Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Брестский государственный технический университет»

Кафедра высшей математики

Теория вероятностей

Методические указания и варианты заданий
для студентов экономических специальностей

Брест 2003

УДК 519.2(076)

В методических указаниях даны вопросы учебной программы по теории вероятностей и перечень задач по темам семестра, подобраны индивидуальные задания к аттестационной работе, приведены решения задач типового варианта

Составители: Гладкий И.И., ст. преподаватель,
Маньяков Н.В., ст. преподаватель,
Махнист Л.П., к.т.н., доцент,
Рубанов В.С., к.ф.-м.н., доцент,
Сидоревич М.П., к.ф.-м.н., доцент.

Рецензент: Будько А.Е., к.ф.-м.н., доцент, декан математического факультета учреждения образования «Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина»

© Учреждение образования «Брестский государственный технический университет» 2003

Вопросы учебной программы по теории вероятностей

1. Элементы комбинаторики: перестановки, сочетания и размещения.
2. События и их виды. Операции над событиями.
3. Вероятность события. Способы вычисления вероятности события.
4. Основные теоремы теории вероятностей и следствия из них.
5. Схема повторных испытаний. Формулы Бернулли и Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
6. Одномерная случайная величина (СВ). Дискретные и непрерывные случайные величины.
7. Закон распределения вероятностей ДСВ.
8. Функция распределения СВ и ее свойства.
9. Плотность распределения вероятностей НСВ. Свойства функции плотности.
10. Числовые характеристики одномерной СВ: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода и медиана. Размах вариации и коэффициент вариации.
11. Понятие начальных и центральных теоретических моментов СВ. Асимметрия и эксцесс.
12. Основные законы распределений ДСВ: биномиальное распределение и распределение Пуассона.
13. Основные законы распределений НСВ: равномерное распределение, нормальное распределение, показательное распределение и функция надежности.
14. Понятие закона больших чисел. Неравенство и теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Понятие центральной предельной теоремы Ляпунова.
15. Понятие двумерной СВ (двумерного случайного вектора). Закон распределения вероятностей двумерной ДСВ.
16. Функция распределения двумерной СВ и ее свойства.
17. Плотность распределения вероятностей двумерной СВ. Свойства двумерной плотности.
18. Условные законы распределений двумерной ДСВ и НСВ.
19. Числовые характеристики двумерной СВ. Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Условное математическое ожидание. Функция регрессии.
20. Зависимые и независимые СВ. Коррелированность и зависимость СВ.
21. Линейная регрессия. Выборочные уравнения прямых линий регрессий.

Перечень задач по темам третьего семестра

Элементы комбинаторики

1. Даны множества $A=\{-1;2;3\}$; $B=\{2;0\}$; $C=\{-2;-1;2;3\}$. Необходимо:

а) указать множества $A+B$, $A-B$, AB, AC, BC, ABC, $A+B+C$;

б) найти $N(A+B)$, $N(A-B)$, $N(AB)$, $N(AC)$, $N(BC)$, $N(ABC)$, $N(A+B+C)$;

в) проверить выполнение равенства $N(A+B+C)=N(A)+N(B)+$ $+N(C)-N(AB)-N(AC)-N(BC)+N(ABC)$.

Пояснение: если A-конечное множество из n элементов, то число элементов множества A (мощность множества A) обозначается символом $N(A)$ или $|A|$, т.е. $N(A)=n$.

2. Каждый студент группы – либо девушка, либо блондин, либо любит математику. В группе *20* девушек, из них *12* блондинок и одна блондинка любит математику. Всего в группе *24* студента – блондина, математику из них любит *12*, а всего студентов, которые любят математику, *17*, из них *6* девушек. Сколько студентов в данной группе?
3. Обследователь рынка сообщает следующие данные. Из *1000* опрошенных *811* нравился шоколад, *752* нравились конфеты и *418* – леденцы, *750* – шоколад и конфеты, *356* – шоколад и леденцы, *348* – конфеты и леденцы, а *297* – все три вида сладостей. Можно ли доверять этой информации? Ответ обосновать.
4. Дано множество $\{a;b;c\}$. Выписать множества перестановок из 3 элементов, сочетаний из 3 элементов по 2, размещений из 3 элементов по 2.
5. Порядок выступления *10* участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?
6. Сколькими способами группа из *7* человек может расположиться: а) в ряд; б) за круглым столом?
7. Сколькими способами можно выбрать *6* изделий из партии, состоящей из 20 изделий?
8. Сколькими способами могут быть присуждены 1-я, 2-я и 3-я премии трем лицам, если число соревнующихся равно *10*?
9. Имеется *20* наименований товаров. Сколькими способами их можно распределить по трем магазинам, если известно, что в первый магазин должно быть доставлено *8* наименований, во второй – *7* наименований и в третий – *5* наименований?

10. Сколькими способами можно разделить группу численностью *20* человек на одну группу, состоящую из *10*, и две группы из *5* человек?

11. Упростить выражения:

а) $(A+B)(A+\overline{B})$;

б) $(A+B)(\overline{A}+B)+(A+\overline{B})(\overline{A}+\overline{B})$;

в) $(A+B)(\overline{A}+B)(A+\overline{B})+(\overline{A}+\overline{B})$;

г) $(A+B)(\overline{A}+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+\overline{B})$;

д) $\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}$; $\overline{\overline{A}+\overline{B}}$.

12. Опыт состоит в том, что стрелок произвел три выстрела по мишени. Событие

$$A_i = \{\textit{попадание в мишень при } i-\textit{м выстреле}\},\ i=1,2,3.$$

Выразить через события A_1, A_2 и A_3 следующие события:

– $B_1 = \{\textit{три попадания}\}$;
– $B_2 = \{\textit{три промаха}\}$;
– $B_3 = \{\textit{попадание только при втором выстреле}\}$;
– $B_4 = \{\textit{хотя бы одно попадание}\}$;
– $B_5 = \{\textit{только одно попадание}\}$;
– $B_6 = \{\textit{хотя бы один промах}\}$;
– $B_7 = \{\textit{только два попадания}\}$;
– $B_8 = \{\textit{не менее двух попаданий}\}$;
– $B_9 = \{\textit{не более одного попадания}\}$;
– $B_{10} = \{\textit{попадание в мишень после первого выстрела}\}$;
– $B_{11} = \{\textit{попадание не раньше, чем при третьем выстреле}\}$.

13. Пусть A, B, C - три события, наблюдаемые в данном опыте. Выразить через события A, B, C следующие события:

– $F_1 = \{\textit{из трех событий } A, B, C \textit{ произойдет ровно одно}\}$;
– $F_2 = \{\textit{из трех событий } A, B, C \textit{ произойдет ровно два}\}$;
– $F_3 = \{\textit{из трех событий } A, B, C \textit{ произойдет хотя бы одно}\}$;
– $F_4 = \{\textit{из трех событий } A, B, C \textit{ произойдет не меньше двух}\}$;
– $F_5 = \{\textit{из трех событий } A, B, C \textit{ не произойдет ни одного}\}$;
– $F_6 = \{\textit{из трех событий } A, B, C \textit{ произойдет хотя бы два}\}$;
– $F_7 = \{\textit{из трех событий } A, B, C \textit{ не произойдет хотя бы одно}\}$.

14. Прибор состоит из трех блоков первого типа и четырех блоков второго типа. Событие $A_i = \{исправен\ i-й\ блок\ первого\ типа\}$, $B_j = \{исправен\ j-й\ блок\ второго\ типа\}$, $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,4}$. Прибор работает, если исправны хотя бы один блок первого типа и не менее трех блоков второго типа. Найти выражение для события $C = \{прибор\ работает\}$.

Вероятность события и способы ее вычисления

15. Отдел технического контроля обнаружил *5* бракованных изделий в партии из *1000* изделий. Какова частота изготовления бракованного изделия?
16. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания оказалось равной *0,88*. найти число попаданий, если всего произведено *150* выстрелов.
17. Для выяснения качества семян было отобрано и высеяно в лабораторных условиях *1000* штук. Относительная частота нормального всхода семян оказалось равной *0,98*. Сколько семян дали нормальные всходы?
18. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее *20*. Какова вероятность того, что это число кратно *5*?
19. Буквы М, О, Л, С, А, Т, Ё написаны на отдельных карточках. Ребенок берет карточки в случайном порядке и прикладывает одну к другой в ряд: а) семь карточек; б) четыре карточки. Найти вероятность того, что получится слово: а) «САМОЛЁТ»; б) «МОСТ».
20. Используя условие предыдущего примера, найти вероятность того, что получится слово «БАНАН», если на отдельных карточках написаны две буквы Н, две буквы А и одна буква Б.
21. В урне *6* белых и *4* красных шара. Наудачу из урны вынимают два шара. Какова вероятность того, что шары разноцветные?
22. Партия из N деталей проверяется контролером, который наугад отбирает n деталей и определяет их качество. Если среди отобранных деталей нет ни одной бракованной, то вся партия принимается; в противном случае она посылается на дополнительную проверку. Найти вероятность того, что партия, содержащая m бракованных изделий, будет принята контролером.
23. Среди *25* студентов группы, в которой *15* девушек, разыгрывается шесть билетов. Определить вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся четыре девушки.

24. После бури на участке между *40*-м и *50*-м километрами телефонной линии произошел обрыв провода. Какова вероятность того, что разрыв произошел между *50*-м и *55*-м километрами линии?

25. Точка $(x,\, y)$ наудачу выбирается из квадрата с вершинами $(-1;1)$, $(1;-1)$, $(1;1)$, $(-1;-1)$. Найти вероятность того, что корни уравнения $\lambda^2 + x\lambda + y = 0$: а) действительные; б) положительные.

Основные теоремы теории вероятностей.

26. В порт приходят корабли только из трех пунктов отправления. Вероятность прибытия корабля из первого пункта равна 0,3, из второго – 0,5. Найти вероятность прибытия корабля из третьего пункта.

27. Вероятность правильного оформления счета на предприятии равна 0,96. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?

28. В течение года две фирмы имеют возможность, независимо друг от друга, обанкротиться с вероятностями 0,06 и 0,04 соответственно. Найти вероятность того, что в конце года обе фирмы будут функционировать.

29. Партия из *125* изделий содержит *4%* брака. При приемке партии подвергается проверке *40%* изделий. Условиями проверки допускается не более *2%* бракованных изделий. Найти вероятность того, что данная партия изделий будет принята.

30. На предприятии брак составляет в среднем 1,5% общего выпуска изделий. Из небракованных изделий изделия первого сорта составляют 80%. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие окажется первого сорта, если оно взято из общей массы изготовленной продукции?

31. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,06, от второго – 0,05. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.

32. Цех изготавливает кинескопы для телевизоров, причем 70% всех кинескопов предназначены для цветных телевизоров и 30 % - для черно-белых. Известно, что 50% всей продукции отправляется на экспорт, причем из общего числа кинескопов, предназначенных для цветных телевизоров, 40% отправляется на экспорт. Найти вероятность того, что наудачу взятый для контроля кинескоп предназначен для черно-белого телевизора, если известно, что он будет отправлен на экспорт.

   Указание: Воспользуйтесь равенством $P(A\,|\,B) + P(\overline{A}\,|\,B) = 1$.

33. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, равна соответственно 0,6, 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что эта формула содержится: а) хотя бы в одном справочнике; б) не менее, чем в двух справочниках.

34. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый и второй вопросы билета равна 0,9; на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить: а) на все вопросы; б) хотя бы на два вопроса.

35. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,85, вторым - 0,8, третьим – 0,9. Все стрелки сделали по одному выстрелу. Найти вероятность того, что цель поражена: а) один раз; б) три раза; в) хотя бы один раз.

36. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна *0,9*, во второе отделение – *0,95* и в третье – *0,8*. Найти вероятность следующих событий: а) только второе отделение получит газеты вовремя; б) все три отделения получат газеты вовремя; в) ни одно из отделений не получит газеты вовремя; г) только одно из отделений получит газеты вовремя; д) по меньшей мере два отделения получат газеты вовремя; е) хотя бы одно отделение получит газеты вовремя; ж) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

37. В магазине имеются импортные и отечественные холодильники в соотношении 2:5. Вероятность выхода из строя в течение гарантийного срока импортного холодильника равна 0,005, отечественного – 0,008. Найти вероятность того, что купленный в магазине холодильник выдержит гарантийный срок.

38. На строительство объекта поступают железобетонные плиты из четырех цементных заводов в количестве 50, 10, 40 и 30 штук соответственно. Каждый из заводов допускает при изготовлении плит брак (несоответствие ГОСТ), равный в процентном отношении соответственно 1, 5, 2 и 3. Какова вероятность того, что наугад взятая для контроля плита будет удовлетворять требованиям ГОСТ?

39. В обувную мастерскую для ремонта приносят сапоги и туфли в соотношении 2:3. Вероятность качественного ремонта для сапог равна 0,92, а для туфель – 0,88. Проведена проверка качества одной пары обуви. Оказалось, что эта пара обуви отремонтирована качественно. Какова вероятность того, что это: а) сапоги; б) туфли?

40. Пакеты акций, имеющихся на рынке ценных бумаг, могут дать доход владельцу с вероятностью *0,35* для каждого пакета. Сколько акций различных фирм нужно приобрести, чтобы с вероятностью, не меньшей *0,9973*, можно было ожидать доход хотя бы по одному пакету акций?

41. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний риск и III класс – большой риск. Среди клиентов компании *50%* - первого класса риска, *30%* - второго и *20%* - третьего. Вероятность необходимости выплачивать страховое вознаграждение для первого класса риска равна *0,01*, для второго – *0,03*, третьего – *0,08*. Какова вероятность того, что: а) застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования; б) получивший денежное вознаграждение застрахованный относится к группе малого риска?

42. На предприятии установлена система аварийной сигнализации. Когда возникает аварийная ситуация, звуковой сигнал появляется с вероятностью 0,95. Однако сигнал может возникнуть и без аварийной ситуации с вероятностью 0,001. Реальная вероятность аварийной ситуации равна 0,005. Чему равна вероятность аварийной ситуации, если сигнализация сработала?

    Указание: Рассмотреть гипотезы $H=\{\text{аварийная ситуация есть}\}$, $\overline{H}=\{\text{аварийной ситуации нет}\}$ и событие $A=\{\text{сигнализация срабатывает}\}$, затем воспользоваться формулой Байеса.

43. Вероятности попадания при каждом выстреле для двух стрелков равны соответственно 0,6 и 0,8. При одновременном выстреле стрелков имелось одно попадание. Кто из стрелков вероятнее всего попал?

Схема повторных испытаний

44. В среднем по *15%* договоров страхования компания выплачивает страховую сумму. Найти вероятность того, что из шести договоров с наступлением страхового случая будет связано с выплатой страховой суммы: а) три договора; б) менее двух договоров.

45. При обследовании уставных фондов банков обнаружено, что пятая часть банков имеют уставной фонд свыше *100* млн. долларов. Найти вероятность ого, что среди *1800* банков имеют уставной фонд свыше *100* млн. долларов: а) *410* банков; б) не менее *300*; в) от *300* до *400* включительно.

46. На автобазе имеется *12* машин. Вероятность выхода на линию каждой из них равна *0,8*. Найдите вероятность нормальной работы автобазы в ближайший день, если для этого необходимо иметь на линии не меньше *8* автомашин.

47. В магазине имеется *60000* электрических лампочек. Вероятность продажи каждой из них в течении дня равна *0,6*. Какое максимальное число лампочек будет продано в течение дня с вероятностью *0,9973*?
48. В данном регионе кандидата в парламент поддерживает 60% населения. При опросе общественного мнения было выбрано 1000 человек. С какой вероятностью можно утверждать, что доля избирателей из этой выборки, поддерживающих кандидата, отличается от истинной не более, чем на 0,02?
49. Вероятность того, что дилер, торгующий ценными бумагами, продаст их, равна *0,8*. Сколько должно быть ценных бумаг, чтобы можно было утверждать с вероятностью *0,996*, что доля (частность) проданных среди них отклонится по абсолютной величине от *0,8* не более, чем на *0,03*?
50. В банк прибыло 1000 стодолларовых купюр. Какова вероятность того, что среди них окажется 5 фальшивых купюр, если 0,1% всех купюр фальшивые?
51. В ходе аудиторской проверки компании аудитор случайным образом отбирает 5 счетов. Найти вероятность того, что он обнаружит 1 счет с ошибкой, если ошибки содержат в среднем 3% счетов.
52. Телефонная станция обслуживает 600 абонентов. Вероятность любого из них позвонить в течение часа равна 0,005. Найти наиболее вероятное число звонков в течение часа и его вероятность.
53. В новом микрорайоне поставлено 2000 кодовых замков на входных дверях домов. Вероятность выхода из строя одного замка в течение месяца равна 0,001. Найти вероятность того, что за месяц откажут: а) два замка; б) не менее двух замков.

Одномерные СВ и ее числовые характеристики

54. В денежно-вещевой лотерее разыгрываются: автомобиль стоимостью *500* ден.ед., *4* телевизора по *300* ден.ед. каждый, 6 видеомагнитофонов стоимостью *260* ден.ед. и *20* выигрышей по *50* ден.ед. Всего продается 1000 билетов по *10* ден.ед Составить закон распределения СВ X - чистого выигрыша, полученного участником лотереи, купившим один билет.

    Указание: возможными значениями СВ X являются числа: *– 10*, *40*, *250*, *290* и *4990*.

55. В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером *300* долларов. Требуется: а) составить закон распределения СВ X - размера выигрыша при пяти

сделанных покупках; б) Найти $M(X)$ и $D(X)$; в) указать ожидаемый средний выигрыш при пяти сделанных покупках.

Указание: возможные значения X : *0*, *300*, *600*, *900*, *1200*, *1500*.

56. Экзаменатор задает студенту вопросы, пока тот правильно отвечает. Как только число правильных ответов достигает четырех, либо студент отвечает неправильно, экзаменатор прекращает задавать вопросы. Вероятность правильного ответа на один вопрос равна *0,8*. Составить закон распределения СВ X - числа заданных студенту вопросов.

57. Из восьми роз три белые. Составить закон распределения СВ X - числа белых роз среди четырех одновременно взятых. Найти функцию распределения СВ X и построить её график.

58. Дан закон распределения случайной величины X :

X	-1	1	2	3	4
p	0,1	0,1	0,3	0,4	0,1

Требуется: а) найти функцию распределения $F(X)$ и построить её график; б) найти $M(X)$, $D(X)$, моду и медиану; в) найти вероятность событий $X \le M(X)$, $1 < X \le 3$.

Указание: для дискретных случайных величин медиана находится на отрезке $[x_k, x_{k+1}]$, который определяется из условий:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i \le 0{,}5 \text{ и } \sum_{i=1}^{k+1} p_i > 0{,}5 .$$

Тогда точное положение медианы определяется из равенства

$$Me\,X = x_k + \frac{x_{k+1} - x_k}{p_{k+1}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{k} p_i \right).$$

59. Задана плотность распределения вероятностей СВ X :

$$f(X) = \begin{cases} 0, & \text{\textit{при} } x \le 0, \\ Ax, & \text{\textit{при} } 0 < x \le 1, \\ 0, & \text{\textit{при} } x > 1. \end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент A; б) найти функцию распределения $F(X)$; в) построить графики функций $f(X)$ и $F(X)$; г) найти $M(X)$, $D(X)$, моду, медиану и квантиль, отвечающий уровню $\alpha = 0{,}01$.

Указание: квантилем уровня α называется такое значение x_α случайной величины X, при котором выполняется равенство $F(x_\alpha) = P(X < x_\alpha) = \alpha$.

60. Функция распределения СВ X имеет вид :

$$F(X)=\begin{cases}0, & при\ x\le -1,\\ A(x+1)^2, & при\ -1<x\le 1,\\ 1, & при\ x>1.\end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент A; б) функцию плотности $f(x)$; в) найти вероятности $P(X=0)$, $P(X<0{,}5)$, $P(0{,}5\le X<2)$; г) построить графики функций $f(X)$ и $F(X)$.

61. Даны законы распределения двух независимых случайных величин X и Y:

X	*0*	*1*	*3*
p	*0,2*	*0,5*	*?*

Y	*2*	*3*
p	*0,4*	*?*

Требуется: а) найти вероятности $P(X=3)$ и $P(Y=3)$; б) найти $M(X)$, $M(Y)$, $D(X)$ и $D(Y)$; в) вычислить $M(3X+2Y)$ и $D(3X-2Y)$ двумя способами: непосредственно по определению и используя свойства математического ожидания и дисперсии.

62. Пусть X - выручка фирмы в долларах. Найти распределение выручки в белорусских рублях $Z=X\cdot Y$ в пересчете по курсу доллара Y, если выручка X не зависит от курса Y, а распределения X и Y имеют вид:

X	*1000*	*2000*
p	*0,7*	*0,3*

Y	*1850*	*1900*
p	*0,4*	*0,6*

63. Закон распределения ДСВ X имеет вид:

X	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
p	*0,2*	*0,3*	*0,3*	*0,1*	*0,1*

Найти условную вероятность события $X<5$ при условии, что $X>2$.
Указание*:* Воспользоваться формулой $P(A|B)=P(AB)/P(B)$, где $A=\{X<5\}$, $B=\{X>2\}$.

Основные законы распределений СВ

64. Вероятность выигрыша по облигации займа за время его действия равна *0,1*. Составить закон распределения СВ X - числа выигравших облигаций среди приобретенных *8*. Найти $M(X)$, $D(X)$ и моду. Пояснить, какому закону распределения подчинена случайная величина X.

65. Устройство состоит из *1000* элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа любого элемента в течение времени t равна *0,003*. Необходимо: а) составить закон распределения СВ X - числа отказавших за время t элементов; б) найти $M(X)$ и $D(X)$; в) определить вероятность того, что за время t откажет хотя бы один элемент.

66. Среднее число заявок на такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно *3*. Найти вероятность того, что за две минуты поступит: а) *4* вызова; б) хотя бы один; в) ни одного вызова. Поток заявок простейший.

67. Автобусы идут с интервалом 5 мин. Предполагая, что время X ожидания автобуса на остановке имеет равномерное распределение, найти: а) функцию распределения $F(X)$; б) плотность вероятности $f(x)$; в) вероятность того, что время ожидания не превзойдет 2 мин. Построить графики функций $F(X)$ и $f(x)$.

68. Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a=1$ и $\sigma=2$ $(X \in N(1;2))$. Необходимо: а) записать функцию плотности $f(x)$ и построить схематично её график; б) найти функцию распределения $F(X)$ и построить её график; в) найти $Mo\,(X)$, $Me\,(X)$, асимметрию и эксцесс; г) указать интервал, в котором с вероятностью практической достоверности заключены значения X.

69. Проведенное исследование показало, что текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием *15* долларов и средним квадратическим отклонением *0,2* доллара. 1) Найти вероятность того, что цена акции: а) не выше *15,3* доллара; б) не ниже *15,4* доллара; в) от *14,9* до *15,3* долларов. 2) С надежностью 0,95 оценить максимальное отклонение (по абсолютной величине) текущей цены акции от среднего (прогнозного) значения. 3) Указать границы, в которых с вероятностью практической достоверности заключена текущая цена акции.

70. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических (одного знака) погрешностей. Случайные погрешности взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 20г$. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с погрешностью, не превосходящей по абсолютной величине *10г.*

71. Установлено, что время ремонта автомобилей есть случайная величина X, распределенная по показательному закону. Среднее время ремонта

автомобилей *13* дней. Найти плотность вероятности, функцию распределения и среднее квадратическое отклонение. Определить вероятность того, что на ремонт автомобиля потребуется не менее *26* дней.

72. Среднее время безотказной работы прибора равно *80ч*. Полагая, что время безотказной работы прибора имеет показательный закон распределения, найти: а) функцию плотности и функцию распределения; б) вероятность того, что в течение *90ч* прибор не выйдет со строя.

73. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (X, Y) задан таблицей:

$Y \backslash X$	1	2	3	4
-1	0,02	0,03	0,09	0,01
2	0,04	0,20	0,16	0,10
3	0,05	0,10	0,15	0,05

Найти: а) законы распределения компонент X и Y; б) вероятность события $Y > X$; в) условные законы распределения величин $Y|X = 2$ и $X|Y = 3$.

74. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (X, Y) задан таблицей:

$Y \backslash X$	$x_1 = 1$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$	$x_4 = 8$
$y_1 = 3$	0,15	0,06	0,25	0,04
$y_2 = 6$	0,30	0,10	0,03	0,07

Требуется: а) найти $M(X)$, $M(Y)$, $M(X, Y)$; б) найти σ_x и σ_y; в) найти условные математические ожидания $M(Y \mid X = x_i)$, $i = \overline{1,4}$; г) найти ковариацию K_{xy} непосредственно по заданной таблице и вычислить коэффициент корреляции r_{xy}; д) определить коррелированны или некоррелированны случайные величины X и Y.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ АТТЕСТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Задание 1

1.1. В экономической службе хозяйственного субъекта ***s*** бухгалтеров и ***r*** экономистов. Из них по табельным номерам отбирают группу из ***k*** человек для осуществления проверки финансовой деятельности подведомственного предприятия. Найти вероятность того, что: а) в группу войдут ***m*** бухгалтеров; б) в группу войдет хотя бы один экономист; в) в группе не более одного экономиста.
Данные к задаче взять из таблицы 1.1.

Таблица 1.1.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
s	15	12	18	12	10	11	14	15	16	10
r	3	4	5	3	3	4	3	6	3	4
k	5	4	6	7	5	3	6	4	4	5
m	4	3	5	4	3	1	4	3	3	4
Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
s	9	10	12	13	11	14	15	16	20	16
r	3	2	3	4	5	4	3	4	3	3
k	5	6	3	5	3	4	5	6	6	5
m	3	5	2	4	1	2	3	4	2	3
Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
s	20	13	14	16	16	10	12	15	18	17
r	5	3	3	4	4	3	2	4	3	2
k	5	6	5	3	4	5	5	5	6	4
m	4	5	4	2	1	2	2	3	3	2

1.2. В банк поступило *n* авизо. Подозревают, что среди них *r* фальшивок. Тщательной проверке подвергается *s* случайно выбранных авизо. Найти вероятность того, что в ходе проверки обнаружится: а) ни одной фальшивки; б) хотя бы одна фальшивка; в) менее *k* фальшивок.
Данные к задаче взять из таблицы 1.2.

Таблица 1.2.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
n	20	25	18	22	23	25	24	18	21	20
r	3	4	3	3	4	4	3	2	3	4
s	5	4	6	5	4	5	6	4	3	5
k	2	3	2	2	2	3	2	1	2	2

Продолжение таблицы 1.2.

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
n	21	22	23	24	19	26	24	25	30	28
r	3	4	3	4	3	4	3	4	4	3
s	5	4	5	6	5	6	5	6	6	5
k	2	2	2	3	2	3	2	3	3	2

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
n	29	18	27	26	19	16	20	22	21	25
r	3	3	4	3	4	2	4	4	3	4
s	4	5	6	4	5	3	6	5	6	5
k	2	2	3	2	3	2	2	3	2	3

1.3. В магазине имеется n телевизоров, из которых r импортных. Предполагая, что вероятности покупки телевизоров разных марок одинаковы, найти вероятность того, что среди s проданных в течение дня телевизоров, окажется: а) ни одного импортного; б) хотя бы один импортный; в) не менее k импортных.
Данные к задаче взять из таблицы 1.3.

Таблица 1.3.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
n	30	40	35	42	38	34	32	33	31	36
r	12	15	10	20	16	17	18	20	16	19
s	7	10	6	10	8	12	12	11	13	9
k	5	8	4	8	6	10	11	8	10	7

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
n	41	43	30	37	40	44	28	29	32	35
r	21	22	18	18	25	30	14	19	20	15
s	11	12	14	13	15	18	10	11	12	14
k	9	10	12	11	13	16	8	9	10	12

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
n	37	38	39	40	27	28	33	35	31	29
r	17	21	29	26	13	20	13	26	21	16
s	9	13	17	16	10	13	12	15	14	15
k	7	10	15	14	8	11	11	13	12	12

Задание 2

2.1. В городе три коммерческих банка, оценки надежности которых равны p_1, p_2, и p_3 соответственно. В связи с определением хозяйственных перспектив развития города администрацию интересуют ответы на следующие вопросы: а) какова вероятность того, что в течение года обанкротятся все три банка; б) что обанкротится хотя бы один банк; в) что обанкротится только один банк; г) что все три банка не обанкротятся; д) что обанкротятся не более двух банков; е) что i-ый ($i = 1,\ 2,\ 3$) банк не обанкротится, а хотя бы один из остальных двух банков обанкротится?

Данные к задаче взять из таблицы 2.1.

Таблица 2.1.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
p_1	0,91	0,95	0,87	0,88	0,92	0,86	0,96	0,93	0,93	0,84
p_2	0,87	0,83	0,94	0,89	0,88	0,89	0,87	0,96	0,89	0,86
p_3	0,95	0,93	0,86	0,92	0,96	0,94	0,94	0,89	0,91	0,98
i	2	1	3	3	2	1	1	2	3	2

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
p_1	0,85	0,87	0,94	0,85	0,93	0,89	0,87	0,95	0,94	0,93
p_2	0,98	0,89	0,92	0,89	0,94	0,90	0,89	0,85	0,93	0,85
p_3	0,91	0,94	0,88	0,94	0,95	0,91	0,94	0,93	0,91	0,92
I	1	1	2	2	3	3	2	2	1	1

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
p_1	0,84	0,88	0,87	0,89	0,91	0,97	0,96	0,94	0,86	0,87
p_2	0,93	0,91	0,92	0,93	0,92	0,96	0,95	0,85	0,92	0,93
p_3	0,92	0,90	0,95	0,96	0,84	0,90	0,85	0,91	0,89	0,95
i	2	3	3	2	3	1	2	2	3	1

2.2. Вероятность для компании, занимающейся строительством терминалов для аэропортов, получить контракт в первой стране равна p_1, вероятность получить его во второй стране равна p_2, а вероятность выиграть его в третьей стране – p_3. Найти вероятность того, что: а) контракт будет выигран только в i-той стране, i = 1, 2, 3; б) контракт будет получен во всех странах; в) контракт будет подписан хотя бы в одной стране; г) контракт будет выигран как минимум в двух странах; д) контракт будет выигран в двух странах; е) контракт будет выигран не более, чем в одной стране.

Данные к задаче взять из таблицы 2.2.

Таблица 2.2.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
p_1	0,4	0,5	0,7	0,6	0,8	0,3	0,3	0,4	0,5	0,7
p_2	0,3	0,4	0,6	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,4	0,6
p_3	0,7	0,6	0,4	0,5	0,6	0,7	0,6	0,6	0,8	0,5
i	1	2	2	3	3	2	1	2	1	1

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
p_1	0,7	0,6	0,7	0,8	0,6	0,5	0,7	0,4	0,4	0,3
p_2	0,5	0,3	0,8	0,3	0,8	0,8	0,2	0,5	0,6	0,4
p_3	0,3	0,7	0,4	0,5	0,3	0,7	0,3	0,7	0,2	0,9
I	2	3	3	2	2	1	3	2	1	1

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
p_1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,8
p_2	0,4	0,9	0,8	0,7	0,8	0,9	0,8	0,4	0,5	0,2
p_3	0,3	0,3	0,9	0,8	0,2	0,4	0,3	0,7	0,4	0,3
i	2	3	2	1	3	3	2	1	2	3

2.3. Модельер, разрабатывающий новую коллекцию одежды к весеннему сезону, создает модели в зеленой, черной и красной цветовой гамме. Вероятность того, что зеленый цвет будет в моде весной модельер оценивает в p_1, что в черной – в p_2, а вероятность того, что будет в моде красный цвет – в p_3. Предполагая, что цвета выбираются независимо друг от друга, оценить вероятность того, что: а) в моде весной будет преобладать только красный цвет; б) цветовое решение коллекции будет удачным хотя бы по одному из выбранных цветов; в) в моде весной будут только два цвета; г) цветовое решение коллекции будет удачным только по одному цвету; д) в моде весной будут другие цвета, отличные от указанных; е) весной в моде будут красный цвет и хотя бы один из остальных двух цветов.

Данные к задаче взять из таблицы 2.3.

Таблица 2.3.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
p_1	0,4	0,3	0,5	0,1	0,2	0,2	0,6	0,3	0,6	0,1
p_2	0,3	0,5	0,2	0,3	0,5	0,3	0,2	0,4	0,4	0,2
p_3	0,2	0,2	0,1	0,6	0,6	0,5	0,3	0,5	0,1	0,6

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
p_1	0,4	0,5	0,4	0,3	0,6	0,2	0,1	0,6	0,5	0,2
p_2	0,2	0,4	0,3	0,5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,4	0,2
p_3	0,6	0,6	0,4	0,5	0,2	0,4	0,5	0,4	0,3	0,5

Продолжение таблицы 2.3.

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
p_1	0,3	0,3	0,4	0,4	0,25	0,1	0,6	0,35	0,15	0,25
p_2	0,6	0,2	0,5	0,6	0,3	0,35	0,15	0,2	0,25	0,6
p_3	0,4	0,5	0,4	0,25	0,6	0,4	0,34	0,5	0,4	0,15

Задание 3

3.1. В корпорации обсуждается маркетинг нового продукта, выпускаемого на рынок. Исполнительный директор корпорации желал бы, чтобы новый товар превосходил по своим характеристикам соответствующие товары конкурирующих фирм. Основываясь на предварительных оценках экспертов, он определяет вероятность того, что новый товар более высокого качества по сравнению с аналогичными в p_1, такого же качества – в p_2, хуже по качеству – в p_3. Из предыдущего опыта проведения опроса рынка следует, что если товар действительно конкурентоспособный, то предсказание такого же вывода имеет вероятность q_1. Если товар такой же, как и аналогичные, то вероятность того, что опрос укажет на его превосходство, равна q_2. И если товар более низкого качества, то вероятность того, что опрос укажет на его конкурентоспособность, равна q_3. Опрос рынка показал, что новый товар конкурентоспособен. С учетом результата опроса оценить вероятность того, что товар действительно более высокого качества и, следовательно, обладает более высокой конкурентоспособностью, чем аналогичные.

Данные к задаче взять из таблицы 3.1.

Таблица 3.1.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
p_1	0,6	0,55	0,55	0,52	0,61	0,54	0,51	0,53	0,56	0,57
p_2	0,29	0,25	0,30	0,36	0,32	0,41	0,39	0,34	0,33	0,41
p_3	0,11	0,2	0,15	0,12	0,07	0,05	0,10	0,13	0,11	0,02
q_1	0,7	0,8	0,75	0,63	0,68	0,62	0,74	0,69	0,71	0,65
q_2	0,4	0,35	0,45	0,42	0,43	0,44	0,41	0,52	0,35	0,44
q_3	0,18	0,11	0,22	0,15	0,25	0,12	0,11	0,13	0,09	0,14

Продолжение таблицы 3.1.

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
p_1	0,58	0,62	0,59	0,51	0,52	0,53	0,60	0,55	0,61	0,54
p_2	0,31	0,32	0,31	0,37	0,41	0,40	0,35	0,34	0,33	0,39
p_3	0,11	0,06	0,10	0,12	0,07	0,07	0,05	0,11	0,06	0,07
q_1	0,66	0,67	0,63	0,61	0,64	0,65	0,71	0,70	0,69	0,68
q_2	0,48	0,47	0,48	0,49	0,51	0,65	0,42	0,55	0,58	0,44
q_3	0,15	0,13	0,12	0,18	0,11	0,13	0,16	0,17	0,08	0,09

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
p_1	0,53	0,50	0,52	0,52	0,51	0,62	0,50	0,54	0,56	0,57
p_2	0,38	0,42	0,34	0,37	0,36	0,36	0,39	0,31	0,32	0,32
p_3	0,09	0,08	0,14	0,11	0,13	0,02	0,11	0,15	0,12	0,11
q_1	0,74	0,73	0,65	0,66	0,67	0,64	0,68	0,75	0,76	0,73
q_2	0,45	0,46	0,47	0,53	0,52	0,56	0,54	0,49	0,48	0,51
q_3	0,12	0,11	0,15	0,14	0,13	0,12	0,21	0,09	0,13	0,14

3.2. Статистика запросов кредитов в банке такова: α% - от государственных органов, β% - от других банков, остальное – от физических лиц. Вероятности невозврата кредита в оговоренный срок соответственно равны p_1, p_2, p_3. Найти вероятность невозврата очередного запроса на кредит. Начальнику кредитного отдела доложили, что получено сообщение о невозврате кредита, но в факсовом сообщении имя клиента было плохо пропечатано. Кто наиболее вероятно из клиентов не возвращает кредит?
Данные к задаче взять из таблицы 3.2.

Таблица 3.2.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
α	15	16	20	32	18	28	13	17	23	19
β	35	40	35	38	42	32	37	43	27	31
p_1	0,01	0,05	0,03	0,02	0,04	0,01	0,03	0,02	0,05	0,05
p_2	0,03	0,01	0,02	0,04	0,01	0,04	0,02	0,03	0,04	0,03
p_3	0,05	0,02	0,01	0,03	0,02	0,01	0,04	0,04	0,03	0,01

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
α	29	25	24	14	35	32	15	27	37	20
β	41	37	44	56	25	28	45	43	35	34
p_1	0,01	0,03	0,02	0,03	0,04	0,05	0,03	0,02	0,01	0,04
p_2	0,03	0,04	0,03	0,02	0,05	0,01	0,03	0,01	0,04	0,03
p_3	0,04	0,06	0,03	0,05	0,02	0,03	0,02	0,03	0,03	0,01

Продолжение таблицы 3.2.

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
α	22	25	26	12	15	23	29	26	28	30
β	58	38	38	48	48	25	31	44	42	34
p_1	0,01	0,06	0,03	0,02	0,04	0,01	0,02	0,05	0,03	0,02
p_2	0,05	0,01	0,04	0,03	0,05	0,02	0,04	0,03	0,01	0,04
p_3	0,04	0,03	0,05	0,03	0,06	0,04	0,03	0,01	0,06	0,02

3.3. Экономист-аналитик условно подразделяет экономическую ситуацию в стране на «хорошую», «посредственную» и «плохую» и оценивает их вероятности для данного момента времени в p_1, p_2, p_3 соответственно. Некоторый индекс экономического состояния возрастает с вероятностью q_1, когда ситуация «хорошая»; с вероятностью q_2, когда ситуация «посредственная», и с вероятностью q_3, когда ситуация «плохая». Найти вероятность того, что в настоящий момент индекс экономического состояния возрастает. Чему равна вероятность того, что экономика на подъеме, если известно, что в настоящий момент индекс экономического состояния возрос?

Данные к задаче взять из таблицы 3.3.

Таблица 3.3.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
p_1	0,15	0,25	0,12	0,13	0,14	0,18	0,17	0,24	0,23	0,28
p_2	0,65	0,63	0,78	0,75	0,76	0,62	0,72	0,68	0,67	0,64
p_3	0,13	0,15	0,12	0,14	0,15	0,11	0,16	0,12	0,13	0,14
q_1	0,6	0,6	0,5	0,5	0,55	0,61	0,62	0,64	0,65	0,63
q_2	0,3	0,25	0,3	0,4	0,35	0,29	0,31	0,25	0,21	0,24
q_3	0,10	0,15	0,2	0,10	0,10	0,10	0,07	0,11	0,04	0,13
Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
p_1	0,22	0,21	0,26	0,16	0,15	0,16	0,25	0,11	0,12	0,16
p_2	0,66	0,74	0,73	0,76	0,72	0,71	0,70	0,69	0,68	0,73
p_3	0,11	0,09	0,08	0,13	0,14	0,12	0,14	0,13	0,13	0,09
q_1	0,59	0,58	0,57	0,56	0,64	0,61	0,63	0,61	0,64	0,58
q_2	0,30	0,31	0,31	0,32	0,31	0,35	0,26	0,27	0,31	0,32
q_3	0,11	0,11	0,12	0,12	0,05	0,04	0.11	0,12	0,05	0,10
Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
p_1	0,18	0,17	0,15	0,15	0,19	0,19	0,20	0,21	0,24	0,14
p_2	0,72	0,74	0,64	0,75	0,71	0,67	0,65	0,70	0,63	0,64
p_3	0,11	0,12	0,12	0,09	0,11	0,13	0,15	0,12	0,10	0,13
q_1	0,59	0,60	0,64	0,65	0,62	0,62	0,62	0,54	0,53	0,52
q_2	0,29	0,32	0,22	0,31	0,31	0,30	0,28	0,32	0,35	0,34
q_3	0,12	0,08	0,14	0,04	0,07	0,08	0.10	0,14	0,12	0,14

Задание 4

4.1. Предполагается, что α% открывающихся малых предприятий прекращают свою деятельность в течение года. Какова вероятность того, что в течение года из *n* малых предприятий: а) ни одно не прекратит свою деятельность; б) хотя бы одно прекратит свою деятельность; в) ровно *r* прекратит свою деятельность?
Данные к задаче взять из таблицы 4.1.

Таблица 4.1.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
α	0,12	0,13	0,11	0,14	0,15	0,12	0,16	0,16	0,15	0,14
n	7	8	10	9	6	8	7	9	10	8
r	3	4	6	5	3	5	4	4	5	3

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
α	0,13	0,12	0,11	0,14	0,13	0,17	0,18	0,18	0,16	0,11
n	6	7	8	9	7	10	11	7	8	9
r	2	6	3	4	5	6	3	4	5	6

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
α	0,12	0,15	0,12	0,14	0,15	0,13	0,16	0,17	0,10	0,15
n	9	6	8	6	7	10	10	11	8	9
r	2	2	5	3	4	4	3	2	3	3

4.2. Банк имеет *n* отделений. С вероятностью *p* независимо от других каждое отделение может заказать на завтра крупную сумму денег. В конце рабочего дня один из вице-президентов банка знакомится с поступившими заявками. Какова вероятность того, что будет: а) хотя бы одна заявка; б) ровно *r* заявок; в) как минимум *s* заявок?
Данные к задаче взять из таблицы 4.2.

Таблица 4.2.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
n	6	5	7	5	6	7	8	9	10	10
p	0,2	0,3	0,3	0,4	0,2	0,3	0,4	0,2	0,3	0,45
r	2	3	4	1	3	4	5	6	4	2
s	4	4	6	4	5	6	7	8	7	6

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
n	9	8	9	7	6	5	4	6	6	7
p	0,2	0,35	0,25	0,25	0,22	0,18	0,18	0,24	0,38	0,26
r	7	2	4	2	3	4	2	4	5	3
s	7	6	8	5	4	3	2	4	5	3

Продолжение таблицы 4.2

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
n	8	5	8	8	9	6	7	4	5	6
p	0,35	0,2	0,34	0,27	0,28	0,4	0,42	0,36	0,26	0,31
r	6	4	1	3	5	3	1	1	2	1
s	7	3	7	7	8	5	6	3	4	5

4.3. Телевизионный канал рекламирует новый вид детского питания. Вероятность того, что телезритель увидит эту рекламу, оценивается в p. В случайном порядке выбраны n телезрителей. Найти вероятность того, что из выбранных телезрителей: а) хотя бы один увидит рекламу; б) r увидят рекламу; в) не более r увидят рекламу.
Данные к задаче взять из таблицы 4.3.

Таблица 4.3.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
p	0,2	0,4	0,3	0,5	0,25	0,35	0,45	0,48	0,52	0,24
n	10	8	6	6	4	7	8	5	5	6
r	3	2	1	2	2	1	2	2	3	2

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
p	0,32	0,38	0,44	0,39	0,41	0,34	0,27	0,26	0,36	0,25
n	7	6	6	5	8	6	7	8	8	10
r	3	2	1	2	2	2	2	1	2	2

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
p	0,33	0,37	0,28	0,34	0,18	0,22	0,28	0,19	0,15	0,30
n	9	8	4	7	6	8	8	7	4	9
r	1	2	2	2	1	2	1	2	1	2

Задание 5.

5.1. Владельцы кредитных карточек ценят их и теряют весьма редко. Пусть вероятность потерять в течение недели кредитную карточку для произвольного владельца равна p. Всего банк выдал карточки n клиентам. Найти вероятность того, что в предстоящую неделю будет потеряна: а) ровно одна карточка; б) хотя бы одна карточка. Чему равна вероятность того, что в предстоящую неделю будут утеряны более r карточек?
Данные к задаче взять в таблице 5.1.

Таблица 5.1.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
n	2000	3000	2500	2500	4000	5000	3500	4500	4300	2700
p	0,002	0,001	0,002	0,001	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002
r	2	3	2	2	2	1	2	2	1	2

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	1500	2400	2800	2900	3100	3300	3600	3800	2100	2400
p	0,003	0,002	0,001	0,001	0,002	0,002	0,001	0,001	0,002	0,002
r	2	3	2	1	2	3	1	2	3	2

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
n	2150	1150	2300	2200	3400	3800	2750	2350	1850	1950
p	0,002	0,002	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,002
r	2	3	1	2	3	2	2	1	2	3

5.2. В банк отправлено n пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное число денежных знаков, равна p. Найти вероятность того, что при проверке будет обнаружено: а) r ошибочно укомплектованных пакетов; б) ни одного ошибочно укомплектованного пакета; в) меньше r ошибочно укомплектованных пакетов.

Данные к задаче взять из таблицы 5.2.

Таблица 5.2.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
n	4000	4500	4200	6000	4100	4300	4600	4700	5000	4800
p	0,0001	0,0002	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002
r	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	4050	4350	4450	5100	5250	4750	3900	4250	4300	5200
p	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0002
r	2	3	2	3	2	3	3	2	3	4

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
n	5350	5125	4900	5400	5500	4850	4650	4150	5050	4450
p	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0003	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0001
r	4	2	3	2	3	3	3	2	2	3

5.3. Среднее число клиентов, посещающих утром банк в 15-минутный интервал, равно r. Посещение банка клиентами случайно и независимо друг от друга. Определить вероятность того, что в течение 15 минут число клиентов, посетивших утром банк, окажется меньше s. Найти вероятность того, что в течение 15 минут банк утром посетит хотя бы один клиент.

Данные к задаче взять из таблицы 5.3.

Таблица 5.3.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
r	3	4	3	4	5	5	3	6	5	5
s	2	3	4	2	3	2	3	3	4	5
Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
r	6	6	2	3	4	8	8	7	7	5
s	2	4	2	4	4	3	2	3	2	2
Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
r	6	7	8	3	9	9	9	10	10	10
s	5	4	4	5	2	3	4	3	2	4

Задание 6

6.1. У страховой компании имеется n клиентов. Каждый из них, страхуясь от несчастного случая, вносит s руб. По имеющимся данным и оценкам экспертов вероятность несчастного случая равна p. Страховая сумма, выплачиваемая пострадавшему, составляет r руб. Какова вероятность того, что страховая компания потерпит убыток? На какую прибыль может рассчитывать страховая компания с надежностью γ?

Данные к задаче взять из таблицы 6.1.

Таблица 6.1.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
n	12000	10000	13000	12500	10500	12400	12800	10200	10800	10650
s	5000	4000	6000	4500	54000	5500	4250	5050	4550	4200
p	0,003	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002	0,002	0,003	0,003
r	500000	400000	600000	565000	567000	682000	544000	515000	491000	447000
γ	0,95	0,975	0,99	0,999	0,95	0,95	0,975	0,95	0,999	0,99
Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
n	11200	10400	10600	12500	9750	9950	8000	8600	8800	11500
s	5450	3500	4050	4800	6000	5240	6500	4850	5500	4600
p	0,001	0,002	0,002	0,003	0,001	0,002	0,004	0,003	0,002	0,002
r	763000	455000	429300	600000	585000	521380	650000	417100	484000	529000
γ	0,95	0,975	0,95	0,99	0,999	0,95	0,975	0,975	0,99	0,999

Продолжение таблицы 6.1

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
n	11400	12400	10050	9450	9780	10125	10300	13200	12050	12200
s	4550	4850	4480	5400	4500	8000	6000	4850	4800	5500
p	0,001	0,003	0,001	0,001	0,002	0,003	0,002	0,001	0,002	0,001
r	518700	601400	450240	510300	440100	405000	772500	640200	578400	671000
γ	0,95	0,99	0,95	0,975	0,999	0,99	0,95	0,975	0,999	0,99

6.2. Строительная фирма, занимающаяся установкой летних коттеджей, раскладывает рекламные листки по почтовым ящикам. Исходя из опыта прежней своей работы, компания оценивает вероятность получения заказа в p. Найти вероятность того, что при размещении n листков число заказов будет: а) ровно r; б) находится в границах от α до β. Какое максимальное число заказов следует ожидать с вероятностью P?

Данные к задаче взять из таблицы 6.2.

Таблица 6.2.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
n	80000	100000	85000	90000	95000	98000	85000	105000	110000	120000
p	0,0004	0,0003	0,0004	0,0003	0,0004	0,0005	0,0004	0,0002	0,0003	0,0002
r	28	47	38	23	30	43	30	19	26	21
α	30	46	28	23	35	43	30	19	29	21
β	34	54	40	31	41	54	38	23	37	27
P	0,9972	0,9874	0,8793	0,9984	0,8941	0,9748	0,9456	0,8765	0,9978	0,9853

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
n	125000	115000	92500	92500	99500	115000	97500	87500	107500	117500
p	0,0002	0,0002	0,0004	0,0004	0,0004	0,0002	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
r	25	20	38	37	39	23	39	32	42	47
α	20	16	30	31	35,8	19	35	30	38	40
β	30	30	44	43	43,8	27	43	40	48	54
P	0,8897	0,8769	0,8538	0,9443	0,9565	0,9768	0,8594	0,9982	0,9479	0,9698

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
n	104500	130000	135000	94000	97500	140000	145000	220000	240000	150000
p	0,0002	0,0002	0,0002	0,0005	0,0004	0,0002	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002
r	41	25	27	47	30	28	28	44	45	30
α	36,8	24	20	42	30	25	24	40	45	25
β	46,8	28	34	52	48	31	34	48	51	35
P	0,7746	0,7963	0,8774	0,7999	0,9956	0,9696	0,9867	0,9961	0,9677	0,9937

6.3. Фирма собирается приобрести партию из n единиц однородного товара. Из прошлого опыта известно, что α% товаров данного вида имеют дефекты. Какова вероятность того, что в данной партии окажется: а) r дефектных единиц товара; б) не более r дефектных единиц товара; в) от r до s дефектных единиц товара? Каково максимальное число дефектных единиц товара следует ожидать с вероятностью P?

Данные к задаче следует взять из таблицы 6.3.

Таблица 6.3.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
n	60000	70000	65000	64000	63000	62500	50000	45000	46000	52000
α%	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1
r	58	60	100	78	59	100	30	70	80	42
s	62	80	160	206	67	150	70	110	104	62
P	0,9972	0,9596	0,8744	0,9375	0,9835	0,9981	0,9439	0,9412	0,8736	0,8864

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
n	53000	44000	47000	55000	58000	54000	64000	22000	24000	35000
α%	1	2	2	1	1	1	1	3	2	2
r	30	80	80	30	40	40	50	50	30	60
s	76	96	108	70	76	68	78	82	64	80
P	0,9396	0,9443	0,8497	0,8918	0,9881	0,9299	0,9325	0,9500	0,9962	0,9808

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
n	30000	40000	25000	48000	29000	31000	20000	21500	23500	42000
α%	3	2	2	2	3	2	4	2	2	3
r	60	65	70	90	70	59	50	30	40	100
s	150	95	110	102	94	69	110	56	54	152
p	0,8972	0,8894	0,9043	0,9218	0,9330	0,9255	0,9431	0,9774	0,9978	0,9112

Задание 7

7.1. Строительная компания рассматривает проект строительства n домов в разных местах. Средства для строительства дают сами будущие жильцы. Вероятность набрать необходимые средства для постройки дома оценочно равна p. Затраты компании по проекту равны k. Каждый построенный дом окупает $1/v$ всех затрат компании по проекту. Найти: а) распределение прибыли компании (через сумму затрат); б) ожидаемую прибыль и дисперсию прибыли.

Необходимые данные к задаче взять из таблицы 7.1.

Таблица 7.1.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
n	4	5	4	3	4	5	3	5	6	6
ν	3	4	3	3	5	3	3	4	3	4
k	225000	300000	260000	270000	320000	261000	330000	390000	245000	270000
P	0,8	0,85	0,9	0,95	0,98	0,84	0,86	0,92	0,9	0,88

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	4	4	5	4	5	4	4	3	5	5
ν	3	4	3	3	4	3	2	3	3	4
k	240000	228000	342000	352000	236000	252000	244000	276000	282000	324000
P	0,84	0,85	0,96	0,91	0,87	0,84	0,85	0,83	0,92	0,90

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
n	4	4	5	5	3	3	5	4	5	4
ν	3	3	4	3	4	2	3	4	4	3
k	288000	291000	256000	248000	282000	360000	339000	360000	312000	264000
P	0,86	0,86	0,87	0,95	0,93	0,82	0,80	0,82	0,84	0,95

7.2. В некотором регионе n машиностроительных предприятий, из которых k – рентабельных, а остальные – убыточные. Программой приватизации намечено приватизировать s предприятий. При условии проведения приватизации в случайном порядке требуется: а) составить закон распределения СВ X – числа рентабельных предприятий, попавших в приватизируемые; б) построить многоугольник распределения; в) записать функцию распределения СВ X и построить ее график; г) найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение X; д) найти вероятность того, что будет приватизировано не менее r рентабельных предприятий.

Данные к задаче взять из таблицы 7.2.

Таблица 7.2.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
n	10	9	8	11	10	6	6	7	7	8
k	6	5	4	6	7	4	5	5	4	5
s	5	4	4	5	6	3	4	4	3	4
r	3	2	3	4	3	1	3	3	2	2

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	8	9	9	10	10	11	11	6	8	10
k	6	6	7	8	6	7	8	5	6	7
s	5	4	5	6	5	6	5	4	3	5
r	3	3	4	3	2	3	1	2	2	3

Продолжение таблицы 7.2

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
n	9	7	12	12	13	13	14	14	12	15
k	6	5	9	8	10	9	10	11	7	11
s	5	3	4	5	5	6	6	5	4	6
r	2	1	2	3	2	3	4	3	2	3

7.3. Для того, чтобы проверить точность своих финансовых счетов, компания регулярно пользуется услугами аудиторов для проверки бухгалтерских проводок счетов. Предположим, что служащий компании при обработке входящих счетов допускает примерно α% ошибок. Аудитор случайным образом отбирает n входящих счетов. Требуется: а) составить закон распределения СВ X – числа правильных счетов среди отобранных; б) построить многоугольник распределения; в) записать функцию распределения СВ X и построить ее график; г) найти $M\ (X),\ D\ (X),\ \sigma(X)$; д) найти вероятность того, что счетов с ошибками будет не более, чем r.

Данные к задаче взять из таблицы 7.3.

Таблица 7.3.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
α	3	4	5	4	2,5	3	3	4	1,5	2
n	4	4	4	5	6	5	6	7	4	4
r	1	2	3	2	4	2	3	5	2	3

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
α	3	3	5	4	4,5	3,5	2,5	2,4	3,8	1,5
n	6	5	6	6	5	4	5	6	5	5
r	5	1	2	3	3	2	1	3	2	3

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
α	2,8	3,2	4,2	4,8	5,1	4,6	3,3	2,8	1,8	2,3
n	6	6	5	5	6	5	4	5	4	5
r	4	2	3	1	3	2	1	3	3	2

Задание 8

8.1. Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным a (усл. ед.) и стандартным отклонением, равным σ (усл. ед.). Найти вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена за акцию была: а) более m усл. ед.; б) между m и n усл. ед. за акцию; в) найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в котором с вероятностью практической достоверности 0,9973 будет заключена цена акции.

Данные к задаче взять из таблицы 8.1.

Таблица 8.1.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
a	46	48	45	44	42	50	52	54	55	41
σ	6	5	4	4	6	3	7	8	6	5
m	42	50	40	35	42	48	53	40	45	39
n	60	70	65	80	50	58	72	56	71	49

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
a	46	49	56	57	58	60	62	64	40	65
σ	4	3	6	5	6	5	4	6	5	7
m	43	47	48	50	51	55	57	60	37	62
n	55	53	64	63	61	76	67	78	45	79

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
a	48	53	38	50	51	61	43	47	35	70
σ	5	6	4	5	6	5	4	5	4	6
m	40	48	35	45	46	54	40	41	31	65
n	60	59	44	65	66	69	52	57	48	75

8.2. Один из методов, позволяющих добиться успешных экономических прогнозов, состоит в применении согласованных подходов к решению конкретной проблемы. Обычно прогнозом занимается большое число аналитиков. Средний результат таких индивидуальных прогнозов представляет собой общий согласованный прогноз. Пусть этот прогноз относительно величины банковской процентной ставки в текущем году подчиняется нормальному закону со средним значением a % и стандартным отклонением $\sigma\%$. Из группы аналитиков случайным образом отбирается один человек. Найти вероятность того, что согласно прогнозу этого аналитика уровень процентной ставки в текущем году: а) превысит $\alpha\%$; б) окажется менее $\beta\%$; в) будет в пределах от α до $\beta\%$. В каких границах с вероятностью практической достоверности будет колебаться уровень процентной ставки по прогнозу аналитика?

Данные к задаче взять из таблицы 8.2.

Таблица 8.2.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
a %	9	10	9,5	9,8	10,3	9,2	9,4	9,6	10,2	10
σ%	2,5	3	2,6	2,8	3,2	2,7	2,2	2,4	3,7	2,75
α%	6	7,1	11	10	8,4	6	7,3	6,9	6,3	8,2
β%	11,2	12,5	14,1	13,7	13,8	10,5	11,8	14,3	12,5	13,2

Продолжение таблицы 8.2.

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a %	9	10,5	10,4	8	8,5	8,8	8,4	8,6	9,1	8,3
σ%	3,4	2,9	3,75	1,8	2,0	2,5	2,0	2,2	3,1	2,54
α%	11,7	12,6	13,1	9,2	7	9,3	10,3	11,5	11,8	9,9
β%	13,8	15,7	14,6	11	10,5	15,7	14,2	13,7	16,3	13,5

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a %	7,5	7,8	7,4	6,3	6,8	6,5	7,0	6	9,7	9,9
σ%	1,4	1,6	1,2	1,2	1,4	1,8	2,1	1,3	2,3	2,7
α%	9,2	6,4	5,3	4,2	4,8	4,5	5,3	4,2	6,4	7,3
β%	13,9	9,4	10,8	7,7	9,1	10,7	10,1	8,5	11,8	15,2

8.3. Фирма, занимающаяся продажей товаров по каталогу, ежемесячно получает по почте заказы. Число заказов есть нормально распределенная случайная величина с параметрами a и σ. Найти вероятность того, что в течение месяца фирма получит: а) не более α заказов; б) более β заказов; в) от α до β заказов. Если, предположим, в γ% случаев число ежемесячных заказов превысит N, то каково будет ожидаемое среднее число заказов для фирмы за месяц?
Данные к задаче взять из таблицы 8.3.

Таблица 8.3.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
a	12000	10400	11800	10620	10837	10456	11531	11238	11354	11723
σ	560	580	596	438	443	484	523	576	535	542
α	900	920	837	11350	956	913	908	918	10316	10254
β	1020	1080	1132	13750	11430	11720	10436	10125	15210	12374
γ	90	95	92	98	97	99	98	98	99	96
N	12439	10630	11720	10735	10803	10400	11423	11217	11422	11704

Вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a	11632	11477	12325	12224	12417	10985	10872	10594	10504	10394
σ	518	528	587	594	579	472	494	462	453	429
α	993	10035	998	13871	13875	839	11515	10702	976	935
β	13526	13227	13044	15121	14122	11135	13526	13113	11778	12415
γ	95	97	96	97	98	95	96	97	99	98
N	11666	11506	12378	12301	12420	10843	10839	10613	10613	10444

Продолжение таблицы 8.3.

Вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	10128	10045	10663	12049	12136	12208	12455	12520	11825	11637
σ	441	487	460	594	583	562	582	567	612	593
α	917	10126	11517	10733	11436	13518	13714	13126	13617	10841
β	11306	13252	13082	13718	13563	14992	15343	15235	15787	13142
γ	96	97	99	98	98	97	95	96	99	97
N	11235	10124	10741	12135	12241	12218	12509	12536	11836	11685

Задание 9

9.1. Длительность междугородних телефонных разговоров распределена по показательному закону, в среднем разговор продолжается α минут. Какова вероятность того, что очередной разговор будет длиннее β минут? Какая часть всех разговоров продолжается t минут? Указать вид функции плотности и функции распределения.
Данные взять из таблицы 9.1.

Таблица 9.1.

Вар.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
α	3	2	3,1	4,5	1	1	1,5	1,6	1,25	1,6
β	3	4	5	5	3	2	3	4	2	3
t	1	2	1	2	1	1	1,5	2	1	2
Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
α	1,7	2,1	2,4	2,2	2,75	2,3	1,45	1,35	1,15	1,8
β	4	3	5	3	6	3	4	3	5	4
t	3	1	2	1	2	1	2	1	2	3
Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
α	1,75	1,9	2,35	2,48	3,2	3,55	3,25	4,5	4,75	4,25
β	6	5	4	3	6	2	4	6	4	6
t	2	3	1	2	1	1	2	3	1	2

9.2. В дачном поселке иногда отключают электричество на случайное время, распределенное по показательному закону, в среднем на α часов. На этот раз электричества нет уже β часов. Какова вероятность того, что: а) его дадут в ближайшие полчаса; б) его еще час не дадут?
Данные к задаче взять из таблицы 9.2.

Таблица 9.2.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
α	2,5	1,5	2	3	3,5	4	4	2	4,5	2,8
β	2	1,5	3	2	2	1	2	4	1,5	1,8

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
α	3	3	2,5	2,5	3,5	4	2	2	3	4
β	1	3	1	1,5	2	3	0,5	1,5	0,5	0,5

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
α	1	1	1,5	1,5	0,5	1,75	2,75	2,75	1,75	1,75
β	2	1	2	0,5	1	2	3	1	1	0,5

9.3. Утренняя планерка в управлении продолжается в среднем около часа. На сей раз, за час она не закончилась. Найти вероятность того, что она продлится еще: а) α минут; б) не менее β минут. Указать вид функции плотности и построить ее график.
Данные к задаче взять из таблицы 9.3.

Таблица 9.3.

Вар.	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
α	15	30	25	20	25	40	45	10	10	50
β	20	15	30	25	35	45	15	20	25	35

Вар.	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
α	55	60	18	24	35	5	18	32	36	28
β	30	15	20	30	15	10	30	20	15	30

Вар.	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
α	32	16	26	34	42	10	25	31	47	22
β	45	35	28	18	42	10	25	16	34	18

РЕШЕНИЕ ТИПОВОГО ВАРИАНТА

Задание 1.1. $s = 18;\ r = 5;\ k = 4;\ m = 3$

а) Пусть событие A = {в отобранной группе три бухгалтера}. Тогда вероятность находим по классической схеме:

$$P(A) = \frac{C_{18}^3 \cdot C_5^1}{C_{23}^4} = \frac{18!}{3! \cdot 15!} \cdot \frac{5!}{1! \cdot 4!} \cdot \frac{4! \cdot 19!}{23!} = \frac{16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 120}{6 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23} = 0{,}4608.$$

б) Найдем вероятность события B_0 = {в отобранной группе ни одного экономиста}.

$$P(B_0) = \frac{C_{18}^4 \cdot C_5^0}{C_{23}^4} = \frac{18!}{4! \cdot 14!} \cdot 1 \cdot \frac{19! \cdot 4!}{23!} = 0{,}3456.$$

Следовательно, вероятность противоположного события $\overline{B_0}$ = {в отобранной группе хотя бы один экономист} будет равна

$$P(\overline{B_0}) = 1 - P(B_0) = 1 - 0{,}3456 = 0{,}6544.$$

в) Если событие B_1 = {в отобранной группе только один экономист}, то $A = B_1$ и потому

$$P(B_1) = \frac{C_{18}^3 \cdot C_5^1}{C_{23}^4} = P(A) = 0{,}4608.$$

Так как $C = B_0 + B_1$, где C – событие заключающееся в том, что в отобранной группе будет не более одного экономиста, то

$$P(C) = P(B_0 + B_1) = P(B_0) + P(B_1) = 0{,}3456 + 0{,}4608 = 0{,}8064.$$

Здесь мы воспользовались тем, что события B_0 и B_1 несовместны.

Задание 2.1. $p_1 = 0{,}9;\ p_2 = 0{,}85;\ p_3 = 0{,}92;\ i = 1.$

Введем в рассмотрение следующие события A_i = {i –ый банк надежен в течение года}, i = 1, 2, 3. Вероятности этих событий заданы:

$$P(A_1) = 0{,}9;\ P(A_2) = 0{,}85;\ P(A_3) = 0{,}92.$$

а) Пусть событие A = {в течение года обанкротятся все три банка}, тогда $A = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}$. По теореме умножения

$$P(A) = P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0{,}1 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}08 = 0{,}0012.$$

б) Найдем вероятность того, что в течение года обанкротится хотя бы один банк (событие B):

$$B=\overline{A_1}+\overline{A_2}+\overline{A_3} \quad \Rightarrow \quad P(B)=P(\overline{A_1})+P(\overline{A_2})+P(\overline{A_3})-P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})-$$
$$-P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_3})-P(\overline{A_2})\cdot P(\overline{A_3})+P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})\cdot P(\overline{A_3})=$$
$$=0{,}1+0{,}15+0{,}08-0{,}1\cdot 0{,}15-0{,}1\cdot 0{,}08-0{,}15\cdot 0{,}08+0{,}1\cdot 0{,}15\cdot 0{,}08=0{,}2962.$$

Заметим, что вероятность события B можно найти проще:

$$P(B)=1-P(A_1\cdot A_2\cdot A_3)=1-P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)=1-0{,}9\cdot 0{,}85\cdot 0{,}92=$$
$$=1-0{,}7038=0{,}2962.$$

в) Если событие C = {в течение года обанкротится только один банк}, то

$$C=\overline{A_1}\cdot A_2\cdot A_3+A_1\cdot\overline{A_2}\cdot A_3+A_1\cdot A_2\cdot\overline{A_3}.$$

Значит

$$P(C)=P(\overline{A_1})\cdot P(A_3)+P(A_1)\cdot P(\overline{A_2})\cdot P(A_3)+P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(\overline{A_3})=$$
$$=0{,}1\cdot 0{,}85\cdot 0{,}92+0{,}9\cdot 0{,}15\cdot 0.92+0{,}9\cdot 0{,}85\cdot 0{,}08=0{,}0782+0{,}1242+0{,}0612=$$
$$=0{,}2636.$$

г) Вероятность того, что в течение года не обанкротятся (будут надежными) все три банка (событие D), равна

$$P(D)=P(A_1\cdot A_2\cdot A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)=0{,}90\cdot 0{,}85\cdot 0{,}92=0{,}7038.$$

д) Рассмотрим событие F = {в течение года обанкротятся два банка}. Будем иметь

$$P(F)=P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})\cdot P(A_3)+P(\overline{A_1})\cdot P(A_2)\cdot P(\overline{A_3})+P(A_1)\cdot P(\overline{A_2})\cdot P(\overline{A_3})=$$
$$=0{,}1\cdot 0{,}15\cdot 0{,}92+0{,}1\cdot 0{,}85\cdot 0{,}08+0{,}9\cdot 0{,}15\cdot 0{,}08=0{,}0138+0{,}0068+0{,}0108=$$
$$=0{,}0314.$$

Искомое событие G = {в течение года обанкротится не более двух банков}, будет реализоваться через события D, C и F следующим образом: $G = D + C + F$, откуда

$$P(G)=P(D+C+F)=P(D)+P(C)+P(F)=0{,}7038+0{,}2636+0{,}0314=$$
$$=0{,}9988.$$

е) Определим вероятность события Q = {в течение года первый банк не обанкротится, а хотя бы один из остальных двух банков обанкротится}:

$$P(Q)=P(A_1\cdot(\overline{A_2}+\overline{A_3}))=P(A_1)\cdot P(\overline{A_2}+\overline{A_3})=P(A_1)\cdot P(\overline{A_2\cdot A_3})=$$
$$=P(A_1)\cdot(P(\overline{A_2})+P(\overline{A_3})-P(\overline{A_2})\cdot P(\overline{A_3}))=$$
$$=0{,}9\cdot(0{,}15+0{,}08-0{,}15\cdot 0{,}08)=0{,}9\cdot 0{,}218=0{,}1962.$$

Задание 3.1. $p_1 = 0{,}55;\ p_2 = 0{,}35;\ p_3 = 0{,}1;\ q_1 = 0{,}7;\ q_2 = 0{,}45;\ q_3 = 0{,}15$.

Предварительные оценки экспертов по качеству нового товара позволяют рассмотреть следующие предложения (гипотезы):

H_1 = {новый товар более высокого качества по сравнению с аналогичными};

H_2 = {новый товар такой же по качеству, что и аналогичные};

H_3 = {новый товар хуже по качеству, чем аналогичные}.

По условию задачи имеем:

$$P(H_1) = p_1 = 0{,}55;\quad P(H_2) = p_2 = 0{,}35;\quad P(H_3) = p_3 = 0{,}1.$$

Если событие A = {новый товар конкурентоспособен}, то результаты опроса рынка дают условные вероятности события A при указанных выше гипотезах:

$$P(A\,|\,H_1) = q_1 = 0{,}7;\quad P(A\,|\,H_2) = q_2 = 0{,}45;\quad P(A\,|\,H_3) = q_3 = 0{,}15.$$

Из опросов рынка следует, что новый товар конкурентоспособен. Значит, в предположении о том, что событие A осуществилось, нужно пересчитать вероятность того, что новый товар более высокого качества по сравнению с аналогичным товаром (гипотеза H_1). По формуле Байеса получим:

$$P(H_1\,|\,A) = \frac{P(H_1)\cdot P(A\,|\,H_1)}{\sum_{i=1}^{3} P(H_i)\cdot P(A\,|\,H_i)} = \frac{0{,}55\cdot 0{,}7}{0{,}55\cdot 0{,}7 + 0{,}35\cdot 0{,}45 + 0{,}1\cdot 0{,}15} =$$

$$= \frac{0{,}385}{0{,}385 + 0{,}1575 + 0{,}015} = \frac{0{,}385}{0{,}5575} = 0{,}6906.$$

Задание 3.2. $\alpha = 39;\ \beta = 12;\ p_1 = 0{,}02;\ p_2 = 0{,}03;\ p_3 = 0{,}01$.

Введем в рассмотрение следующие гипотезы:

H_1 = {сообщение о невозврате поступило от госорганов},

H_2 = {сообщение о невозврате поступило от других банков},

H_3 = {сообщение о невозврате поступило от физических лиц}.

Вероятности гипотез равны:

$$P(H_1) = 0{,}39;\ P(H_2) = 0{,}12;\ P(H_3) = 0{,}49.$$

Пусть событие A = {невозврат очередного запроса на кредит}. При данных гипотезах условные вероятности события A равны:

$$P(A\,|\,H_1) = p_1 = 0{,}02;\quad P(A\,|\,H_2) = p_2 = 0{,}03;\quad P(A\,|\,H_3) = p_3 = 0{,}01.$$

Следовательно, по формуле полной вероятности находим

$$P(A) = P(H_1)\cdot P(A\,|\,H_1) + P(H_2)\cdot P(A\,|\,H_3)\cdot P(A\,|\,H_3) = 0{,}39\cdot 0{,}02 +$$

$$+0{,}12\cdot 0{,}03 + 0{,}49\cdot 0{,}01 = 0{,}0163.$$

Предположим, что событие A произошло. Свидетельством тому – факсовое сообщение начальнику кредитного отдела. По формуле Байеса пересчитаем вероятности гипотез, т.е. найдем апостериорные вероятности гипотез:

$$P(H_1 \mid A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A \mid H_1)}{P(A)} = \frac{0,39 \cdot 0,02}{0,0163} = 0,4785;$$

$$P(H_2 \mid A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A \mid H_2)}{P(A)} = \frac{0,12 \cdot 0,03}{0,0163} = 0,2208;$$

$$P(H_3 \mid A) = \frac{P(H_3) \cdot P(A \mid H_3)}{P(A)} = \frac{0,49 \cdot 0,01}{0,0163} = 0,3006.$$

Таким образом, наиболее вероятно невозвращение кредита государственными органами.

Задание 4.2. $n = 8$; $p = 0,2$; $r = 3$; $s = 3$.

а) Для вычисления вероятности того, что на завтра не будет ни одной заявки, воспользуемся формулой Бернулли

$$P_8(0) = C_8^0 \cdot (0,2)^0 \cdot (0,8)^8 = 0,1678.$$

Найдем вероятность того, что на завтра будет хотя бы одна заявка

$$P_8(m \geq 1) = 1 - P_8(0) = 1 - 0,1678 = 0,8322.$$

б) Вычислим вероятность того, что на завтра будет ровно три заявки.

$$P_8(3) = C_8^3 \cdot (0,2)^3 \cdot (0,8)^5 = 56 \cdot 0,008 \cdot 0,3277 = 0,1468.$$

в) Вероятность того, что есть как минимум три заявки, равна

$$P_8(m \geq 3) = 1 - P_8(0 \leq m \leq 2) = 1 - \left(P_8(0) + P_8(1) + P_8(2)\right) = 1 - (0,1678 +$$
$$+ C_8^1 \cdot (0,2)^1 \cdot (0,8)^7 + C_8^2 \cdot (0,2)^2 \cdot (0,8)^6) = 1 - (0,1678 + 0,3355 + 0,2936) =$$
$$= 1 - 0,7969 = 0,2031.$$

Задание 5.1. $p = 0,002$, $n = 2165$, $r = 3$.

В нашем случае $\lambda = np = 2165 \cdot 0,002 = 4,33 < 10$, а вероятность $p = 0,002$ мала, то следует воспользоваться формулой Пуассона:

$$P_n(m) = \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!}$$

а) Вероятность того, что в предстоящую неделю будет потеряна ровно одна карточка, равна:

$$P_{2165}(1) = \frac{4{,}33^1 \cdot e^{-4{,}33}}{1!} = \frac{4{,}33}{e^{4{,}33}} = 0{,}0570.$$

б) Определим вероятность того, что в предстоящую неделю будет утеряна хотя бы одна карточка:

$$P_{2165}(m \geq 1) = 1 - P_{2165}(0) = 1 - \frac{4{,}33^0 \cdot e^{-4{,}33}}{0!} = 1 - 0{,}0132 = 0{,}9868.$$

в) Пусть событие A – в предстоящую неделю будет утеряно более трех карточек. Тогда

$$P(A) = P_{2165}(m > 3) = 1 - \left(P_{2165}(0) + P_{2165}(1) + P_{2165}(2) + P_{2165}(3)\right) =$$

$$= 1 - \left(\frac{4{,}33^0 \cdot e^{-4{,}33}}{0!} + \frac{4{,}33 \cdot e^{-4{,}33}}{1!} + \frac{4{,}33^2 \cdot e^{-4{,}33}}{2!} + \frac{4{,}33^3 \cdot e^{-4{,}33}}{3!}\right) =$$

$$= 1 - (0{,}0132 + 0{,}0570 + 0{,}1234 + 0{,}1782) = 0{,}6282.$$

Задание 5.3. $r = 7,\ s = 5.$

Пусть случайная величина X – число клиентов, посещающих утром банк в течение 15 минут. Возможные значения X: 0, 1, 2, …, n. По условию посещение банка клиентами случайно и независимо друг от друга. Если предположить, что вероятность посещения банка клиентами одинакова в любые два периода времени равной длины и что прибытие или неприбытие клиентов в банк в любой период времени не зависит от прибытия или неприбытия в любой другой период времени, то последовательность прибытия клиентов утром в банк может быть описана распределением Пуассона.

Итак, случайная величина X – число клиентов, посещающих утром банк в течение 15 мин., подчиняется распределению Пуассона, для которого $\lambda = np = r = 7$.

Найдем вероятность того, что в течение 15 мин. число клиентов, посетивших утром банк, окажется меньше пяти:

$$P(X < 5) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{e^{-7}}{0!} +$$

$$+ \frac{7 \cdot e^{-7}}{1!} + \frac{7^2 \cdot e^{-7}}{2!} + \frac{7^3 \cdot e^{-7}}{3!} + \frac{e^{-7} \cdot 7^4}{4!} = e^{-7}\left(1 + 7 + \frac{7^2}{2} + \frac{7^3}{3!} + \frac{7^4}{4!}\right) = 0{,}1730.$$

Вероятность того, что в течение 15 мин. банк утром посетит хотя бы один клиент, равна

$$P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{7^0 \cdot e^{-7}}{0!} = 1 - 0{,}0009 = 0{,}9991.$$

Как видим, событие $X \ge 1$ практически достоверно.

Задание 6.1. $n = 9000$; $s = 4000$; $p = 0{,}0035$; $r = 420000$; $\gamma = 0{,}95$.

Пусть m – число клиентов со страховым случаем, т.е. клиентов, которым будет выплачена страховка.

а) Если k – предельное число клиентов со страховым случаем, при котором компания не терпит убыток, то сумма страховых взносов должна быть не меньше суммы, выплачиваемой по страхованию, т.е. $s \cdot n \ge r \cdot k$ откуда $k \le \frac{s \cdot n}{r} = \frac{4000 \cdot 9000}{420000} = 85{,}71$. А так как k целое, то следует принять $k = 85$.

Выполнение неравенства $k < m < n$ будет свидетельством того, что компания потерпит убыток. В нашем случае

$$npq = 9000 \cdot 0{,}0035 \cdot 0{,}9965 = 31{,}29 > 20,$$

поэтому можно применить интегральную теорему Муавра-Лапласа, по которой

$$P_n(k \le m \le n) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

где

$$x_1 = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{85 - 9000 \cdot 0{,}0035}{\sqrt{9000 \cdot 0{,}0035 \cdot 0{,}9965}} = \frac{53{,}5}{5{,}603} = 9{,}55,$$

$$x_2 = \frac{n - np}{\sqrt{npq}} = \frac{9000 - 9000 \cdot 0{,}0035}{\sqrt{9000 \cdot 0{,}0035 \cdot 0{,}9965}} = \frac{8968{,}5}{5{,}603} = 1600{,}66.$$

Следовательно, вероятность того, что компания потерпит убыток, равна

$$P_{9000}(85 \le m \le 9000) \approx \Phi(1600{,}66) - \Phi(9{,}55) = 0{,}5 - 0{,}5 = 0.$$

б) Прибыль компании равна разности между суммарным взносом всех клиентов и суммарной страховой суммой, выплаченной κ клиентам, т.е.

$$\Pi = s \cdot n - r \cdot k = 4000 \cdot 9000 - 420000k = 30000(1200 - 14k).$$

С другой стороны, должно выполняться равенство

$$P_n(0 \le m \le k) = \Phi(x_2') - \Phi(x_1') = 0{,}95,$$

где

$$x_1' = \frac{0 - np}{\sqrt{npq}} = -\frac{9000 \cdot 0{,}0035}{5{,}603} = -5{,}62.$$

Значит

$$\Phi(x_2') - \Phi(-5{,}63) = \Phi(x_2') + \Phi(5{,}62) = 0{,}95,$$

откуда

$$\Phi(x_2') = 0{,}95 - \Phi(5{,}62) = 0{,}95 - 0{,}5 = 0{,}45.$$

Из этого равенства по таблицам значений функции Лапласа находим $x_2' = 1{,}63$.

Следовательно,

$$x_2' = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{k - 9000 \cdot 0{,}0035}{5{,}603} = 1{,}63,$$

$$k = 1{,}63 \cdot 5{,}603 + 9000 \cdot 0{,}0035 = 9{,}13 + 31{,}5 = 40{,}63, \ k = 41.$$

Тогда $\Pi = 30000(1200 - 14 \cdot 41) = 18780000$ руб.

Окончательно с надежностью 0,95 прибыль составит 18780000 руб.

Задание 6.3. $n = 120000$, $\alpha = 1$, $r = 1180$, $s = 1220$, $P = 0{,}9784$.

Здесь α = 1% соответствует вероятность $p = 0{,}01$, поэтому

$$npq = 120000 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}99 = 1188 > 20$$

и можно применить как локальную, так и интегральную теоремы Муавра-Лапласа.

а) Для вычисления вероятности того, что в данной партии 1188 дефектных единиц товара, воспользуемся локальной теоремой Муавра-Лапласа:

$$P_n(r) = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}},$$

где

$$x = \frac{r - np}{\sqrt{npq}} = \frac{1180 - 120000 \cdot 0{,}01}{\sqrt{120000 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}99}} = -\frac{20}{\sqrt{1188}} = -0{,}58.$$

Следовательно,

$$P_{120000}(1180) = \frac{\varphi \ (-0{,}58)}{\sqrt{1188}} = \frac{0{,}3372}{34{,}4674} = 0{,}0098.$$

б) Необходимо найти $P_{120000}(0 \le m \le 1180)$. Находим

$$x_1 = \frac{0 - 120000 \cdot 0{,}01}{\sqrt{120000 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}99}} = \frac{-1200}{34{,}4674} = -34{,}82,$$

$$x_2 = \frac{1180 - 120000 \cdot 0{,}01}{\sqrt{120000 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}99}} = -0{,}58.$$

Искомая вероятность по интегральной формуле Муавра-Лапласа равна

$$P_{120000}(0 \le m \le 1180) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi(-0{,}58) - \Phi(-34{,}82) =$$
$$= -\Phi(0{,}58) + \Phi(34{,}82) = -0{,}2190 + 0{,}5 = 0{,}2890.$$

в) Вычислим вероятность $P_{120000}(1180 \le m \le 1220)$. В этом случае $x_1 = -0{,}58$, а $x_2 = \dfrac{1220 - 120000 \cdot 0{,}01}{\sqrt{120000 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}99}} = 0{,}58.$

Поэтому

$$P_{120000}(1180 \le m \le 1220) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi(0{,}58) - \Phi(-0{,}58) = 2\Phi(0{,}6) =$$
$$= 2 \cdot 0{,}2190 = 0{,}4380.$$

Эту вероятность можно найти, используя равенство

$$P\left(|m - np| \le \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{npq}}\right).$$

Действительно, неравенство $1180 \le m \le 1220$ равносильно неравенству $|m - 120000 \cdot 0{,}01| \le 20.$ Тогда при $\varepsilon = 20$ будем иметь:

$$P_{120000}(1180 \le m \le 1220) = 2\Phi\left(\frac{20}{\sqrt{1180}}\right) = 2\Phi(0{,}58) = 0{,}4380.$$

Пусть m_0 - максимальное число единиц товара в данной партии. По условию задачи

$$P_{120000}(0 \le m \le m_0) = 0{,}9784.$$

Значит справедливо равенство

$$P_{120000}(0 \le m \le m_0) = \Phi\left(\frac{m_0 - 120000 \cdot 0{,}01}{\sqrt{1188}}\right) + \Phi\left(\frac{120000 \cdot 0{,}01}{\sqrt{1188}}\right) =$$

$$= \Phi\left(\frac{m_0 - 1200}{34{,}4674}\right) + \Phi(34{,}82) = \Phi\left(\frac{m_0 - 1200}{34{,}4674}\right) + 0{,}5 = 0{,}9784,$$

т.е.

$$\Phi\left(\frac{m_0-1200}{34{,}4674}\right)=0{,}4784 \Rightarrow \frac{m_0-1200}{34{,}4674}=2{,}02 \Rightarrow m_0=1270.$$

Таким образом, с вероятностью 0,9784 можно утверждать, что в данной партии содержится 1270 дефектных единиц товара.

Задание 7.1. $n=4,\ \nu=3,\ k=225000,\ p=0{,}9.$

а) Пусть случайная величина X – число домов, которые компании удается построить. Тогда X имеет биномиальное распределение с параметрами $n=4$ и $p=0{,}9$. Возможные значения X: 0,1,2,3,4. По формуле Бернулли найдем вероятности, с которыми СВ X принимает каждое свое возможное значение:

$$P(X=0)=P_4(0)=C_4^0\cdot(0{,}9)^0\cdot(0{,}1)^4=0{,}0001,$$

$$P(X=1)=P_4(1)=C_4^1\cdot(0{,}9)\cdot(0{,}1)^3=0{,}0036,$$

$$P(X=2)=P_4(2)=C_4^2\cdot(0{,}9)^2\cdot(0{,}1)^2=0{,}0486,$$

$$P(X=3)=P_4(3)=C_4^3\cdot(0{,}9)^3\cdot(0{,}1)=0{,}2916,$$

$$P(X=4)=P_4(4)=C_4^4\cdot(0{,}9)^4\cdot(0{,}1)^0=0{,}6561.$$

Контроль:

$$\sum_i P(X=x_i)=0{,}0001+0{,}0036+0{,}0486+0{,}2916+0{,}6561=1.$$

Следовательно, закон распределения X примет вид

X	0	1	2	3	4
p	0,0001	0,0036	0,0486	0,2916	0,6561

Прибыль компании S зависит от X и потому также является случайной величиной, при этом

$$S=-k+\frac{k}{\nu}\cdot X=k\left(\frac{1}{\nu}X-1\right)=\left(\frac{1}{3}\cdot X-1\right)\cdot k.$$

По этому равенству находим возможные значения S:
если X = 0, то S = - k;

если $X=1$, то $S=\left(\frac{1}{3}\cdot 1-1\right)k=-\frac{2}{3}k$;

если $X=2$, то $S=\left(\frac{1}{3}\cdot 2-1\right)k=-\frac{1}{3}k$, и т.д.

В результате получим дискретное распределение прибыли S:

S	$-k$	$-2/3\ k$	$-1/3\ k$	0	$1/3\ k$
p	0,0001	0,0036	0,0486	0,2916	0,6561

Ожидаемая прибыль – это математическое ожидание S. Вычислим его:

$$M(S)=\sum S_i p_i=-k\cdot 0{,}0036-\frac{1}{3}k\cdot 0{,}04686+0\cdot 0{,}2916+\frac{1}{3}k\cdot 0{,}6561=0{,}2\ \ k.$$

Заметим следующее: математическое ожидание $M(S)$ можно было бы найти, используя его свойства:

$$M(S)=M\left(\left(\frac{1}{3}X-1\right)\cdot k\right)=k\cdot M\left(\frac{1}{3}X-1\right)=\left(\frac{1}{3}M(X)-1\right)\cdot k\ .$$

Так как

$$M(X)=0\cdot 0{,}0001+1\cdot 0{,}0036+2\cdot 0{,}0486+3\cdot 0{,}2916+4\cdot 0{,}6561=3{,}6,$$

то

$$M(S)=\left(\frac{1}{3}\cdot 3{,}6-1\right)k=0{,}2\ k.$$

б) При затратах k=225000 ден. ед. ожидаемая прибыль равна $0{,}2\cdot 225000=45000$ ден. ед.

Дисперсия прибыли

$$D(S)=(-k)^2\cdot 0{,}0001+\left(-\frac{2}{3}k\right)^2\cdot 0{,}0036+\left(-\frac{1}{3}k\right)^2\cdot 0{,}0486+\left(\frac{1}{3}k\right)^2\cdot 0{,}6561-$$
$$-0{,}04k^2=0.08k^2-0.04k^2=0{,}04\cdot 225000^2=2025\cdot 10^6\,(ден.ед.)^2.$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma(S)=\sqrt{2025\cdot 10^6}=45000\ \text{ден. ед.}$$

Задание 7.2. $n=9,\ k=5,\ s=6,\ r=3.$

а) Возможные значения случайной величины X: 2,3,4,5. Вычислим вероятности, с которыми СВ X принимает свои возможные значения.

$$P(X=2)=\frac{C_5^2\cdot C_4^4}{C_9^6}=\frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot 1\cdot\frac{6!\cdot 3!}{9!}=\frac{4\cdot 5\cdot 6}{2\cdot 7\cdot 8\cdot 9}=0{,}1191,$$

$$P(X=3)=\frac{C_5^3\cdot C_4^3}{C_9^6}=\frac{5!}{3!\cdot 2!}\cdot 4\cdot\frac{6!\cdot 3!}{9!}=\frac{4\cdot 5\cdot 2\cdot 6}{7\cdot 8\cdot 9}=0,4762,$$

$$P(X=4)=\frac{C_5^4\cdot C_4^2}{C_9^6}=\frac{5!}{4!\cdot 1!}\cdot\frac{4!}{2!\cdot 2!}\cdot\frac{6!\cdot 3!}{9!}=\frac{5\cdot 2\cdot 3\cdot 6}{7\cdot 8\cdot 9}=0,3571,$$

$$P(X=5)=\frac{C_5^5\cdot C_4^1}{C_9^6}=1\cdot 4\cdot\frac{6!\cdot 3!}{9!}=\frac{4\cdot 2\cdot 3}{7\cdot 8\cdot 9}=0,0476.$$

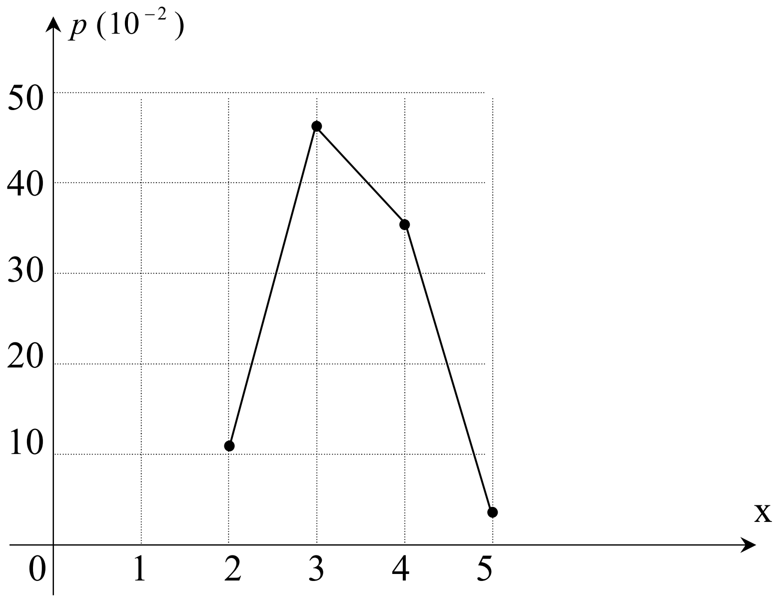
Контроль:

$$\sum_i P(X=x_i)=0{,}1191+0{,}4762+0{,}357+0{,}0476=1.$$

Таким образом, закон распределения X примет вид следующей таблицы:

X	2	3	4	5
p	0,1191	0,4762	0,3571	0,0476

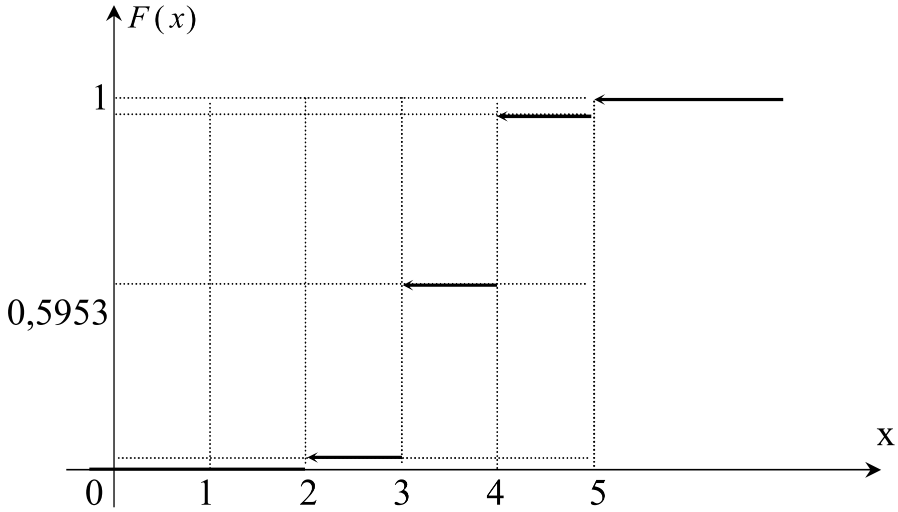
б) Строим многоугольник распределения



в) Функция распределения вероятностей имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ 0{,}1191, & 2<x\le 3,\\ 0{,}5953, & 3<x\le 4,\\ 0{,}9524, & 4<x\le 5,\\ 1, & x>5.\end{cases}$$

Строим график функции $F(x)$.



г) Находим числовые характеристики распределения:

$$M(X) = 2 \cdot 0{,}1191 + 3 \cdot 0{,}4762 + 4 \cdot 0{,}3571 + 5 \cdot 0{,}0476 = 3{,}3332,$$

$$D(X) = 2^2 \cdot 0{,}1191 + 3^2 \cdot 0{,}4762 + 4^2 \cdot 0{,}3571 + 5^2 \cdot 0{,}0476 - (3{,}3332)^2 = 0{,}5556.$$

$$\sigma\ (X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0{,}5556} = 0{,}7454.$$

д) Пусть A – событие заключающееся в том, что будет приватизировано не менее трех рентабельных предприятий. Тогда

$$P(A) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 0{,}4762 + 0{,}3571 + 0{,}0476 = 0{,}8809.$$

или

$$P(A) = 1 - P(X = 2) = 1 - 0{,}1191 = 0{,}8809.$$

Вероятность $P(A)$ можно найти и с помощью функции распределения $F(x)$. Действительно,

$$P(A) = P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - F(3) = 1 - 0{,}1191 = 0{,}8809\,.$$

Задание 8.1. $a = 39$, $\sigma = 3{,}5$, $m = 42$, $n = 48$.

Имеем случайную величину X – цену акции компании в течение года. По условию задачи $X \in N(a,\sigma) = N(39;3{,}5)$.

а). Вероятность того, что в случайно выбранный день года цена акции была более 42 усл. ед., равна

$$P(42 < X < +\infty) = \Phi\left(\frac{+\infty - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{42-39}{3{,}5}\right) = \Phi(+\infty) - \Phi(0{,}86) =$$

$$= 0{,}5 - 0{,}3051 = 0{,}1949.$$

б). Вероятность того, что в случайно выбранный день года цена акции была заключена между 42 и 48 усл. ед., равна

$$P(42 < X < 48) = \Phi\left(\frac{48-39}{3{,}5}\right) - \Phi\left(\frac{42-39}{3{,}5}\right) = \Phi(2{,}57) - \Phi(0{,}86) = 0{,}4418 - 0{,}3051 = 0{,}1367.$$

в). Воспользуемся равенством $P(|X-a|<\varepsilon)=2\Phi\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\right).$

В нашем случае

$$P(|X-39|<\varepsilon)=2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{3,5}\right)=0,9973\Rightarrow\Phi\left(\frac{\varepsilon}{3,5}\right)=0,49865\Rightarrow\varepsilon=3,5\cdot3=10,5.$$

Следовательно, с вероятностью практической достоверности можно утверждать, что в случайно выбранный день года цена акции находилась в границах $39\pm10,5$ усл. ед. или от 28,5 до 49,5 усл. ед.

Задание 9.3. $\alpha=10,\ \beta=25.$

Рассмотрим случайную величину T – продолжительность планерки. Будем считать, что СВ T распределена по показательному закону. Если за единицу времени примем один час, то $\lambda=1$, поскольку $M(T)=1/\lambda=1$.

Известно, что вероятность того, что T примет значения из интервала $(a,\ b)$, вычисляется по формуле $P(a<T<b)=e^{-\lambda a}-e^{-\lambda b}$.

а) Используя это равенство, найдем вероятность того, что планерка продлится ещё 10 мин.:

$$P\left(T\le1+\frac{1}{6}\right)=P\left(T\le\frac{7}{6}\right)=P(0<T\le1{,}17)=1-e^{-1,17}=1-0{,}3104=0{,}6896.$$

б) Вероятность того, что планерка продлится еще не менее 25 мин., равна:

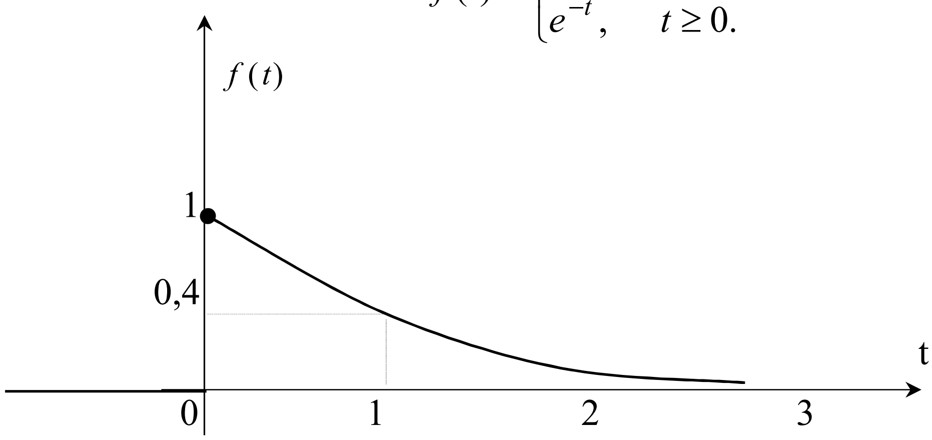
$$P\left(T\ge1+\frac{5}{12}\right)=P(T\ge1+0,42)=1-P(0<T\le1,42)=1-\left(1-e^{-1,42}\right)=0,2417.$$

Функция плотности показательного распределения имеет вид:

$$f(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ \lambda e^{-\lambda t}, & t\ge0.\end{cases}$$

При $\lambda=1$ получим:

$$f(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ e^{-t}, & t\ge0.\end{cases}$$



Приложение 1

Таблица значений функции $\varphi\ (x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\ e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Сотые доли

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2331	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001	0001

При $x \geq 4$ принимают $\varphi(x) = 0$.

Приложение 2

Таблица значений функции $\Phi\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$.

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.0000	0.45	0.1736	0.90	0.3159	1.35	0.4115	1.80	0.4641	2.50	0.4938
0.01	0.0040	0.46	0.1772	0.91	0.3186	1.36	0.4131	1.81	0.4649	2.52	0.4941
0.02	0.0080	0.47	0.1808	0.92	0.3212	1.37	0.4147	1.82	0.4656	2.54	0.4945
0.03	0.0120	0.48	0.1844	0.93	0.3238	1.38	0.4162	1.83	0.4664	2.56	0.4948
0.04	0.0160	0.49	0.1879	0.94	0.3264	1.39	0.4177	1.84	0.4671	2.58	0.4951
0.05	0.0199	0.50	0.1915	0.95	0.3289	1.40	0.4192	1.85	0.4678	2.60	0.4953
0.06	0.0239	0.51	0.1950	0.96	0.3315	1.41	0.4207	1.86	0.4686	2.62	0.4956
0.07	0.0279	0.52	0.1985	0.97	0.3340	1.42	0.4222	1.87	0.4693	2.64	0.4959
0.08	0.0319	0.53	0.2019	0.98	0.3365	1.43	0.4236	1.88	0.4699	2.66	0.4961
0.09	0.0359	0.54	0.2054	0.99	0.3389	1.44	0.4251	1.89	0.4706	2.68	0.4963
0.10	0.0398	0.55	0.2088	1.00	0.3413	1.45	0.4265	1.90	0.4713	2.70	0.4965
0.11	0.0438	0.56	0.2123	1.01	0.3438	1.46	0.4279	1.91	0.4719	2.72	0.4967
0.12	0.0478	0.57	0.2157	1.02	0.3461	1.47	0.4292	1.92	0.4726	2.74	0.4969
0.13	0.0517	0.58	0.2190	1.03	0.3485	1.48	0.4306	1.93	0.4732	2.76	0.4971
0.14	0.0557	0.59	0.2224	1.04	0.3508	1.49	0.4319	1.94	0.4738	2.78	0.4973
0.15	0.0596	0.60	0.2257	1.05	0.3531	1.50	0.4332	1.95	0.4744	2.80	0.4974
0.16	0.0636	0.61	0.2291	1.06	0.3554	1.51	0.4345	1.96	0.4750	2.82	0.4976
0.17	0.0675	0.62	0.2324	1.07	0.3577	1.52	0.4357	1.97	0.4756	2.84	0.4977
0.18	0.0714	0.63	0.2357	1.08	0.3599	1.53	0.4370	1.98	0.4761	2.86	0.4979
0.19	0.0753	0.64	0.2389	1.09	0.3621	1.54	0.4382	1.99	0.4767	2.88	0.4980
0.20	0.0793	0.65	0.2422	1.10	0.3643	1.55	0.4394	2.00	0.4772	2.90	0.4981
0.21	0.0832	0.66	0.2454	1.11	0.3665	1.56	0.4406	2.02	0.4783	2.92	0.4982
0.22	0.0871	0.67	0.2486	1.12	0.3686	1.57	0.4418	2.04	0.4793	2.94	0.4984
0.23	0.0910	0.68	0.2517	1.13	0.3708	1.58	0.4429	2.06	0.4803	2.96	0.4985
0.24	0.0948	0.69	0.2549	1.14	0.3729	1.59	0.4441	2.08	0.4812	2.98	0.4986
0.25	0.0987	0.70	0.2580	1.15	0.3749	1.60	0.4452	2.10	0.4821	3.00	0.4987
0.26	0.1026	0.71	0.2611	1.16	0.3770	1.61	0.4463	2.12	0.4830	3.20	0.4993
0.27	0.1064	0.72	0.2642	1.17	0.3790	1.62	0.4474	2.14	0.4838	3.40	0.4997
0.28	0.1103	0.73	0.2673	1.18	0.3810	1.63	0.4484	2.16	0.4846	3.60	0.4998
0.29	0.1141	0.74	0.2703	1.19	0.3830	1.64	0.4495	2.18	0.4854	3.80	0.4999
0.30	0.1179	0.75	0.2734	1.20	0.3849	1.65	0.4515	2.20	0.4861	4.00	0.4999
0.31	0.1217	0.76	0.2764	1.21	0.3869	1.66	0.4505	2.22	0.4868	4.50	0.5000
0.32	0.1255	0.77	0.2794	1.22	0.3883	1.67	0.4525	2.24	0.4875	5.00	0.5000
0.33	0.1293	0.78	0.2823	1.23	0.3907	1.68	0.4535	2.26	0.4881		
0.34	0.1331	0.79	0.2852	1.24	0.3925	1.69	0.4545	2.28	0.4887	↓	↓
0.35	0.1368	0.80	0.2881	1.25	0.3944	1.70	0.4554	2.30	0.4893	$+\infty$	0.5
0.36	0.1406	0.81	0.2910	1.26	0.3962	1.71	0.4564	2.32	0.4898		
0.37	0.1443	0.82	0.2939	1.27	0.3980	1.72	0.4573	2.34	0.4904		
0.38	0.1480	0.83	0.2967	1.28	0.3997	1.73	0.4582	2.36	0.4909		
0.39	0.1517	0.84	0.2995	1.29	0.4015	1.74	0.4591	2.38	0.4913		
0.40	0.1554	0.85	0.3023	1.30	0.4032	1.75	0.4599	2.40	0.4918		
0.41	0.1591	0.86	0.3051	1.31	0.4049	1.76	0.4608	2.42	0.4922		
0.42	0.1628	0.87	0.3078	1.32	0.4066	1.77	0.4616	2.44	0.4927		
0.43	0.1654	0.88	0.3106	1.33	0.4082	1.78	0.4625	2.46	0.4931		
0.44	0.1700	0.89	0.3133	1.34	0.4099	1.79	0.4633	2.48	0.4934		

Литература

1. Белько И.В., Свирид Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи. – Мн.: Новое издание, 2002. – 250 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высш. шк., 2001. – 575 с.
3. Герасимович А.И. Математическая статистика. – Мн.: Выш. школа, 1983. – 279 с.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. –М.: Высш. шк., 1998, - 479 с.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. –М.: Высш. шк., 1979, - 400 с.
6. Гурский Е.Н. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. –Мн.: Выш. шк., 1984. –223 с.
7. Кимбл Г. Как правильно пользоваться статистикой. –М.: Финансы и статистика, 1982, -294с.
8. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. –М.: ИНФРА-М, 1997. –302 с.
9. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. –М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 453 с.
10. Малыхин В.И. Математика в экономике. – М.: ИНФРА-М, 1999, – 356с.
11. Новорожкина Л.И., Морозова З.А. и др. Основы статистики с элементами теории вероятностей для экономистов: Руководство для решения задач. – Ростов-н.Д.: ФИНИКС, 1999, -320 с.
12. Сборник задач по высшей математике для экономистов. / Под ред. В.Н. Ермакова. –М.: ИНФРА-М, 2001, -575 с.
13. Четыркин Е.М., Калихман Н.Л. Вероятность и статистика. – М.: Финансы и статистика, 1982. –319с.

Содержание

Вопросы учебной программы по теории вероятностей………… **3**

Перечень задач по темам третьего семестра……………………... **4**

Элементы комбинаторики……………………………………………. **4**

Вероятность события и способы ее вычисления……………….. **6**

Основные теоремы теории вероятностей………………………… **8**

Схема повторных испытаний……………………………………… **9**

Одномерные СВ и ее числовые характеристики……………….. **10**

Основные законы распределений СВ……………………………… **12**

Варианты заданий для аттестационной работы………………….. **16**

Задание 1…………………………………………………………….. **16**

Задание 2…………………………………………………………….. **18**

Задание 3…………………………………………………………….. **20**

Задание 4…………………………………………………………….. **23**

Задание 5…………………………………………………………….. **24**

Задание 6…………………………………………………………… **26**

Задание 7……………………………………………………………. **28**

Задание 8……………………………………………………………. **30**

Задание 9……………………………………………………………. **33**

Решение типового варианта……………………………………… **35**

Задание 1.1………………………………………………………….. **35**

Задание 2.1………………………………………………………….. **35**

Задание 3.1………………………………………………………….. **37**

Задание 3.2………………………………………………………….. **37**

Задание 4.2…………………………………………………………… **38**

Задание 5.1…………………………………………………………… **38**

Задание 5.3………………………………………………………….. **39**

Задание 6.1………………………………………………………….. **40**

Задание 6.3…………………………………………………………. **41**

Задание 7.1………………………………………………………….. **43**

Задание 7.2………………………………………………………….. **44**

Задание 8.1………………………………………………………….. **46**

Задание 9.3………………………………………………………….. **47**

Приложение 1……………………………………………………… **48**

Приложение 2……………………………………………………… **49**

Литература………………………………………………………… **50**

Учебное издание

Составители: Гладкий Иван Иванович
Маньяков Николай Владимирович
Махнист Леонид Петрович
Рубанов Владимир Степанович
Сидоревич Михаил Павлович

Теория вероятностей

Методические указания и варианты заданий
для студентов экономических специальностей

Редактор Т.В. Строкач
Ответственный за выпуск М.П. Сидоревич
Технический редактор А.Д. Никитчик
Компьютерный набор Д.Н. Мищирук

Подписано в печать 19.12.2002. Формат 60x84 1/16. Бумага писч. Усл.п.л. 3,0. Уч.изд.л. 3,25. Тираж 200 экз. Заказ № 347.

Отпечатано на ризографе УО «Брестский государственный технический университет». 224017, Брест, ул. Московская,267.