

## ПЛАНИРОВАНИЕ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА НА ПРИМЕРЕ ИОНООБМЕННОЙ ОЧИСТКИ ВОДЫ ОТ НИТРАТОВ

**Введение.** Многофакторный эксперимент широко используется в современной научной деятельности и является эффективным средством обработки и планирования экспериментальных исследований [1]. Планированием многофакторного эксперимента называется процедура выбора числа опытов и условий их проведения, необходимых для решения поставленной задачи с требуемой точностью. Независимые переменные величины, влияющие на процесс, принято называть факторами. Так, в процессах очистки воды факторами могут быть: доза коагулянта, доза флокулянта, продолжительность процесса, скорость фильтрации, величина отношения высоты загрузки фильтрационной колонки к ее диаметру, температура и т. п. Основное требование к факторам – управляемость. Под управляемостью понимается установление нужного значения фактора (уровня) и поддержание его в течение всего опыта. Кроме требования к управляемости выбранных факторов, есть еще несколько требований: для любой пары факторов должно выполняться условие совместности; факторы должны быть независимыми; быть однозначными; непосредственно воздействовать на параметр оптимизации.

Протекание процесса количественно характеризуется одной или несколькими величинами, например, эффект очистки воды, остаточное содержание примеси (например, нитратов) и т. п. Такие величины называются функциями отклика. Математические методы оптимального планирования экспериментов позволяют получить математическую модель процесса даже при отсутствии данных о его механизме. Математические модели, полученные с помощью методов планирования экспериментов, принято называть экспериментально-статистическими [2, 4]. При применении статистических методов планирования эксперимента математическое описание представляется в виде полинома:  $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ , где  $Y$  – функция отклика (величина, качественно характеризующая протекание процесса), а  $X_1, X_2, X_3$  – влияющие факторы (аргументы) исследуемого процесса. Ценность математического описания заключается в том, что оно дает информацию:

- о закономерностях влияния отдельных факторов на функцию отклика;
- позволяет количественно определить значение функции отклика при заданных значениях факторов;
- может служить основой для оптимизации процесса.

**Многофакторный процесс ионообменной очистки.** Поскольку процесс ионообменной очистки является многофакторным, с целью сокращения затрат времени и материальных средств на выполнение исследований был применен математический метод оптимального планирования эксперимента, позволивший получить математическую модель процессов ионообменной очистки подземных вод от нитратов [3]. Процесс нахождения математической модели включал в себя: планирование эксперимента, проведение эксперимента на объекте исследований; проверка воспроизводимости эксперимента; получение математической модели объекта с проверкой статистической значимости выборочных коэффициентов регрессии; проверка адекватности математического описания.

**Планирование и проведение эксперимента на объекте исследований с составлением матрицы РЦКП.** Исследования механизма очистки подземных вод от азотистых соединений методом ионного обмена выполнены на экспериментальной установке, представляющей собой модель ионообменного фильтра – фильтрацион-

ную колонку, загруженную ионообменной смолой марки «Purolite NRW-600(OH)» – сильноосновным анионом. В качестве имитата загрязненной воды использовали водопроводную воду с добавкой нитратов в количестве  $90 \pm 100$  мг/дм<sup>3</sup> (20 мг/дм<sup>3</sup> по нитратному азоту), что соответствует концентрации, в два раза превышающей предельно допустимую. Целью экспериментальных исследований являлось изучение влияния на эффективность процесса очистки воды от нитратов основных факторов при работе ионообменной колонки:

- скорость фильтрации воды  $V$ , м/ч;
- величина отношения высоты загрузки фильтрационной колонки к ее диаметру  $h/d$ ;
- температура обрабатываемой (очищаемой) воды  $t$ , °С.

Задача исследований: на основе применения математических методов оптимального планирования эксперимента при проведении испытаний получить закономерности процессов очистки природных вод от нитратов на различных ионообменных смолах в виде экспериментально-статистических уравнений регрессии, отражающих эффективность работы установки в любом заданном режиме ведения процесса ионообменной очистки.

Для нахождения области оптимума был произведен экспериментальный поиск и затем в оптимальной области осуществлен ротатальный план второго порядка, при котором факторы варьировались на пяти уровнях, соответствующих значениям кодированных переменных  $+1; -1; +1,68; -1,68; 0$  (ротатальное центральное композиционное планирование – РЦКП) (табл. 1). Используя априорную информацию, мы установили, что на эффективность исследуемого процесса (остаточную концентрацию нитратов в обработанной воде) наибольшее влияние оказывают три фактора (табл. 2). Поэтому математическое описание процессов находили в виде уравнения регрессии:

$$Y_0 = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + b_3 \cdot X_3 + b_{12} \cdot X_1 \cdot X_2 + b_{13} \cdot X_1 \cdot X_3 + b_{23} \cdot X_2 \cdot X_3 + b_{123} \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + b_{11} \cdot X_1^2 + b_{22} \cdot X_2^2 + b_{33} \cdot X_3^2, \quad (1)$$

где  $X_1, X_2, X_3$  – кодированные переменные, связанные с физическими ( $x_1, x_2, x_3$ ) следующими соотношениями:

$$X_1 = \frac{x_1 - x_{01}}{\Delta x_1}; \quad X_2 = \frac{x_2 - x_{02}}{\Delta x_2}; \quad X_3 = \frac{x_3 - x_{03}}{\Delta x_3}, \quad (2)$$

где  $x_{01}$  – координаты центра плана;

$\Delta x$  – интервал варьирования;

$Y_0, Y_p$  – функция отклика, соответственно, экспериментальная и расчетная.

**Вычисление коэффициентов регрессии и соответствующих оценок дисперсий (для определения их значимости).** При ротатальном ЦКП для вычисления коэффициентов регрессии и соответствующих оценок дисперсий находят следующие константы:

$$A = \frac{1}{2 \cdot B \left[ (n+2) \cdot B - n \right]}; \quad (3)$$

$$B = \frac{n \cdot N}{(n+2) \cdot (N - N_0)}; \quad (4)$$

**Житенев Борис Николаевич**, к. т. н., доцент, доцент кафедры водоснабжения, водоотведения и охраны водных ресурсов Брестского государственного технического университета, e-mail : gitenev@tut.by.

**Андреев Светлана Васильевна**, старший преподаватель кафедры водоснабжения, водоотведения и охраны водных ресурсов Брестского государственного технического университета, e-mail : a\_asv75@mail.ru.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Таблица 1 – Исходная матрица трехфакторного ротatableльного центрального композиционного планирования в кодированных переменных

Система опытов	№№ опыта	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> · X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> · X <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> · X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> <sup>2</sup>	X <sub>2</sub> <sup>2</sup>	X <sub>3</sub> <sup>2</sup>	Y <sub>a</sub>	Y <sub>p</sub>
Полный факторный эксперимент	1	1	1	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1		
	2	1	1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1		
	3	1	-1	1	-1	+1	-1	+1	+1	+1		
	4	1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1		
	5	-1	1	1	-1	-1	+1	+1	+1	+1		
	6	-1	1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1		
	7	-1	-1	1	+1	-1	+1	+1	+1	+1		
	8	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1		
Опыты в звездных точках	9	1,68	0	0	0	0	0	2,82	0	0		
	10	-1,68	0	0	0	0	0	2	0	0		
	11	0	1,68	0	0	0	0	0	2,82	0		
	12	0	-1,68	0	0	0	0	0	2,82	0		
	13	0	0	1,68	0	0	0	0	0	2,82		
	14	0	0	-1,68	0	0	0	0	0	2,82		
Опыты в центре плана	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

Таблица 2 – Условия проведения полного факторного эксперимента

Характеристика	Скорость фильтрации V, м/ч	Величина отношения высоты загрузки фильтрационной колонки к ее диаметру h/d	Температура воды t, °C
1. Основной уровень, X (координаты центра плана)	15	5	18
2. Интервал варьирования, Δx	10	4,2	8
3. Верхний уровень	25	9,2	26
4. Нижний уровень	5	0,8	10

$$C = \frac{N}{N - N_0}, \quad (5)$$

где n, N, N<sub>0</sub> – характеристики РЦКП (табл. 3).

На основании результатов эксперимента (табл. 4) вычисляют следующие суммы:

$$S_0 = \sum_{j=1}^N y_j; \quad (6)$$

$$S_i = \sum_{j=1}^N X_{ji} y_j, \quad (\text{где } i=1, 2, \dots, n); \quad (7)$$

$$S_{ik} = \sum_{j=1}^N X_{ji} X_{jk} y_j, \quad (\text{где } i \neq k); \quad (8)$$

$$S_{ii} = \sum_{j=1}^N X_{ji}^2 y_j, \quad (\text{где } i=1, 2, \dots, n). \quad (9)$$

Таблица 3 – Характеристики ротatableльного ЦКП и расчет констант

Число факторов n	3
Общее число опытов N	20
Число опытов в центре плана N <sub>0</sub>	6
Константа B	0,8571429
Константа C	1,4285714
Константа A	0,4537037

Формулы для расчета коэффициентов регрессии имеют вид:

$$b_0 = \frac{2AB}{N} \left[ S_0 B (n+2) - C \sum_{i=1}^n S_{ii} \right]; \quad (10)$$

$$b_i = \frac{CS_i}{N}; \quad (11)$$

$$b_{ik} = \frac{C^2 S_{ik}}{BN}, \quad (\text{где } i \neq k); \quad (12)$$

$$b_{ii} = \frac{AC}{N} \left\{ S_{ii} C [B(n+2) - n] + C(1-B) \sum_{i=1}^n S_{ii} - 2BS_0 \right\}. \quad (13)$$

Расчет сумм и коэффициентов регрессии представлен в таблице 5. Оценки дисперсий в определении коэффициентов регрессии для определения их значимости вычисляются по следующим формулам:

$$s_{b_0}^2 = \frac{2AB(n+2)}{N} s_y^2; \quad (14)$$

$$s_{b_i}^2 = \frac{s_y^2}{N - N_0}, \quad (\text{где } i=1, 2, \dots, n); \quad (15)$$

$$s_{b_{ik}}^2 = \frac{C^2 s_y^2}{N}, \quad (\text{где } i \neq k); \quad (16)$$

$$s_{b_{ii}}^2 = \frac{AC^2 s_y^2}{N} [B(n+1) - (n-1)]. \quad (17)$$

Таблица 4 – Матрица планирования и результаты эксперимента

№ опыта	Факторы			x <sub>1</sub> (v, м/ч)	x <sub>2</sub> (h/d)	x <sub>3</sub> (t, °C)	y <sub>3</sub>	y <sub>p</sub>	X <sub>1</sub> · y <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> · y <sub>3</sub>	X <sub>3</sub> · y <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> <sup>2</sup> · y <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> <sup>2</sup> · y <sub>3</sub>	X <sub>3</sub> <sup>2</sup> · y <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> · X <sub>2</sub> · y <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> · X <sub>3</sub> · y <sub>3</sub>	X <sub>2</sub> · X <sub>3</sub> · y <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> · X <sub>2</sub> · X <sub>3</sub> · y <sub>3</sub>
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>															
1	1	1	1	25	9,2	26	12,00	12,53	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00
2	1	1	-1	25	9,2	10	14,00	14,45	14,00	14,00	-14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	-14,00	-14,00	-14,00
3	1	-1	1	25	0,8	26	42,00	39,72	42,00	-42,00	42,00	42,00	42,00	42,00	-42,00	42,00	-42,00	-42,00
4	1	-1	-1	25	0,8	10	45,00	46,41	45,00	-45,00	-45,00	45,00	45,00	45,00	-45,00	-45,00	45,00	45,00
5	-1	1	1	5	9,2	26	20,00	19,96	-20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	-20,00	-20,00	20,00	-20,00
6	-1	1	-1	5	9,2	10	26,00	23,79	-26,00	26,00	-26,00	26,00	26,00	26,00	-26,00	26,00	-26,00	26,00
7	-1	-1	1	5	0,8	26	18,00	17,63	-18,00	-18,00	18,00	18,00	18,00	18,00	18,00	-18,00	-18,00	18,00
8	-1	-1	-1	5	0,8	10	27,00	26,22	-27,00	-27,00	-27,00	27,00	27,00	27,00	27,00	27,00	27,00	-27,00
9	1,68	0	0	32	5	18	28,00	24,92	47,04	0,00	0,00	79,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	-1,68	0	0	0,9	5	18	14,50	14,20	-24,36	0,00	0,00	40,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11	0	1,68	0	15	12	18	24,00	22,06	0,00	40,32	0,00	0,00	67,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	0	-1,68	0	15	0,1	18	50,00	46,94	0,00	-84,00	0,00	0,00	141,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
13	0	0	1,68	15	5	31	15,00	13,96	0,00	0,00	25,20	0,00	0,00	42,34	0,00	0,00	0,00	0,00
14	0	0	-1,68	15	5	5	25,00	22,79	0,00	0,00	-42,00	0,00	0,00	70,56	0,00	0,00	0,00	0,00
15	0	0	0	15	5	18	10,00	9,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
16	0	0	0	15	5	18	5,00	9,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
17	0	0	0	15	5	18	11,30	9,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
18	0	0	0	15	5	18	6,00	9,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
19	0	0	0	15	5	18	7,80	9,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0	0	0	15	5	18	5,50	9,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Σ							406,1		44,68	-103,68	-36,80	323,95	412,86	316,90	-62,00	10,00	4,00	-2,00

Таблица 5 – Расчет коэффициентов уравнения регрессии

Расчет сумм				Коэффициенты регрессии			
S <sub>0</sub>	406,10	S <sub>23</sub>	4,00	b <sub>0</sub>	9,14	b <sub>23</sub>	0,48
S <sub>1</sub>	44,68	S <sub>11</sub>	323,95	b <sub>1</sub>	3,19	b <sub>11</sub>	3,69
S <sub>2</sub>	-103,68	S <sub>22</sub>	412,86	b <sub>2</sub>	-7,41	b <sub>22</sub>	8,98
S <sub>3</sub>	-36,80	S <sub>33</sub>	316,90	b <sub>3</sub>	-2,63	b <sub>33</sub>	3,27
S <sub>12</sub>	-62,00	S <sub>123</sub>	-2,00	b <sub>12</sub>	-7,38	b <sub>123</sub>	-0,05
S <sub>13</sub>	10,00			b <sub>13</sub>	1,19		

В ротатбельном ЦКП принято считать, что коэффициент  $b_i$  значим, если  $|b_i| > sb_i t$ . Аналогичные условия значимости справедливы и для других коэффициентов регрессии (где  $t$  – значение критерия Стьюдента, Приложение 3 [4]). В противном случае коэффициент регрессии незначим, и соответствующий член можно исключить из уравнения.

Таблица 6 – Расчет оценки дисперсий в определении коэффициентов регрессии

S <sub>b<sub>0</sub></sub> <sup>2</sup> =	1,292	S <sub>b<sub>0</sub></sub> <sup>2</sup> · x <sub>t</sub> =	2,921
S <sub>b<sub>1</sub></sub> <sup>2</sup> =	0,475	S <sub>b<sub>1</sub></sub> <sup>2</sup> · x <sub>t</sub> =	1,770
S <sub>b<sub>2</sub></sub> <sup>2</sup> =	0,678	S <sub>b<sub>2</sub></sub> <sup>2</sup> · x <sub>t</sub> =	2,116
S <sub>b<sub>3</sub></sub> <sup>2</sup> =	0,439	S <sub>b<sub>3</sub></sub> <sup>2</sup> · x <sub>t</sub> =	1,704

**Проверка однородности дисперсий (воспроизводимости опытов).** Для проверки воспроизводимости опытов находят значение критерия Кохрена, который определяется отношением максимальной дисперсии к сумме всех дисперсий:

$$G_p = \frac{\max s_j^2}{\sum_{j=1}^N s_j^2} \quad (18)$$

Для каждой серии параллельных опытов вычисляют среднее арифметическое значение функции отклика:

$$\bar{y}_j = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_{ji}, \quad (j = 1, 2, \dots, N). \quad (19)$$

Таблица 7 – Проверка значимости коэффициентов регрессии

b <sub>0</sub>   =	9,14	>	2,921	значимый
b <sub>1</sub>   =	3,19	>	1,770	значимый
b <sub>2</sub>   =	7,41	>	1,770	значимый
b <sub>3</sub>   =	2,63	>	1,770	значимый
b <sub>12</sub>   =	7,38	>	2,116	значимый
b <sub>13</sub>   =	1,19	<	2,116	незначимый
b <sub>23</sub>   =	0,48	<	2,116	незначимый
b <sub>11</sub>   =	3,69	>	1,704	значимый
b <sub>22</sub>   =	8,98	>	1,704	значимый
b <sub>33</sub>   =	3,27	>	1,704	значимый
b <sub>123</sub>   =	0,05	<	2,116	незначимый

Затем вычисляют оценку дисперсии для каждой серии параллельных опытов:

$$s_j^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (y_{ji} - \bar{y}_j)^2; \quad (20)$$

$$s_y^2 = \frac{1}{N_0 - 1} \sum_{j=1}^{N_0} (y_j^3 - \bar{y})^2. \quad (21)$$

Гипотеза об однородности дисперсий не отвергается, если экспериментальное значение критерия Кохрена не превысит таблично-

го (из Приложения 1 [4]). Значения критерия Кохрена соответствуют доверительной вероятности  $P=0,95$ , с которой принимается гипотеза о воспроизводимости опытов. Величина  $\rho = 1 - P$  называется уровнем значимости. Для нахождения  $G$  необходимо знать общее количество оценок дисперсий  $N$  и число степеней свободы  $f$ , связанных с каждой из них, причем  $f = k - 1$ .

**Таблица 8** – Оценка дисперсии воспроизводимости опытов в центре плана

Опыты в центре плана				Оценка дисперсии	
№ опыта $j$	$y_j^o$	$(y_j^o - \bar{y})$	$(y_j^o - \bar{y})^2$	$s_j^2$	
15	10,00	2,40	5,76	2,880	
16	5,00	-2,60	6,76	3,380	
17	11,30	3,70	13,69	6,845	$\max s_j^2$
18	6,00	-1,60	2,56	1,280	
19	7,80	0,20	0,04	0,020	
20	5,50	-2,10	4,41	2,205	
$\Sigma 6$	45,60	0,00	33,22	16,610	$\sum_{j=1}^N s_j^2$

$$\bar{y} = \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} y_j^o = \frac{1}{6} \cdot 45,6 = 7,60$$

Расчетное значение критерия Кохрена находим по формуле (18):

$$G_p = \frac{\max s_j^2}{\sum_{j=1}^N s_j^2} = \frac{6,845}{16,610} = 0,412.$$

Соответствующее значение критерия Кохрена  $G = 0,616$  берем из Приложения 1 [4]. Оно найдено для следующих значений параметров:  $P = 0,95$ ;  $N = 6$ ;  $f = k - 1 = 3 - 1 = 2$ .

Условие  $G_p \leq G$  выполнено:  $0,412 < 0,616$ , следовательно, опыты можно считать воспроизводимыми.

$$s_y^2 = \frac{1}{N_0 - 1} \sum_{j=1}^{N_0} (y_j^o - \bar{y})^2 = \frac{1}{6 - 1} \cdot 33,22 = 6,644.$$

Эта величина найдена нами при числе степеней свободы  $f = N_0 - 1 = 6 - 1 = 5$ .

В реальных условиях гипотеза об однородности дисперсий подтверждается далеко не всегда. Поэтому следует найти преобразование зависимой переменной, отыскать иной закон распределения случайной величины или обратиться к какому-нибудь статистическому методу. В некоторых случаях оптимальным будет критерий Фишера.

**Проверка адекватности уравнения регрессии.** Получив уравнений регрессии, следует проверить его на адекватность, т. е. способность достаточно хорошо описывать поверхность отклика. Проверку адекватности уравнения регрессии осуществляют с помощью критерия Фишера, который представляет собой следующее отношение:

$$F_p = \frac{\max(s_{ad}^2, s_y^2)}{\min(s_{ad}^2, s_y^2)}, \quad (22)$$

где  $s_{ad}^2$  – оценка дисперсии адекватности.

В числителе дроби (формулы 22) находится большая, а в знаменателе – меньшая из указанных оценок дисперсий.

Оценку дисперсии адекватности рассчитывают по формуле:

$$s_{ad}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (y_j^o - y_j^p)^2 - s_y^2 (N_0 - 1)}{f_{ad}}. \quad (23)$$

С ней связано число степеней свободы:

$$f_{ad} = N - \frac{(n+2)(n+1)}{2} - (N_0 - 1). \quad (24)$$

Уравнение регрессии считается адекватным, если выполняется условие:

$$F_p \leq F, \quad (25)$$

где  $F$  – значение критерия Фишера (из Приложения 4 [4]).

**Таблица 9** – Оценка дисперсий при определении коэффициентов регрессии

Функция отклика экспериментальная	Функция отклика расчетная	$(y_j^o - y_j^p)$	$(y_j^o - y_j^p)^2$
$y_j^o$	$y_j^p$		
12,00	12,53	-0,53	0,282
14,00	14,45	-0,45	0,207
42,00	39,72	2,28	5,183
45,00	46,41	-1,41	1,986
20,00	19,96	0,04	0,002
26,00	23,79	2,21	4,900
18,00	17,63	0,37	0,140
27,00	26,22	0,78	0,613
28,00	24,92	3,08	9,472
14,50	14,20	0,30	0,091
24,00	22,06	1,94	3,782
50,00	46,94	3,06	9,373
15,00	13,96	1,04	1,083
25,00	22,79	2,21	4,878
10,00	9,14	0,86	0,733
5,00	9,14	-4,14	17,174
11,30	9,14	2,16	4,648
6,00	9,14	-3,14	9,886
7,80	9,14	-1,34	1,807
5,50	9,14	-3,64	13,280
			89,517

Пользуясь формулой (24), вычисляем оценку дисперсии адекватности:

$$s_{ad}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (y_j^o - y_j^p)^2 - s_y^2 (N_0 - 1)}{f_{ad}} = \frac{89,517 - 6,644 \cdot (6 - 1)}{5} = 11,259.$$

Число степеней свободы, связанных с этой оценкой дисперсии, находим по формуле (24):

$$f_{ad} = N - \frac{(n+2)(n+1)}{2} - (N_0 - 1) = 20 - \frac{(3+2)(3+1)}{2} - (6 - 1) = 5.$$

Расчетное значение критерия Фишера:

$$F_p = \frac{\max(s_{ad}^2, s_y^2)}{\min(s_{ad}^2, s_y^2)} = \frac{11,259}{6,644} = 1,69.$$

Из Приложения 4 [4] соответствующее значение критерия Фишера  $F = 5,05$ . Условие  $F_p \leq F$  выполнено:  $1,69 < 5,05$ , уравнение регрессии

$$Y = 9,14 + 3,19 X_1 - 7,41 X_2 - 2,63 X_3 - 7,38 X_1 X_2 + 3,69 X_1^2 + 8,98 X_2^2 + 3,27 X_3^2 \quad (26)$$

адекватно описывает поверхность отклика.

Для перехода в уравнении регрессии от кодированных переменных к физическим, на основании формулы (2), справедливы следующие выражения:

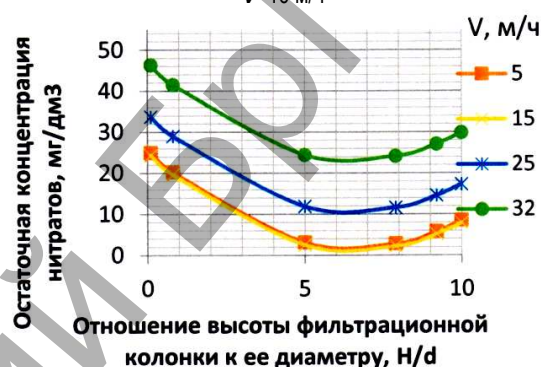
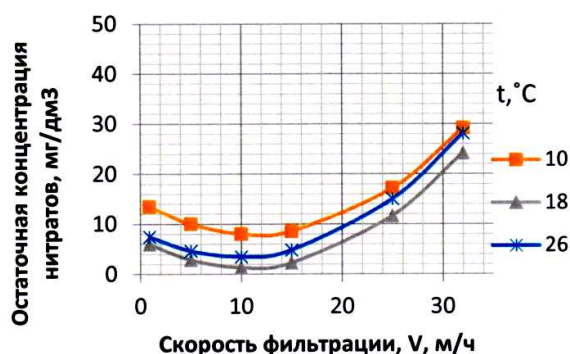
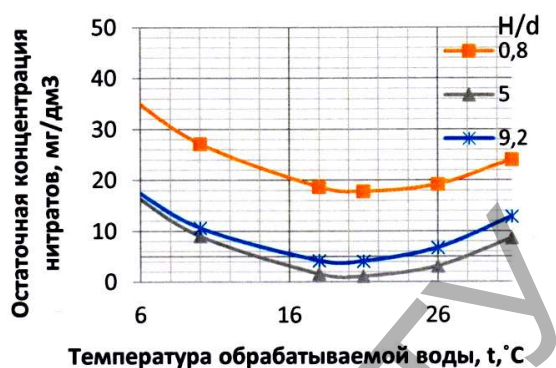


Рисунок 3 – Влияние скорости фильтрации  $V$ , м/ч, на процесс удаления нитратов при различной температуре воды  $t, ^\circ\text{C}$ , и параметре  $H/d=7,9$

Рисунок 4 – Влияние параметра  $H/d$  на процесс удаления нитратов при различной скорости фильтрации  $V$ , м/ч и температуре воды  $t=18^\circ\text{C}$

$$X_1 = \frac{x_1 - x_{01}}{\Delta x_1} = \frac{v - 15}{10} = 0,1 \cdot v - 1,5;$$

$$X_2 = \frac{x_2 - x_{02}}{\Delta x_2} = \frac{h/d - 5}{4,2} = 0,238 \cdot h/d;$$

$$X_3 = \frac{x_3 - x_{03}}{\Delta x_3} = \frac{t - 18}{8} = 0,125 \cdot t - 2,25.$$

Подставляя их в полученное нами уравнение регрессии (26), преобразуем его к виду:

$$y = 63,63 - 1,24v - 7,86(h/d) - 3,14t + 0,05v^2 + 0,56(h/d)^2 + 0,07t^2. \quad (27)$$

С помощью данного уравнения (27) можно прогнозировать эффективность работы установки по остаточной концентрации нитратов в обработанной воде в любом заданном режиме ведения процесса ионообменной очистки.

Анализ выражения (27) по определению  $\Theta = f(v, h/d, t) \rightarrow \min$  в зависимости от  $v$ ,  $t$  и  $h/d$ , выполненный с использованием свойства функции, имеющей экстремум (в точке экстремума первая производная функции равна нулю), позволил установить, что минимальная остаточная концентрация нитратов в процессе ионообменной очистки воды достигается при определенных значениях факторов  $v$ ,  $t$  и  $h/d$  (рис.1÷4).

#### Заключение

1. После проведение трехфакторного ротационного эксперимента и обработки его результатов было получено уравнение регрессии второго порядка, которое является экспериментально-статистической моделью процесса ионообменной очистки воды от нитратов, все коэффициенты регрессии уравнения значимы.
2. Установлены интервалы значений оптимальных параметров, при которых достигается наименьшая остаточная концентрация нитратов

в обработанной воде, то есть наибольший эффект удаления нитратов:  $(h/d) = 5 \div 8, t = 10 \div 18^\circ\text{C}, v = 10 \div 15$  м/ч.

3. Полученная экспериментально-статистическая модель процесса ионообменной очистки позволяет представить поверхность отклика на факторной плоскости линиями зависимости остаточной концентрации нитратов от величины отношения высоты загрузки фильтрационной колонки к ее диаметру  $h/d$ , от температуры обрабатываемой воды  $t$ , от скорости фильтрации  $v$ .

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дегтярев, Д. А. Пошаговая методика проведения многофакторного эксперимента. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://manyfactors.ru>. – Дата доступа : 07.01.2019.
2. Мухачёв, В. А. Планирование и обработка результатов эксперимента: учеб.-метод. пособие / В. А. Мухачев. – Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2007. – 118 с.
3. Андreyuk, С. В. Исследование методов физико-химической очистки природных вод от нитратов / С. В. Андreyuk // Сборник научных статей Международной научно-практической конференции, Брест, 6–8 апреля 2016 г. : в 2-х ч. / УО «Брестский гос. технический ун-т»; под ред. А.А. Волчека [и др.]. – Брест, 2016. – Ч. II. – С. 159–163.
4. Саутин, С. П. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / С. П. Саутин. – Л.: Химия, 1975. – 47 с.
5. Житенев, Б. Н. Исследование метода ионообменной очистки природных вод от нитратов / Б. Н. Житенев, С. В. Андreyuk, М. А. Таратенкова // Материалы Международной научно-практической конференции молодых ученых «Современные тенденции развития науки», Ровно, 12 мая 2016 г. / Национальный ун-т водного хоз-ва и природопользования. – Ровно, 2016. – С. 132–134.

Материал поступил в редакцию 18.03.2019

ZHITENEV B. N., ANDREYUK S. V. Planning method a multifactorial experiment on the example of ion-exchange water purification from nitrates

The article applies the conditions for selecting the method of a multifactor experiment on the example of ion-exchange water purification from nitrates. General information about the full factorial experiment is shown. A multifactorial process of ion-exchange purification is presented.

After conducting a three-factor experiment and processing its results, a second-order regression equation was obtained, which is an experimental statistical model of the process of ion-exchange purification of water from nitrates.

УДК 628.316

Волкова Г. А., Ануфриев В. Н.

## ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССА КОАГУЛЯЦИИ ВЫСОКОМОЛЕКУЛЯРНЫМИ ФЛОКУЛЯНТАМИ

**Введение.** Основной и определяющей стадией очистки природных вод из поверхностных водных объектов в условиях повышения их загрязнённости остаётся коагуляция воды. В результате обработки воды коагулянтами и флокулянтами происходит образование крупных агрегатов частиц загрязнений (хлопьев), легко отделяемых механическими методами очистки. Применение флокулянтов при обработке воды позволяет ускорить в камерах хлопьеобразования и отстойниках формирование хлопьев и их осаждение, повысить эффект осветления воды и увеличить скорость ее движения в сооружениях. В осветлителях со слоем взвешенного осадка данные реагенты увеличивают концентрацию частиц во взвешенном слое и уменьшают их вынос из него при одновременном повышении скорости восходящего потока воды. Использование флокулянтов на действующих сооружениях водоподготовки позволяет увеличить их производительность, обеспечивая повышение эффективности работы водоочистного комплекса в целом. В отдельные периоды года (паводки, низкие температуры воды и др.), когда технологические сооружения обеспечивают получение воды требуемого качества лишь при пониженной производительности, использование флокулянтов позволяет достигать необходимых расходов обработанной воды.

Как известно, **коагуляционный метод применяется для извлечения из воды стабилизированных и нестабилизированных поверхностно-активными веществами коллоидных и тонкодисперсных примесей**, не удаляемых механическими методами: отстаиванием, флотацией и фильтрованием. К коллоидным и тонкодисперсным веществам относятся частицы с гидравлической крупностью ( $U_0$ ) менее 0,3 мм/с и имеющие размеры менее 100 мкм, которые могут быть представлены органическими гидрофобными примесями, в том числе нефтепродуктами, а также гидрофильными органическими веществами (гумусовые вещества, полисахариды, белки, лигнин), и минеральными веществами (глинистые частицы, оксиды, карбонаты, сульфиды металлов, и т. д.). Одновременно может происходить химическое осаждение растворённых органических и минеральных веществ, которые могут вступать в химическое взаимодействие с коагулянтами и флокулянтами с образованием нерастворимых соединений. К таким веществам относятся соли гуминовых и фульвокислот, анионные и катионные ПАВ, фосфаты, сульфаты, катионы и комплексные анионы тяжёлых металлов [1].

Коагулянты, используемые для очистки воды, делятся на неорганические (соли алюминия и железа) и органические. К неорганическим коагулянтам относится сульфат алюминия, который выпускается в виде кристаллогидратов с разным содержанием молекул воды, полиоксихлорид алюминия, хлорид железа, сульфат трех- и двухвалентного железа, которые производятся в твёрдом виде (порошкообразном, кусковом, гранулированном) или жидком виде. Органические коагулянты представляют собой водорастворимые заряженные низкомолекулярные полимеры (полиэлектролиты), которые выпуска-

ются под различными торговыми марками, в том числе NALCO[2], SNF Floerger, Stockhausen (Праестол) и др.

Флокулянты в отличие от органических коагулянтов являются высокомолекулярными заряженными или нейтральными водорастворимыми органическими полимерами. Обычно это вещества с высокой молекулярной массой до 20 млн, выпускаются в порошкообразном, эмульгированном (эмульсия полимера в органическом растворителе) и жидком виде.

В результате плавного перемешивания обрабатываемой воды с растворами коагулянта и флокулянта обеспечивается более полная агломерация мелких хлопьев, происходит образование крупных агрегатов частиц загрязнений (макрохлопьев), легко отделяемых на сооружениях механической очистки. Однако механизмы действия коагулянтов и флокулянтов различны (рис. 1).

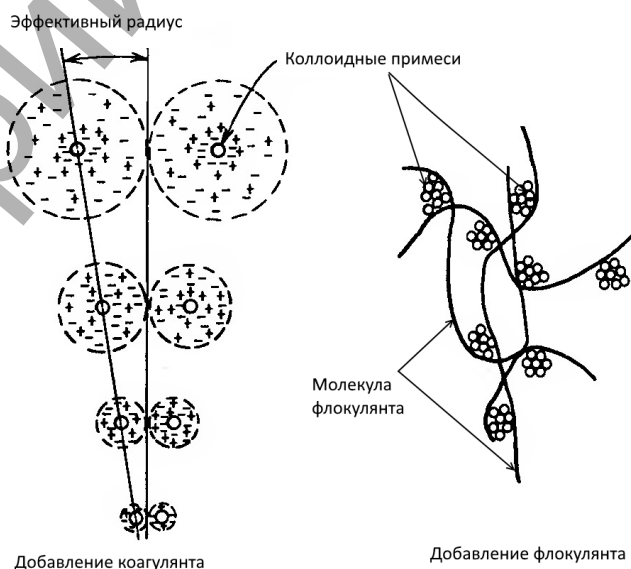


Рисунок 1 – Схема воздействия коагулянтов и флокулянтов на примеси

Содержащиеся в воде коллоидные вещества характеризуются различным гранулометрическим составом. Гидрофобные коллоиды не способны притягивать воду и не смачиваются водой в отличие от гидрофильных коллоидов, дисперсионной средой которых является вода, и которые способны притягивать воду и создавать вокруг себя гидратную оболочку в процессе так называемой гидротации коллоидов. Большинство веществ, обуславливающих мутность и цветность природных вод, является гидрофобными или слабогидрофильными коллоидами. Гидрофобными или слабогидрофильными также явля-

Волкова Галина Александровна, к. т. н., доцент, доцент кафедры водоснабжения, водоотведения и охраны водных ресурсов Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Ануфриев Владимир Николаевич, к. т. н., доцент заведующий кафедрой водоснабжения и водоотведения Белорусского национального технического университета.

Беларусь, БНТУ, 220013, г. Минск, пр-т Независимости, 65.