ВЛИЯНИЕ МАСС КРОНБЛОКА И ПОЛАТЕЙ НА ЧАСТОТНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ ПОДНИМАЕМОЙ КОНСТРУКЦИИ

Малашенко В.А.

В работах [I], [2] получены зависимости, описывающие изменения частот колебаний поднимаемого длинномерного сооружения, как стержня с распределенной массой. Здесь выводится частотное уравнение аналогичного устройства с учетом явно сосредоточенных масс кронблока и полатей.

В этом случае прогиб для всех сечений, за исключением точек закрепления сосредоточенных масс, удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+\frac{\mu F}{EJ}\left(1-\frac{q}{\mu F}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0, \qquad (I)$$

где q - интенсивность распределения внешней нагрузки; μ - погонная масса; EJ - изгибная жесткость; F - площадь поперечного сечения.

Решение уравнения (I), известным методом, можно свести к интегрированию обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка с правой частью

$$U^{IV}(\varepsilon)-\lambda^4 U(\varepsilon)=\frac{L^4}{EJ}f(\varepsilon);\quad \varepsilon=\frac{x}{L}. \qquad (2)$$

Общее решение уравнения (2) будем искать в виде

$$U(\varepsilon)=U_1(\varepsilon)+U_2(\varepsilon), \qquad (3)$$

здесь $U_1(\varepsilon)$ - общее решение уравнения (2) без правой части; $U_2(\varepsilon)$ - частное решение уравнения (2) с правой частью, которое удобно записать в виде

$$U_2(\varepsilon)=\frac{L^4}{2\lambda^3 EJ}\int_0^{\varepsilon}[sh\lambda(\varepsilon-\tau)-\sin\lambda(\varepsilon-\tau)]f(\tau)\,d\tau. \qquad (4)$$

При этом удовлетворяется условие

$$U_2(0)=U_2'(0)=U_2''(0)=U_2'''(0). \qquad (5)$$

Следовательно, общее решение уравнения (2) имеет вид

$$U(\varepsilon)=A_1\cos\lambda\varepsilon+A_2\sin\lambda\varepsilon+A_3 ch\lambda\varepsilon+A_4 sh\lambda\varepsilon+ \\ +\frac{L^4}{2\lambda^3 EJ}\int_0^{\varepsilon}[sh\lambda(\varepsilon-\tau)-\sin\lambda(\varepsilon-\tau)]f(\tau)\,d\tau. \qquad (6)$$

Для получения уравнения частот рассматриваем колебания отдельных участков стержня.

Удовлетворяя граничным условиям на левой опоре $x=0$, $U(0)=0$, $U''(0)=0$ уравнение изогнутой оси в интервале $0 \le \mathcal{E} \le \mathcal{E}_1$ можно записать в виде

$$U(\mathcal{E}) = A_1 \operatorname{sh} \lambda L \mathcal{E} + A_2 \sin \lambda L \mathcal{E}. \tag{7}$$

Уравнение изогнутой оси в интервале $\mathcal{E}_1 \le \mathcal{E} \le 1$, удовлетворяющее граничным условиям свободного конца $x=\ell$

$$U''(l)=0; \qquad EJ\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} = m\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \tag{8}$$

после некоторых преобразований (7) можно записать в виде

$$U(\mathcal{E}) = A_1 \operatorname{sh} \nu + A_2 \sin \nu + \alpha_1 \lambda^4 L^4 U(\mathcal{E}_1)\, U_1(\mathcal{E}-\mathcal{E}_1) + \left(\alpha \lambda^4 L^4 - \frac{cL^3}{EJ}\right) U(\mathcal{E}_2)\, U_1(\mathcal{E}-\mathcal{E}_2), \tag{9}$$

где c – жесткость соединительных канатов; $\nu = \lambda L \mathcal{E}$;

$$U_1(\mathcal{E}-\mathcal{E}_1) = \frac{1}{2\lambda^3 L^3}\left[\operatorname{sh}\lambda L(\mathcal{E}-\mathcal{E}_1) - \sin\lambda L(\mathcal{E}-\mathcal{E}_1)\right]; \tag{10}$$

$$U_1(\mathcal{E}-\mathcal{E}_2) = \frac{1}{2\lambda^3 L^3}\left[\operatorname{sh}\lambda L(\mathcal{E}-\mathcal{E}_2) - \sin\lambda L(\mathcal{E}-\mathcal{E}_2)\right]. \tag{11}$$

Удовлетворяя граничным условиям, после подстановки прогибов в сечениях

$$U(\mathcal{E}_1) = A_1 \operatorname{sh} \nu_1 + A_2 \sin \nu_1; \quad \nu_1 = \lambda L \mathcal{E}_1,$$

и опуская промежуточные преобразования, получим систему уравнений относительно неизвестных коэффициентов A_1, A_2:

$$\begin{aligned} A_1\alpha_1 + A_2\beta_1 &= 0; \\ A_1\alpha_2 + A_2\beta_2 &= 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Приравняв определитель системы (12) нулю, получим уравнение частот вида

$$\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 = 0. \tag{13}$$

Здесь коэффициенты α_1, α_2, β_1, β_2 имеют значения:

$$\alpha_1 = \operatorname{sh}\lambda L + \frac{\delta_1 \lambda \ell}{2}(\operatorname{sh}\psi_1 + \sin\psi_1)\operatorname{sh}\nu_1 - \frac{1}{2}\left[\frac{c}{\lambda^3 EJ} - \delta_2 \lambda L\right)\left[\operatorname{sh}\psi_2 + \sin\psi_2\right) X_1(\mathcal{E}_1); \tag{14}$$

$$\alpha_2 = ch\lambda L + \frac{\delta_1 \lambda L}{2}(ch\psi_1 + \cos\psi_1)\, sh\nu_1 - \frac{1}{2}\left(\frac{C}{\lambda^3 EJ} - \delta_2\lambda L\right)[ch\psi_2 + \cos\psi_2)\, X_1(\varepsilon_2) + \delta_3\lambda L\Big[sh\lambda L + \frac{\delta_1\lambda L}{2}[sh\psi_1 - \sin\psi_1)\, sh\nu_1\Big] - \frac{1}{2}\left(\frac{C}{\lambda^3 EJ} - \delta_2\lambda L\right)[sh\psi_2 - \sin\psi_2)\, X_1(\varepsilon_2); \tag{15}$$

$$\beta_1 = -\sin\lambda L + \frac{\delta_1\lambda L}{2}(sh\psi_1 - \sin\psi_1)\sin\nu_1 - \frac{1}{2}\left(\frac{C}{\lambda^3 EJ} - \delta_2\lambda L\right)\times (sh\psi_2 + \sin\psi_2)\, X_2(\varepsilon_2); \tag{16}$$

$$\beta_2 = -\cos\lambda L + \frac{\delta_1\lambda L}{2}(ch\psi_1 + \cos\psi_1]\sin\nu_1 - \frac{1}{2}\left(\frac{C}{\lambda^3 EJ} - \delta_2\lambda L\right)(ch\psi_2 + \cos\psi_2]\, X_2(\varepsilon_2) + \delta_3\lambda L\Big[\sin\nu_1 + \frac{\delta_1\lambda L}{2}\sin\nu_1 (sh\psi_1 - \sin\psi_1)\Big] - \frac{1}{2}\left(\frac{C}{\lambda^3 EJ} - \delta_2\lambda L\right)(ch\psi_2 - \sin\psi_2]\, X_2(\varepsilon_2), \tag{17}$$

где

$$\delta_i = \frac{m_i}{q};\quad \varepsilon_1 = \frac{x_1}{L};\quad \varepsilon_2 = \frac{x_2}{L};\quad \psi_1 = \lambda L(1-\varepsilon_1);\quad \psi_2 = \lambda L(1-\varepsilon_2);$$

$$X_1(\varepsilon_2) = sh\nu_2 + \frac{\delta_1\lambda L}{2}\left[sh\lambda L(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \sin\lambda L(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\right] sh\nu_1; \tag{18}$$

$$X_2(\varepsilon_2) = \sin\nu_2 + \frac{\delta_1\lambda L}{2}\left[sh\lambda L(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \sin\lambda L(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\right]\sin\nu_1. \tag{19}$$

Зная для конкретного механизма величины постоянных, входящих в уравнения (14),..., (19), решая трансцендентное уравнение (13), можно определить частоты колебаний высотного сооружения подвешенного соединительными канатами к подъемной стреле с учетом масс кронблока и полатей.

Из полученных в общем виде зависимостей вытекает ряд частных случаев. Например, если положить $\delta_1 = \delta_2$ и $C = 0$, то система (12) принимает вид

$$A_1 sh\lambda L - A_2 \sin\lambda L = 0;$$
$$A_1 ch\lambda L - A_2 \cos\lambda L = 0. \tag{20}$$

Приравнивая к нулю определитель системы (20) и разделив все члены уравнения на $ch\lambda L \cos\lambda L$, придем к известному уравнению частот колебаний для стержня с одним шарнирно закрепленным, а с другим свободным концами

$$th\lambda L - tg\lambda L = 0, \tag{21}$$

корни которого будут равны

$$\lambda_1 l = 3{,}93; \quad \lambda_2 l = 7{,}07; \ldots \lambda_n l = (2k+0{,}5)\pi,$$

при к = 2, 3,.., n.

Если положить $m_1 = m_2 = 0;\ c \neq 0$, что имеет место при подъеме, например, буровой вышки без предварительного закрепления на ней кронблока и полатей, то уравнение частот имеет вид

$$\frac{sh\lambda l\, ctg\lambda l - ch\lambda l}{sh\lambda l + ch\lambda l - sin\lambda l + cos\lambda l} = \frac{c}{2\lambda^3 EJ}. \tag{22}$$

Полученное уравнение (22) описывает частоты колебаний точки закрепления соединительных канатов к поднимаемому высотному сооружению. Для получения аналогичного уравнения для свободного конца сооружения достаточно положить $c_2 = 0$ и произвести те же преобразования.

Литература

1. Малащенко В.А., Калинин С.Г. Динамика механизмов при подъеме высотных сооружений. Львов: Вища школа, 1981. -110с.
2. Малащенко В.А. О частотах собственных колебаний механизма подьема буровых вышек// Некоторые вопросы динамики машин: Вестник Львовского политехн. ин-та. -1974. -№85. -С.5-7.