

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕЙ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЁСТКОСТИ

Баранчик А.В., Баешко С.И.

**Введение.** Основной задачей строительного комплекса Республики Беларусь является наиболее полное обеспечение потребностей населения и народного хозяйства в высокоэффективной строительной продукции, сокращение сроков и стоимости строительства, снижение энергоёмкости и материальных затрат, повышение качества и конкурентоспособности продукции, а также уровня обеспечения внутреннего рынка республики строительными материалами (изделиями, конструкциями) отечественного производства.

Для решения данной задачи предусматриваются создание новых и модернизация действующих производственных мощностей, совершенствование проектирования и внедрение прогрессивных решений и технологий, выпуск материалов и изделий с повышенными потребительскими свойствами, расширение экспортного потенциала строительной продукции, активизация привлечения в сферу строительства инвестиций, повышающих загрузку производственных мощностей, и эффективное их использование.

В гражданском строительстве наиболее перспективной является технология монолитного домостроения. При использовании технологии монолитного строительства получаются одни из самых надежных и долговечных зданий. Кроме того, данная технология возведения зданий незаменима при строительстве в сейсмически активных районах. Достоинствами такой технологии строительства являются возможность возведение зданий со свободной планировкой помещений, а также сооружений с большими пролетами и необходимой высотой потолка. Возможность создания любых криволинейных форм расширяет разнообразие архитектурных решений при проектировании уникальных зданий. Стены, выполненные по монолитной технологии, практически не имеют швов, поэтому не возникает проблем со стыками и их заделкой. При качественной опалубке и хорошем исполнении такие стены намного сокращают объем работ при подготовке помещений к внутренней отделке.

Технология монолитного строительства пришла к нам из Европы, где просчитывается экономическая целесообразность каждого проекта, учитывается не только стоимость строительных материалов, но и стоимость работ и связанные с этим затраты. Монолитное домостроение, по сравнению со сборным, является более дешёвым. При такой технологии становится дешевле рабочая сила, трудозатраты осуществляются один раз.

В связи с этим стоит отдельно выделить преимущества монолитного строительства перед другими технологиями возведения зданий и сооружений.

Современное монолитное строительство немислимо без балочно-стоечной системы опалубки. Основу которой составляют опорные башни из телескопических стоек для устройства монолитного перекрытия, позволяющие легко наращивать опорную систему по высоте от 3 до 5 м. Телескопические стойки совместно с ригельными балками обеспечивают статическую устойчивость и безопасность проведения опалубочных работ.

Таким образом, вопрос устойчивости стойки-стержня переменной жёсткости имеет большое значение.

## Устойчивость телескопической стойки-стержня переменной жесткости. Теоретические исследования

Рассмотрим стойку, конструктивное решение которой показано на рис. 1.

Материал стержней телескопической стойки – Ст3.

Рассмотрим работу данной конструкции при условии, что материал стойки работает в упругой стадии, а  $D_{в(н)} = d_{в(н)}$ , т.е. в узле А (рис. 1) нет зазора.

Примем расчётную схему стойки в соответствии с рисунком 1.

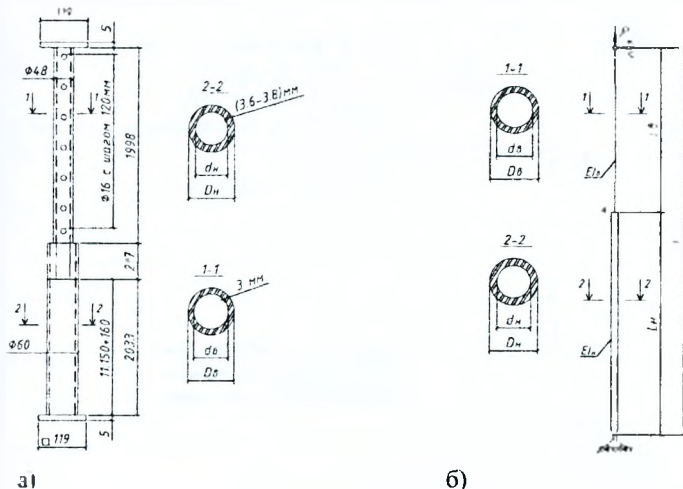


Рисунок 1 – Конструктивное решение рассматриваемой телескопической стойки (а), расчётная схема телескопической стойки (начальное положение) (б)

Для рассматриваемой стойки имеем:

$$\frac{EI_n}{EI_b} = \frac{EI D_n^4 (1 - \alpha_n^4)}{64} + \frac{EI D_n^4 (1 - \alpha_n^4)}{64} = \left( \frac{D_n}{D_b} \right)^4 \times \left( \frac{1 - \alpha_n^4}{1 - \alpha_b^4} \right) = M \quad (1.1)$$

или  $EI_n = MEI_b$ , при  $\alpha_n = \frac{d_n}{D_n}$ ;  $\alpha_b = \frac{d_b}{D_b}$  или  $M=2,413$  (см. рис. 1)

При небольшом искривлении стержней в момент потери устойчивости стойки примет форму, показанную на рисунке 2.

Тогда для верхнего участка стержня ( $0 \leq Z \leq l_0$ ) дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня на этом участке:

$$EI_n y_n'' + P y_n = 0, \quad (1.2)$$

а для нижнего участка стержня ( $l_0 < Z < l_0 + l_n$ ) – соответствующее дифференциальное уравнение имеет вид:

$$MEI_n y_n'' + P y_n = 0 \quad (1.3)$$

Обозначим  $\frac{i^2}{MEI_n} = k^2$ , тогда получаем дифференциальные уравнения (1.2)

и (1.3) в следующем виде:

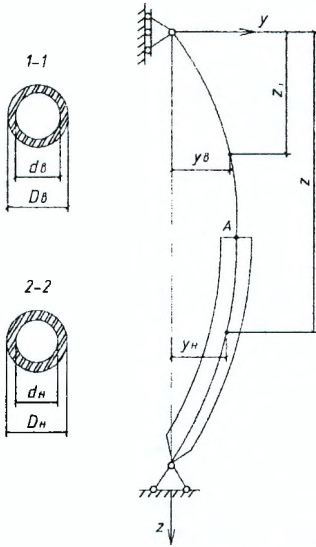
$$y_n'' + Mk^2 y_n = 0 \quad (1.4)$$

$$y_n'' + k^2 y_n = 0 \quad (1.5)$$

Общее решение этих дифференциальных уравнений представляется в виде:

$$y_b = C_1 \sin(\sqrt{M})kz + C_2 \cos(\sqrt{M})kz = 0 \quad (1.6)$$

$$y_n = C_3 \sin kz + C_4 \cos kz = 0 \quad (1.7)$$



- Имея граничные условия:
- 1) При  $z=0$  прогиб  $y_b=0$ , из уравнения (1.7), следует что  $C_2=0$ ;
  - 2) При  $z=l_b$  перемещения  $y_b=y_n$  и углы поворота  $y_b'=y_n'$ ;
  - 3) При  $z=l$  прогиб  $y_n=0$ .

Рисунок 2 – Расчётная схема телескопической стойки (деформированное состояние)

Из условия (2) имеем:

$$2a) y_b=y_n \text{ или } C_1 \sin(\sqrt{M})kl_b = C_3 \sin kl_b + C_4 \cos kl_b = 0; \quad (1.8)$$

$$2б) y_b=y_n \text{ или } C_1 \cos(\sqrt{M})kl_b = C_3 \cos kl_b - C_4 \sin kl_b = 0 \quad (1.9)$$

$$\text{Из условия (3) имеем: } C_3 \sin kl = C_4 \cos kl = 0 \quad (1.10)$$

Составим систему уравнений, используя (1.8, 1.9, 1.10):

$$\left. \begin{aligned} C_1 \sin(\sqrt{M})kl_b - C_3 \sin kl_b + C_4 \cos kl_b &= 0 \\ C_1 \cos(\sqrt{M})kl_b - C_3 \cos kl_b + C_4 \sin kl_b &= 0 \\ C_3 \sin kl + C_4 \cos kl &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Система уравнений (1.11) имеет решение при равенстве определителя этой системы уравнений нулю:

$$\begin{vmatrix} \sin(\sqrt{M})kl_b & -\sin kl_b & -\cos kl_b \\ \cos(\sqrt{M})kl_b & -\cos kl_b & -\sin kl_b \\ 0 & \sin kl & \cos kl \end{vmatrix} = 0 \quad (1.12)$$

Раскрываем определитель:

$$\begin{aligned} & (-1)^{l+1} \sin(\sqrt{M}) \kappa l_n \left| \frac{-\cos \kappa l_n}{\sin \kappa l} \frac{\sin \kappa l_n}{-\cos \kappa l} \right| + (-1)^{2+l} \sqrt{M} \cos(\sqrt{M}) \kappa l_n \left| \frac{-\sin \kappa l_n}{\sin \kappa l} \frac{-\cos \kappa l_n}{\cos \kappa l} \right| = \\ & = \sin(\sqrt{M}) \kappa l_n (-\cos \kappa l_n \cos \kappa l - \sin \kappa l_n \sin \kappa l) - \sqrt{M} \cos(\sqrt{M}) \kappa l_n (-\sin \kappa l_n \cos \kappa l + \\ & + \cos \kappa l_n \sin \kappa l) = \sin(\sqrt{M}) \kappa l_n [\cos(\kappa l_n - \kappa l)] - \sqrt{M} \cos(\sqrt{M}) \kappa l_n [-\sin(\kappa l_n - \kappa l)] = \\ & = -\sin(\sqrt{M}) \kappa l_n \cos \kappa l_n - \sqrt{M} \cos(\sqrt{M}) \kappa l_n \sin \kappa l_n = 0; \end{aligned}$$

Отсюда получаем при  $M=2,412$  и  $\sqrt{M}=1,553$ :

$$\sin 1,553 \kappa l_n \cos \kappa l_n - 1,553 \cos 1,553 \kappa l_n \sin \kappa l_n = 0 \quad (1.13)$$

Согласно рис. 1  $1 \leq n = l_n / l_0 \leq 16$ .

В рабочее положение верхнюю стойку выдвигают до  $l_0 = 1250-1400$  мм; т.е. при  $n = 1,605-1,450$ .

Принимая  $n = 1,553$  упростим выражение (1.13):

$$\sin 1,553 \kappa l_n \cos \kappa l_n - 1,553 \cos 1,553 \kappa l_n \sin \kappa l_n = 0$$

$$\text{С учётом } \frac{1}{2} \sin 2 \times 1,553 \kappa l_n - 1,553 \sin 2 \times 1,553 \kappa l_n = 0$$

$$\text{Откуда } \sin 2 \times 1,553 \kappa l_n = 0,5 \sin 2 \times 1,553 \kappa l_n = \pi$$

$$\text{Тогда } \kappa = \frac{\pi}{2 \times 1,553 \kappa l_n}; P_{кр}^n \kappa^2 M E I_n = \frac{\pi^2 M E I_n}{(2 \times 1,553)^2 l_n^2} = \frac{2,471 I_n}{l_n^2} \quad (1.14)$$

Для рассматриваемого стержня (рис. 3) имеем:

$$l_n = (125 - 140) \text{ см}; E = 2,1 \times 10^6 \text{ кг/см}^2; I_n = \frac{3,14 \times 4,8^4}{64} \left[ 1 - \left( \frac{4,5}{4,8} \right)^4 \right] = 5,925 \text{ см}^4;$$

$$P_{кр}^n = \frac{2,472 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 5,925}{(125 \div 140)^2 l_n^2} = (1,57 \cdot 10^{-3} \div 1,97 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^6 \text{ кгс} = (1570 \div 1970) \text{ кгс}.$$



Рисунок 3 – Рассматриваемая телескопическая стойка переменной жёсткости

Таким образом, при упругой работе телескопической стойки переменной жёсткости имеем:  $P_{кр}^{уп} = (1570 \div 1970) \text{ кгс}$ .

При упругопластической работе:  $P_{кр}^{уп} < P_{кр}^{уп}$ .

**Заключение.** Рассмотренная теоретическая модель позволяет определить критическую нагрузку на стойку при упругой работе и отсутствие зазоров в узле А.

Для определения грузоподъемности стойки целесообразно воспользоваться графиком зависимости  $P_{кр} = f(l_0)$ , решив уравнение (1.14) при различных значениях  $l_0$ .

#### Список цитированных источников

1. Стальные конструкции. Нормы проектирования: СНиП II-23-81\*. – Введ. 14.08.1981. – Москва: ЦИТП Госстроя СССР, 1990. – 96 с.
2. Вольмир. А.С. Устойчивость деформируемых систем/ Вольмир А.С. – Москва: Наука, 1967. – 984 с.
3. Смешко, Н.К. Строительная механика. Учебник для вузов/ Смешко Н.К. – Изд. 2-е, доп. – Москва: Высшая школа, 1972. – 488 с.
4. Снитко, Н.К. Строительная механика. Учебник для вузов/ Снитко Н.К. – Изд. 3-е, перераб. – Москва: Высшая школа, 1980. – 431 с.
5. Ovarlez, G. Roussel, N. A physical model for the prediction of lateral stress exerted by self compacting concrete on formwork / G. Ovarlez, N. Roussel // [Electronic resource] / RILEM. The International Union of Laboratories and Experts in Construction Materials. Systems and Structures – EU, 2006. – Режим доступа: <http://www.rilem.net>. – Дата доступа: 26.02.2009.

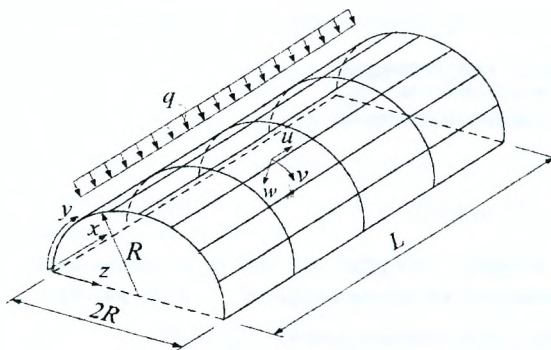
УДК 539.3

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ТОНКИХ ПОДКРЕПЛЁННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ ПРИ ВНЕШНЕМ ДАВЛЕНИИ

Игнатов А.Ю., Игнатьев В. И.

**Введение.** Подкрепленные цилиндрические оболочечные покрытия являются достаточно эффективными сооружениями и широко применяются при строительстве ангаров, складов и т. п. В процессе эксплуатации они подвергаются действию нагрузок, которые создают внешнее давление на покрытия. При этом несущая способность таких оболочечных покрытий чаще всего определяется их устойчивостью.

**Постановка задачи.** Рассматривается подкрепленное цилиндрическое покрытие длиной  $L$ , представляющее собой систему, состоящую из оболочки (тонкой многослойной обшивки) и жёстко с ней соединённых по линиям контакта продольных (стрингеры) и кольцевых (шпангоуты) ребер (рис. 1). Криволинейная ортогональная система координат выбрана так, что координатные ли-



нии  $x$  и  $y$  совпадают с линиями главных кривизн срединной поверхности обшивки (радиусом  $R$ ). Положение произвольных точек оболочки (ребер), не лежащих в координатной (срединной) поверхности, определяется третьей координатой  $z$ , нормальной к линиям  $x = const$ ,  $y = const$  и направленной к центру кривизны обшивки.

Рисунок 1