УДК 004.9

БАЗОВЫЕ ОПЕРАЦИИ МКЭ ДЛЯ РАСЧЕТА МЕХАНИЧЕСКИХ ВСТАВОК КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ

Латий О.О.
Брестский государственный технический университет, г. Брест
Научный руководитель: Хведчук В.И., к.т.н., доцент

Одной из важных проблем современной медицины является лечение расстройств мозгового кровообращения. Данная патология является одной из основных причин смертности населения развитых стран. Смертность от инсульта составляет до 20% от общей летальности, уступая лишь смертности от заболеваний сердца и опухолей всех локализаций.

Исходя из вышеизложенного, представляется чрезвычайно актуальным создание компьютерной модели кровотока в русле артерии с последующим прогнозированием его изменений в естественном состоянии и в ходе хирургического лечения.

Проведен анализ численных методов, применяемых для расчета потока жидкости или суспензии деформируемых частиц, которые можно разделить на группы: граничных интегральных уравнений [1], метод решеточных уравнений Больцмана [2], метод конечных элементов на подвижных сетках [3].

Рассмотрена модель метода конечных элементов для задачи воздействия на механическую вставку. Выделена, в качестве базовой, плоская задача теории упругости. Описана структура формирования матрицы жесткости треугольного конечного элемента. Показаны основные элементы объединения конечных элементов (КЭ) в расчетной модели реального объекта.

Рассматривается пластина, выполненная из изотропного материала (рис. 1), свободная от начальных напряжений и нагруженная только внешними силами на контуре, в срединной плоскости. Влияние объемных сил учитывается отдельно.

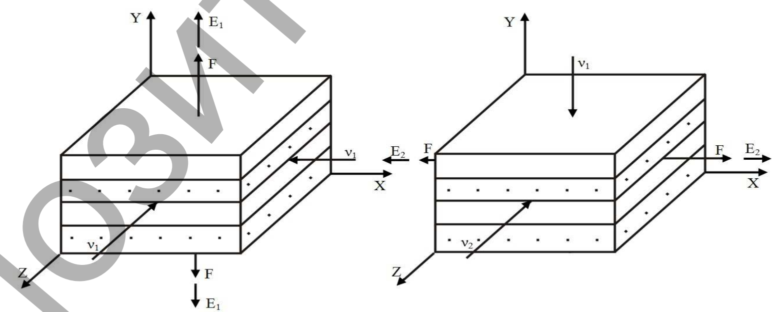
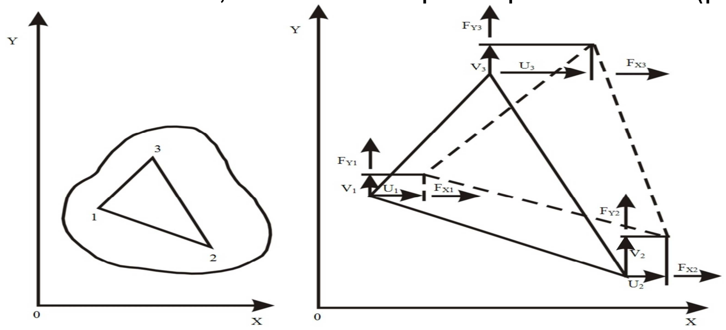


Рисунок 1 – Упругие постоянные для изотропного материала

В пластинке выделяется малый, но конечных размеров элемент (рис. 2а).



а – нумерация узлов, б – усилия и перемещения узлов
Рисунок 2 – Треугольный конечный элемент

Произвольная внешняя нагрузка на поверхности тела известными способами приводится к сосредоточенным силам, действующих в узлах КЭ.

Задаемся зависимостью между перемещениями внутренних и узловых точек. В простейшем случае эта зависимость линейна и может быть представлена в матричной форме

$$\vec{f} = \bar{\Phi}^T \vec{V}\ , \tag{1}$$

где матрица $\bar{\Phi}$ размерами 6x2 имеет следующий вид:

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{E}_2 \Phi_1(x,y) \\ \bar{E}_2 \Phi_2(x,y) \\ \bar{E}_2 \Phi_3(x,y) \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где $\bar{E}$ – единичная матрица, порядок которой равен числу степеней свободы узлов, то есть двум.

Вычисляя частные производные от перемещений U,V по координатам X, Y, и получим матричную форму для деформаций КЭ

$$\vec{\varepsilon} = \bar{B} \cdot \vec{V}\ , \tag{3}$$

где матрица $\bar{B}$ размерами 3x6 состоит из трех матриц $\bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{B}_3$:

$$\bar{B} = \bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{B}_3, \tag{4}$$

каждая из которых имеет вид

$$\bar{B}_1 = \frac{1}{2\Delta}\begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & C_1 \\ C_1 & B_1 \end{pmatrix}, ..., \bar{B}_3 = \frac{1}{2\Delta}\begin{pmatrix} B_3 & 0 \\ 0 & C_3 \\ C_3 & B_3 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Вывод уравнений равновесия производится на основе принципа возможных перемещений, который служит необходимым и достаточным условием минимума полной потенциальной энергии системы. При этом из всех возможных, то есть не противоречащих условиям закрепления тела, перемещений действительными оказываются перемещения, для которых сумма возможных работ всех внутренних и внешних сил равна нулю:

$$\delta W = \delta Э - \delta A = 0 \text{ или } \delta Э = \delta A. \tag{6}$$

На базе описанной модели реализована двумерная версия расчета задачи плоской теории упругости в математической системе Mathcad. Проведен расчет по МКЭ на примере вставки в кровеносный сосуд на механические воздействия.

Реализованные операции МКЭ могут быть использованы для разработки инструментария для построения базовых моделей расчета потока жидкости, позволяющих анализировать в последующем и воздействие суспензии.

Так, интересным является анализ нелинейной вариационной задачи, при которой точки на поверхности перераспределяются так, чтобы минимизировать высокочастотную компоненту в разложении по сферическим функциям, при этом на каждом шаге производится репараметризация. В качестве метода решения здесь может послужить метод начальных параметров.

Важным является моделирование неньютоновской жидкости, причем не только на малых скоростях, но и с исследованием устойчивости поведения на границах подвижных тел. Необходимо также моделирование многофазных потоков и сложных течений жидкости, включая потоки суспензии частиц и деформируемых капсул.

Еще одним направлением является моделирование поведения вставки как оболочки, например на базе метода конечных разностей. Имеется также немало систем конечно-элементного анализа (Ansys, Cosmos), имеющих в своем составе конечные элементы различной природы, пригодные для реализации вышеуказанных моделей.

Важным приложением разработанных средств является использование для задач обучения. В целом, предложенные средства позволяют сократить время при подготовке тестирующего контента для системы обучения и контроля знаний.

Список цитированных источников

1. Rahimian, A. Petascale direct numerical simulation of blood flow on 200K cores and heterogeneous architectures / A. Rahimian, I. Lashuk, S.K. Veerapaneni [et al.] // Proceedings of the 2010 ACM/IEEE International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis, 2010. – P. 1–11.

2. Peters, A. Multiscale simulation of cardiovascular flows on the IBM Blue Gene/ A. Peters, S. Melchionna, E. Kaxiras / P: full heart-circulation system at near red-blood cell resolution // SC10 November 2010. – New Orleans, Louisiana, USA, 2010.

3. Tezduyar, T.E. Parallel finite element computations in fluid mechanics / T.E. Tezduyar, A. Sameh // Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering, 2006. – Vol. 195, № 13–16. – P. 1872–1884.

УДК 519.713

ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО ДЛЯ РАЗДЕЛИТЕЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ ЧАСТИЧНО ЗАДАННЫХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Леончук К.И., Тузик И.В.

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Частичные функции возникают при кодировании входных, выходных символов и состояний частичных автоматов и используются для построения логических схем таких автоматов.

Разделительная декомпозиция позволяет при некоторой перестановке переменных исходной функции выделить из нее функцию, зависящую от меньшего числа переменных.

Эту выделенную в результате декомпозиции функцию можно реализовать в виде отдельного функционального блока, что упрощает саму логическую схему. Для того чтобы такая декомпозиция оказалась возможной, требуется найти такой способ доопределения таблицы значений исходной функции, чтобы свести ее строки (или столбцы) к строкам (или столбцам) не более чем двух одинаковых типов [1]. Тогда функция f(x,y,z,w) может быть приведена, например, к виду g(u,v,h(p,t)), где u, v, p, t – некоторая перестановка переменных x, y, z, w. При этом используется представление:

$$f(x,y,z,w) = \neg h(p,t) \& g(u,v,0) \vee h(p,t) \& g(u,v,1)$$

Основной целью предлагаемого программного средства, реализованного на языке C# и рассматриваемого в данной работе, является автоматизация перебора всех возможных вариантов доопределения заданной частичной функции с учетом возможного изменения порядка ее переменных.

В начале работы программы требуется задать частичную функцию и указать маску, в соответствии с которой будет осуществляться перебор порядка переменных для доопределения.

Частично заданная булева функция вводится с помощью символов 0, 1 и – (дефис).

Маска задается при помощи переменных x, y, z, w…, – (дефиса) и \ (обратного слеша).