а вторая кососимметричное деформирование подкрепленной оболочки. Ввиду полной идентичности обеих систем уравнений и получения одной из другой путем замены  $B$  на  $A$  либо  $A$  на  $B$ , дальнейшие преобразования будем выполнять для одного ( $i$ -го) типа деформирования.

Выразив  $a_i, b_i$  через параметр  $c_i$ , соответствующий прогибам в нормальном к срединной поверхности оболочки направлении, и подставив эти выражения в дифференциальное уравнение, приведем каждую из систем уравнений к одному дифференциальному уравнению движения оболочки вида

$$\frac{d^2 c_i}{dt^2} + \omega_{mn}^2 \left( 1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{mny}} \right) c_i = 0 \quad (16)$$

где  $\omega_{mn}$  – частота свободных колебаний, отвечающая рассматриваемой форме деформирования оболочки;

$\sigma_{mny}$  – соответствующие этой форме деформации статические критические напряжения при внешнем давлении.

С учетом (11) уравнение движения подкрепленного элемента (16) может быть приведено к виду:

$$\frac{d^2 c_i}{dt^2} + \omega_{mn}^2 \left( 1 - \frac{\gamma t}{q_{mn}} \right) c_i = 0 \quad (17)$$

где  $q_{mn}$  – величина нагрузки, отвечающая рассматриваемой форме деформирования оболочки.

### Решение задачи динамической устойчивости

Для решения задачи устойчивости при динамическом нагружении необходимо определить время действия и соответствующее значение нагрузки, при которых становится возможным интенсивное развитие прогибов или интенсивное возрастание скорости деформирования (выпучивания). Для определения этих параметров используем критерий, предложенный И. Я. Амиро [4] и позволяющий получить аналитические выражения этих величин.

Введем обозначение

$$t = \tau + \frac{q_{mn}}{\gamma}$$

где  $\frac{q_{mn}}{\gamma}$  – время, необходимое для того, чтобы давление достигло статического критического давления, соответствующего рассматриваемому волнообразованию.

Тогда уравнение (17) можно преобразовать к виду

$$\frac{d^2 c_i}{d\bar{\tau}^2} - d_{mn} \bar{\tau} c_i = 0 \quad (18)$$

где  $d_{mn} = \frac{\omega_{mn}^2 q_{mn}^2}{\gamma^2}$ ;

$\bar{\tau} = \frac{\gamma \tau}{q_3}$  – безразмерный параметр времени, прошедшего после достижения величиной внешнего давления  $q$  значения статического критического давления  $Q_3$ ;

$Q_3$  – минимальное значение (эйлерово) статической критической нагрузки.

Решение уравнения (18) можно получить в виде степенных рядов по степеням куба  $\bar{\tau} \sqrt[3]{d_{mn}}$ .

А поскольку куб этой величины начинает сильно возрастать после того, когда она достигнет значения, равного единице, то за критерий динамической потери устойчивости, определяющий начало интенсивного развития прогибов, И. Я. Амиро предложил [4] принять условие:

$$\bar{\tau} \sqrt[3]{d_{mn}} = 1 \quad (19)$$

Применение этого критерия динамической потери устойчивости позволяет получить критическое время для рассматриваемой формы изгиба

$$t_{kr mn} = \frac{q_3}{\gamma \sqrt[3]{d_{mn}}} + \frac{q_{mn}}{\gamma} \quad (20)$$

величину динамической критической нагрузки

$$q_{o mn} = t_{kr mn} \gamma = \frac{q_3}{\sqrt[3]{d_{mn}}} + q_{mn} \quad (21)$$

и соответствующую величину коэффициента динамичности, представляющего собой отношение динамической критической нагрузки для данной формы изгиба к эйлеровой статической критической нагрузке для рассматриваемого оболочечного элемента

$$k_{o mn} = \frac{q_{o mn}}{q_3} = \frac{1}{\sqrt[3]{d_{mn}}} + \frac{q_{mn}}{q_3} \quad (22)$$

С учетом введенных ранее обозначений выражение (22) может быть записано в виде

$$k_{o mn} = \frac{1}{q_3} \sqrt[3]{\frac{q_{mn} \gamma^2}{\omega_{mn}^2}} + \frac{q_{mn}}{q_3} \quad (23)$$

Динамическая критическая нагрузка  $q_{kr mn}$  и отвечающая ей величина коэффициента динамичности  $k_{o}$ , соответствующие потере устойчивости оболочечного элемента при динамическом нагружении, определяются путем минимизации выражений (21) и (23) по параметрам волнообразования  $m$  и  $n$ :

$$q_{o kr} = \min(q_{o mn}); \quad k_o = \min(k_{o mn}) \quad (25)$$

Следует отметить, что так как в работе применяется энергетический метод, то при определении критических нагрузок здесь будем всегда подходить к ним со стороны верхних значений.

### Примеры расчетов

На основе представленной методики выполним расчет изотропной цилиндрической оболочки радиусом  $R=120$  мм, длиной  $L=300$  мм и толщиной оболочки  $h=0,3$  мм ( $R/h=400$ ), подкрепленной шестью

( $k_w = 6$ ) шпангоутами и нагруженной возрастающим по линейной зависимости внешним давлением со скоростью  $\gamma$  от  $3 \cdot 10^3$  до  $1 \cdot 10^6$  кПа/с. Принимается, что шпангоуты изготовлены из уголков  $L_{5,0 \times 2,5 \times 0,3}$  мм, расположенных с внешней стороны оболочки с равным шагом ( $l_0 = l_w$ ) и присоединенных к оболочке большей полкой. Материал оболочки и ребер – АМГ ( $E = 6,67 \cdot 10^4$  МПа,  $\rho_o = \rho_w = 0,26 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>).

Результаты вычисления динамических критических нагрузок (коэффициентов динамичности) и соответствующих им параметров волнообразования в зависимости от скорости нагружения для неподкрепленной (гладкой) и подкрепленной оболочек приведены в таблице 1.

**Таблица 1** – Значения коэффициентов динамичности и критических давлений для гладкой и подкрепленной шпангоутами оболочки, нагруженной быстро возрастающим внешним давлением в зависимости от скорости нагружения  $\gamma$

$\gamma$ , кПа/с	$3 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
Гладкая оболочка ( $q_0 = 8,08$ кПа, $n = 8$ , $m = 1$ )						
$k_o$	1,292	1,652	2,357	3,903	6,596	11,977
$q_{o\ kr}$	10,439	13,348	19,045	31,536	53,296	96,774
$n$	8	8	8	10	12	16
$m$	1	1	1	1	1	1
Элемент, подкрепленный шпангоутами ( $q_0 = 64,10$ кПа, $n = 5$ , $m = 1$ )						
$k_o$	1,053	1,118	1,246	1,486	1,721	2,271
$q_{o\ kr}$	67,497	71,664	79,869	95,253	110,316	145,571
$n$	5	5	5	20	20	21
$m$	1	1	1	7	7	7

#### Выводы

Анализ результатов расчета позволяет сделать следующие выводы.

Для рассмотренных подкрепленных шпангоутами оболочек при достижении скоростью возрастания внешнего давления величины  $\gamma = 1 \cdot 10^5$  кПа/с деформирование изменилось от общего случая с  $n = 5$ ,  $m = 1$ , когда шпангоуты изгибаются и закручиваются, к случаю деформации с  $n = 20$ ,  $m = 7$ , когда шпангоуты только закручиваются. При этом коэффициент динамичности для подкрепленной оболочки в несколько раз меньше, чем для неподкрепленной (гладкой) оболочки, что связано с более высокой статической критической нагрузкой для подкрепленной оболочки. Критическая же нагрузка для подкрепленной оболочки существенно выше, чем для гладкой. Так, например, при скорости нагружения  $\gamma = 1 \cdot 10^5$  кПа/с динамическое критическое давление для гладкой оболочки составляет 31,536 кПа, а для подкрепленной оболочки – 95,253 кПа; при скорости нагружения  $\gamma = 3 \cdot 10^5$  кПа/с динамическое критическое давление составляет для гладкой оболочки 53,296 кПа, а для подкрепленной – 110,316 кПа.

Таким образом, величины динамических критических давлений (коэффициентов динамичности) растут с возрастанием скорости увеличения давления, и могут превышать статическое критическое давление в несколько раз. При этом изменяются и формы волнообразования оболочечных элементов. Для подкрепленных оболочечных элементов возможно скачкообразное возрастание числа волн, соответствующее переходу к качественно новым случаям деформации. Изложенное свидетельствует о том, что подкрепление элементов существенно повышает их несущую способность и что с ростом скоростей нагружения влияние дискретности расположения ребер возрастает.

#### Список цитированных источников

- Игнатюк, В. И. К определению рациональных параметров подкрепления тонкостенных цилиндрических элементов, подверженных внешнему давлению / В. И. Игнатюк // Новые технологии и материалы, автоматизация производства : сб. ст. Межд. науч.-техн. конф., посв. 55-летию Брест. гос. техн. ун-та. – Брест : Изд-во БрГТУ, 2021. – С. 111–116.
- Власов, В. З. Общая теория оболочек и ее приложение в технике / В. З. Власов. – М.-Л. : ГИТЛ, 1949. – 784 с.
- Амбарцумян, С. А. Общая теория анизотропных оболочек / С. А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1974. – 446 с.
- Амиро, И. Я. Теория ребристых оболочек: в 5 т. / И. Я. Амиро, В. А. Заруцкий. – К. : Наук. думка, 1980. – Методы расчета оболочек. – Т. 2. – 368 с.
- Тимошенко, С. П. Устойчивость упругих систем / С. П. Тимошенко. – М.-Л. : Гостех издат, 1946. – 532 с.

#### References

- Ignatyuk, V. I. K opredeleniyu racional'nykh parametrov podkrepleniya tonkostennykh cilindricheskikh elementov, pod-verzhennykh vneshnemu davleniyu / V. I. Ignatyuk // Novye tekhnologii i materialy, avtomatizatsiya proizvodstva : sb. st. Mezhd. nauch.-tekh. konf., posv. 55-letiyu Brest. gos. tekhn. un-ta. – Brest : Izd-vo BrGTU, 2021. – S. 111–116.
- Vlasov, V. Z. Obshchaya teoriya obolochek i ee prilozhenie v tekhnike / V. Z. Vlasov. – M.-L. : GITL, 1949. – 784 s.
- Ambarcumyan, S. A. Obshchaya teoriya anizotropnykh obolochek / S. A. Ambarcumyan. – M.: Nauka, 1974. – 446 s.
- Amiro, I. YA. Teoriya rebristyykh obolochek: v 5 t. / I. YA. Amiro, V. A. Zaruckij. – K. : Nauk. dumka, 1980. – Metody rascheta obolochek. – T. 2. – 368 s.
- Timoshenko, S. P. Ustojchivost' uprugih sistem / S. P. Timoshenko. – M.-L. : Gostekh izdat, 1946. – 532 s.

Материал поступил 04.03.2023, одобрен 17.05.2023, принят к публикации 17.05.2023