

ное количество ложных ближайших соседей; средний размер окрестности; среднее значение квадрата размера окрестности. Первое в ряду значение, равное нулю, и является размером пространства вложения. По рис. 2 видно, что первый ноль относится ко второму значению, следовательно,  $d_e = 2$ .

#shannon= 2.443705e+00	6 1.223172e+00	13 1.056592e+00
0 2.443705e+00	7 1.291381e+00	14 1.027694e+00
1 1.618386e+00	8 1.158991e+00	15 1.047767e+00
2 1.542455e+00	9 1.172538e+00	16 9.734117e-01
3 1.418093e+00	10 1.099944e+00	17 1.071234e+00
4 1.354451e+00	11 1.070944e+00	18 1.006761e+00
5 1.288016e+00	12 1.048078e+00	19 1.051574e+00
		20 1.077075e+00

Рисунок 3 – Результат обработки временного ряда с помощью программы *mutual.exe*

1 1.000000e+00 2.566184e-03 8.205155e-06	1 1.000000e+00 2.566184e-03 8.205155e-06
2 0.000000e+00 5.521890e-03 3.674031e-05	2 0.000000e+00 5.521890e-03 3.674031e-05
3 0.000000e+00 5.770457e-03 3.894124e-05	3 0.000000e+00 5.770457e-03 3.894124e-05
4 0.000000e+00 6.007688e-03 4.114138e-05	4 0.000000e+00 6.007688e-03 4.114138e-05
5 0.000000e+00 6.232683e-03 4.332706e-05	5 0.000000e+00 6.232683e-03 4.332706e-05

Рисунок 2 – Результат обработки временного ряда с помощью программы *false\_nearest.exe*

При визуализации временного ряда в фазовом пространстве  $d_e = 2$  с задержкой  $\tau = 6$  получен результат, показанный на рис. 3.

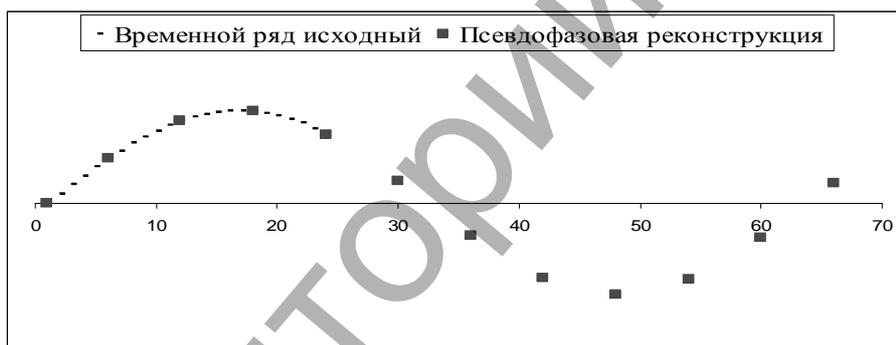


Рисунок 3 – Реконструкция исходного аттрактора в пространстве точек  $d_e = 2$  с задержкой  $\tau = 6$

**Список цитированных источников**

1. Головки, В.А. Нейросетевые методы обработки хаотических процессов / В.А. Головки // Лекции по Нейроинформатике. – М.: МИФИ, 2005. – С. 45-57.
2. Hegger, R. Practica implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package / R.Hegger, H. Kantz, Th. Schreiber // CHAOS. – 1999. – P.413-435.

УДК 519.24

**СОСТОЯТЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

**Сурмач А.И.**

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, г. Гродно

Семенчук Н.В., к.ф.-м.н., доцент

При построении оценок спектральных плотностей обычно применяются периодограммные методы, в основе которых лежит квадрат модуля преобразования Фурье конечной реализации исследуемого процесса. Для получения состоятельных оценок спектральных плотностей, как правило, используется метод сглаживания периодограмм спектральными окнами. Обработка случайного процесса с помощью функций окна про-

смотра данных и спектрального окна применяется для улучшения статических свойств оценок его спектральной плотности. При этом основное назначение окна просмотра данных – уменьшить величину смещения, в то время как спектрального окна – уменьшить дисперсию в периодограммных спектральных оценках. Одна из основных проблем классического спектрального оценивания связана с выбором указанных функций. Таким образом, возникает необходимость проведения сравнительного анализа известных классических оценок спектральных плотностей в зависимости от используемых окон просмотра данных и спектральных окон. Также оценки спектральных плотностей строятся путем осреднения расширенных периодограмм. Таким образом, возникает необходимость проведения сравнительного анализа известных классических оценок спектральных плотностей в зависимости от используемых окон просмотра данных и спектральных окон.

В современных условиях хозяйственной независимости промышленных и торговых предприятий в Республике Беларусь для многих из них является актуальной задача прогнозирования. Сейчас, когда предприятия вынуждены работать по рыночным законам, менеджеры хотят знать перспективы развития своего предприятия, чтобы предугадать последствия тех или иных решений.

Для построения расширенной периодограммы, т.е. оценки вида:

$$I_T^{(h)}(\lambda) = \frac{1}{2\pi H_2^{(T)}(0)} d_T(\lambda) d_T(-\lambda) \quad (1)$$

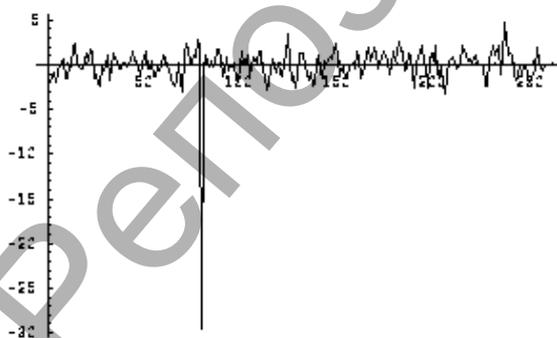
с окном просмотра данных Хэнинга

$$h(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\pi x)), \quad x \in [-1, 1] \quad (2)$$

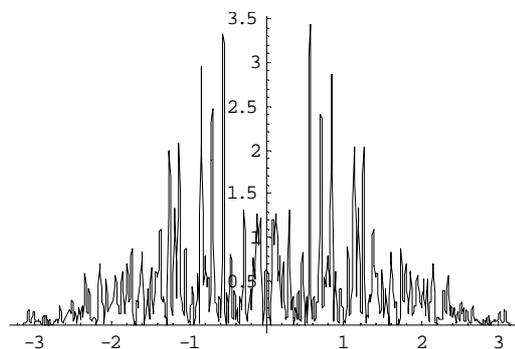
были смоделированы нормально распределённые случайные величины (с помощью генератора случайных чисел в пакете Excel). Их реализация построена на рис. 1. Далее, используя полученные реализации случайных величин, по формулам:

$$X(t) = \sum_{j=1}^p \beta_j X(t-j) + \varepsilon(t), \quad X(t) = \sum_{k=0}^q \alpha_k \varepsilon(t-k), \quad \alpha_0 = 1, \quad (3)$$

моделировались процессы AR(1) и MA(1). Для смоделированных процессов в СКА Mathematica построена на рис. 2 расширенная периодограмма с окном просмотра данных Хэнинга.



**Рисунок 1 – Реализация процесса MA(1),  
T = 256,  $\alpha_1 = 0.8, \varepsilon_t \sim N(0, 1)$**



**Рисунок 2 – Расширенная периодограмма  
с окном просмотра данных Хэнинга**

Состоятельная классическая оценка спектральной плотности, полученная путём осреднения расширенной периодограммы  $I_T^{(h)}(\lambda_{j+k})$  в точке  $\lambda = \lambda_j = \frac{2\pi j}{T}$ , т.е. статистику вида (см. ниже):

$$\hat{f}_T(\lambda_j) = \sum_{k=-[\frac{T}{2}]+1}^{[\frac{T}{2}]} \varphi_T(k) I_T^{(h)}(\lambda_{j+k}), \quad (4)$$

где  $j = -[\frac{T}{2}] + 1, [\frac{T}{2}]$ , а  $\varphi_T(k), k \in Z$  - произвольная, не зависящая от наблюдений четная целочисленная функция, называемая спектральным окном,  $\varphi_T(k) = 0$  для  $k \notin (-[\frac{T}{2}] + 1, [\frac{T}{2}])$ , построена на рис. 3.

Таким образом, получены практические результаты в области спектрального анализа случайных процессов, которые решают задачу построения состоятельных оценок спектральных плотностей стационарных случайных процессов с дискретным временем.

Вышеприведенный алгоритм построения состоятельных классических оценок спектральных плотностей был апробирован на реальных данных. Для анализа были выбраны данные Белинвестбанка по кросс-курсу евро-доллар за 2005 – апрель 2013 года. Данные получены как средний курс за каждый месяц.

Получили временной ряд из 100 значений. Графически ряд представляется на рис. 4. Для проверки ряда на стационарность провели ряд различных тестов при помощи эконометрического пакета Eviews 5.5., такие как тест Дики-Фуллера, анализ остатков при помощи статистики Жака-Бера, Q-статистики, анализ ЧАКФ и АКФ.

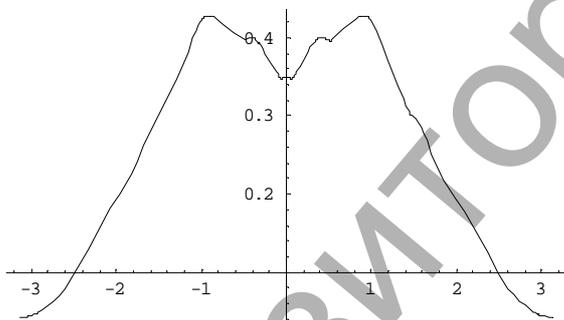


Рисунок 3 – Состоятельная классическая оценка спектральной плотности с параметром  $Bt = 22$

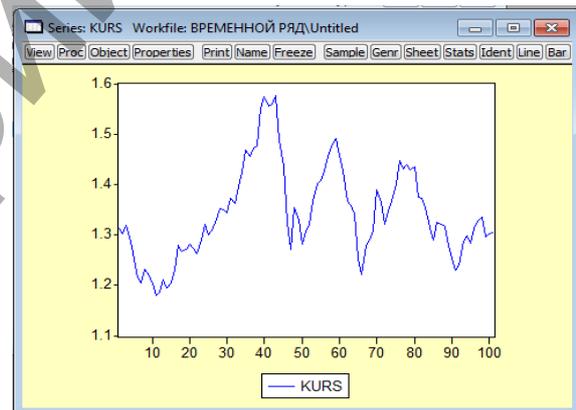


Рисунок 4 – Изменение значений кросс-курса евро-доллар за 2005 – апрель 2013 года

Сделан вывод, что данный временной ряд является стационарным и поэтому его можно использовать для реализации алгоритма.

Построили расширенную периодограмму с окном просмотра данных Хэннинга на рис. 5 и её состоятельную классическую оценку спектральной плотности на рис. 6.

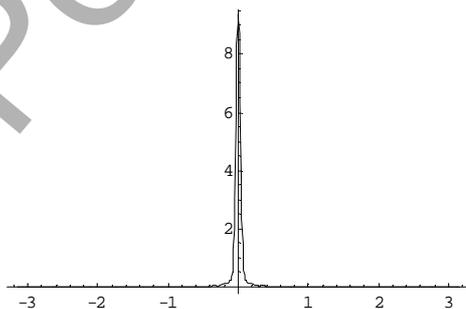


Рисунок 5 – Расширенная периодограмма с окном просмотра данных Хэннинга

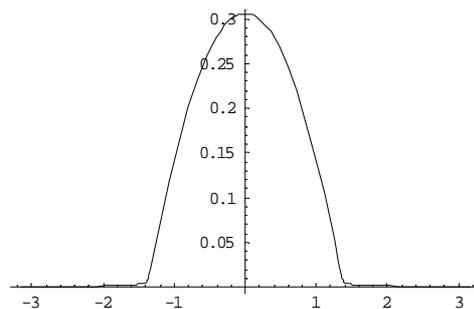


Рисунок 6 – Состоятельная классическая оценка спектральной плотности

По построенным результатам можно сделать вывод, что временной ряд кросс-курса евро-доллар изменяется как процесс скользящего среднего.

#### Список цитированных источников

1. Журбенко, И.Г. Спектральный анализ стационарных случайных процессов / И.Г. Журбенко, Н.Н. Труш // Вестник БГУ. Сер. 1: Физ. Мат. Мех., 1981. – №1. – 147 с.
2. Дьяконов, В. Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления процессов / В. Дьяконов. – М.: ДМК-Пресс, 2008. – 574 с.

УДК 625.539.3

## АЛГОРИТМ ФЛОЙДА ПРИ ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАССЫ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

**Фёдоров А.В.**

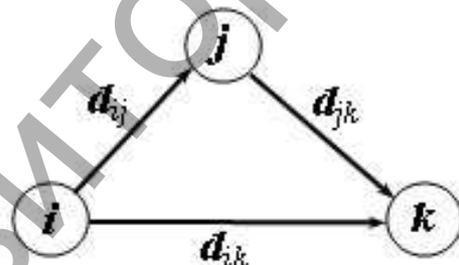
*Белорусский государственный технологический университет, г. Минск  
Научный руководитель: Лащенко А.П., к.т.н., доцент*

Алгоритм Флойда – динамический алгоритм для нахождения кратчайших расстояний между всеми вершинами взвешенного ориентированного графа, не имеющего циклов с отрицательной длиной.

Пусть  $G = (V, E)$ ,  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  – ориентированный граф и задана весовая функция:

$$w(i, j) = \begin{cases} w(i, j) \in R, & (i, j) \in E \\ 0, & i = j \\ +\infty, & (i, j) \notin E \end{cases} \quad (1)$$

определяющая длину его дуг  $(i, j) \in E$  [3]



**Рисунок 1 – Граф для алгоритма**

Суть алгоритма можно рассмотреть на данном графе (рис. 1) из трех вершин. Существуют два возможных случая:

- 1) кратчайший путь между  $i$ ,  $k$  не проходит через вершину  $j$ , замену не производим.
- 2) существует более короткий путь между  $i$ ,  $k$ , проходящий через  $j$ , тогда он сначала идет от  $i$  до  $j$ , а потом от  $j$  до  $k$ .

В этом случае, очевидно  $d_{ik} > d_{ij} + d_{jk}$ , и заменяем  $d_{ik} = d_{ij} + d_{jk}$ .

Тогда  $d_{ik} = \min(d_{ik}, d_{ij} + d_{jk})$ .

Алгоритм Флойда последовательно вычисляет все значения для  $d_{ik}$   $i \neq k$  от 1 до  $n$ . Полученные значения являются длинами кратчайших путей между вершинами  $i$ ,  $k$ .

В настоящее время практика трассирования автомобильных дорог на заболоченных территориях основывается на интуитивном и в лучшем случае двух, трехвариантном решении переходов через отдельные или наиболее сложные участки[1].

Многообразие факторов, влияющих на положение автомобильных лесовозных дорог в плане, создает условия многовариантности, следовательно, получение оптимального