

УДК 519.86+519.246.8

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПСЕВДОАТТРАКТОРА В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ  
ПО ВРЕМЕННОМУ РЯДУ****Степанюк Н.Н.***Брестский государственный технический университет, г. Брест  
Научный руководитель: Головки В.А., д.т.н., профессор*

В настоящее время для изучения поведения сложных систем широко используется подход, основанный на анализе сигналов, произведенных этой системой. Данный способ актуален в тех случаях, когда математически описать изучаемый процесс весьма проблематично, но имеется некоторая характерная наблюдаемая величина. Поэтому анализ систем часто реализуется посредством обработки регистрируемых сигналов. Например, в сейсмологии в качестве такого сигнала используется запись колебаний земной коры, в метеорологии – данные метеонаблюдений и т.п. Таким образом, под динамической системой понимается система произвольной природы с конечным числом факторов, влияющих на динамику. Раздел, изучающий теорию динамических систем, называется анализом временных рядов.

Пусть имеется некоторая динамическая система, но мы можем наблюдать (фиксировать) только одну из фазовых координат этой системы. Запишем равноотстоящие по времени измерения этой координаты в виде временного ряда:  $x(1), x(2), \dots, x(N)$ , где  $N$  – количество измерений.

При анализе временных рядов главной задачей является реконструкция породившей этот ряд динамической системы. Задача решается посредством нахождения размерности вложения  $d_e$  (от embedding) – минимального числа динамических переменных, однозначно описывающих поведение исследуемой системы, которое также называют лаговым пространством.

Приемлемое описание поведения динамической системы можно получить, используя только одну координату в фазовом пространстве, если взять вместо реальных переменных  $k$ -мерные векторы задержек, составленные из ряда в последовательные моменты времени:  $x(t), x(t + \tau), \dots, x(t + (d_e - 1) \cdot \tau)$ .

При выполнении условия  $k \geq 2 d_e + 1$  можно реконструировать фазовое пространство (пространство состояний) системы таким образом, что оно будет сохранять важнейшие топологические свойства. При условии стационарности временного ряда на базе этой реконструкции (построив псевдоаттрактор) строится прогноз его дальнейшей динамики.

Таким образом, анализ временных рядов заключается в определении параметров вложения динамической системы, а именно в выборе подходящей временной задержки сигнала  $\tau$  и размерности  $d_e$  пространства вложения для псевдофазовой реконструкции.

Для определения временной задержки  $\tau$  может использоваться метод взаимной информации. Данный метод реализован в пакете TISEAN [1] в программе mutual.exe из данного пакета. Входными значениями является файл, хранящий временной ряд. Результатом выполнения программы является файл, в котором хранится ряд значений. Первый минимум данного ряда и является задержкой  $\tau$ . Фрагмент файла, полученного после обработки временного ряда, показан на рис. 1, где видно, что шестое значение является первым минимумом, следовательно,  $\tau = 6$ .

Для нахождения размера пространства вложения используется программа из того же пакета false\_nearest.exe. Она вычисляет относительное количество ложных ближайших соседей при восстановлении аттрактора в лаговом пространстве. Результаты расчёта выводятся в виде четырёх столбцов: размерность лагового пространства; относитель-

ное количество ложных ближайших соседей; средний размер окрестности; среднее значение квадрата размера окрестности. Первое в ряду значение, равное нулю, и является размером пространства вложения. По рис. 2 видно, что первый ноль относится ко второму значению, следовательно,  $d_e = 2$ .

#shannon= 2.443705e+00	6 1.223172e+00	13 1.056592e+00
0 2.443705e+00	7 1.291381e+00	14 1.027694e+00
1 1.618386e+00	8 1.158991e+00	15 1.047767e+00
2 1.542455e+00	9 1.172538e+00	16 9.734117e-01
3 1.418093e+00	10 1.099944e+00	17 1.071234e+00
4 1.354451e+00	11 1.070944e+00	18 1.006761e+00
5 1.288016e+00	12 1.048078e+00	19 1.051574e+00
		20 1.077075e+00

Рисунок 3 – Результат обработки временного ряда с помощью программы *mutual.exe*

1 1.000000e+00 2.566184e-03 8.205155e-06	1 1.000000e+00 2.566184e-03 8.205155e-06
2 0.000000e+00 5.521890e-03 3.674031e-05	2 0.000000e+00 5.521890e-03 3.674031e-05
3 0.000000e+00 5.770457e-03 3.894124e-05	3 0.000000e+00 5.770457e-03 3.894124e-05
4 0.000000e+00 6.007688e-03 4.114138e-05	4 0.000000e+00 6.007688e-03 4.114138e-05
5 0.000000e+00 6.232683e-03 4.332706e-05	5 0.000000e+00 6.232683e-03 4.332706e-05

Рисунок 2 – Результат обработки временного ряда с помощью программы *false\_nearest.exe*

При визуализации временного ряда в фазовом пространстве  $d_e = 2$  с задержкой  $\tau = 6$  получен результат, показанный на рис. 3.

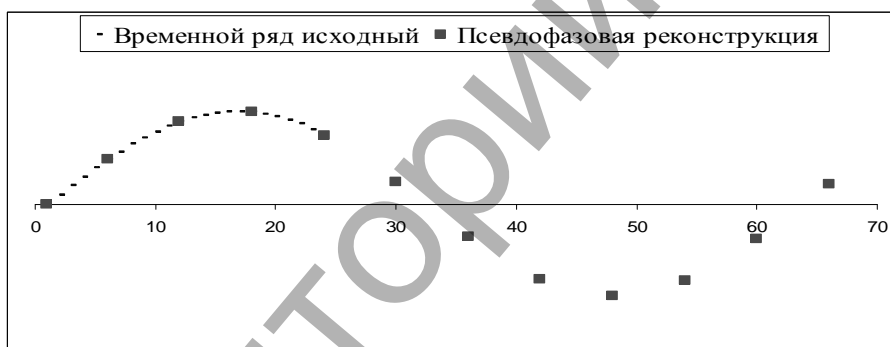


Рисунок 3 – Реконструкция исходного аттрактора в пространстве точек  $d_e = 2$  с задержкой  $\tau = 6$

**Список цитированных источников**

1. Головки, В.А. Нейросетевые методы обработки хаотических процессов / В.А. Головки // Лекции по Нейроинформатике. – М.: МИФИ, 2005. – С. 45-57.
2. Hegger, R. Practica implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package / R.Hegger, H. Kantz, Th. Schreiber // CHAOS. – 1999. – P.413-435.

УДК 519.24

**СОСТОЯТЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

**Сурмач А.И.**

*Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, г. Гродно*

*Семенчук Н.В., к.ф.-м.н., доцент*

При построении оценок спектральных плотностей обычно применяются периодограммные методы, в основе которых лежит квадрат модуля преобразования Фурье конечной реализации исследуемого процесса. Для получения состоятельных оценок спектральных плотностей, как правило, используется метод сглаживания периодограмм спектральными окнами. Обработка случайного процесса с помощью функций окна про-