А.В.Санкевич, канд.физ.-мат.наук (БрПИ)

ОБ ОДНОМ УПРОЩЕННОМ УРАВНЕНИИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Для упрощенного уравнения

$$(y'+y^2)y''' = y''^2 + (ay'y+by^3)y'' + cy'^3 + \delta y'^2 y^2 + ey'y^4 + fy^6 \quad (1)$$

с постоянными коэффициентами будем искать необходимые условия отсутствия подвижных критических особых точек в его решениях. После замены $y = \frac{s}{z}$ это уравнение сводится к системе

$$z' = 1 + uz,$$

$$(1-s+uz)z^2u'' = (-es^3+(3b+2d)s^2+(12-5a-3c)s-6)u + z^2[((a-3)s+1)u'u + ((1-a-c)s-2)u^3] + z[((a-4)s\ \ s^2)u' + ((b+d)s^k+(7-4a-3c)s-7)u^2] + \frac{1}{z}[fs^4-es^3+(2b+d)s^2+(6-2a-c)s-2] + z^3[u'^2+u'u^2-u^4].$$

Необходимо рассмотреть пять случаев:

1) $f=e=2b+d=6-2a-c=0$; 2) $f=e=2b+d=0$, $6-2a-c\neq 0$; 3) $f=e=0$, $2b+d\neq 0$; 4) $f=0$, $e\neq 0$; 5) $f\neq 0$.

Рассмотрим случай 3. Используя результаты статьи [1], доказываем теорему:

Т Е О Р Е М А . Для того, чтобы уравнение (1) было уравнением P-типа в случае $f=e=0$, необходимо чтобы оно имело один из следующих видов:

1. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + \frac{28}{3}y''y'y + \frac{16}{3}y''y^3 - \frac{50}{3}y'^3 - \frac{64}{9}y'^2y^2$,
2. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + \frac{11}{2}y''y'y + \frac{3}{2}y''y^3 - \frac{19}{2}y'^3 - \frac{21}{4}y'^2y^2$,
3. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + \frac{31}{4}y''y'y + \frac{15}{4}y''y^3 - \frac{65}{4}y'^3 - \frac{75}{16}y'^2y^2$,
4. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + 8y''y'y + 4y''y^3 - 17y'^3 - 4y'^2y^2$,
5. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + \frac{62}{5}y''y'y + \frac{42}{5}y''y^3 - \frac{103}{5}y'^3 - \frac{294}{25}y'^2y^2$,
6. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + \frac{15}{2}y''y'y + \frac{7}{2}y''y^3 - \frac{7}{2}y'^3 - \frac{21}{4}y'^2y^2$,
7. $(y'+y^2)y''' = y''^2 - \frac{19}{4}y''y'y - \frac{35}{4}y''y^3 + \frac{45}{4}y'^3 + \frac{245}{16}y'^2y^2$,
8. $(y'+y^2)y''' = y''^2 - \frac{40}{11}y''y'y - \frac{84}{11}y''y^3 + \frac{101}{11}y'^3 + \frac{105}{11}y'^2y^2$,
9. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + ay''y'y + \frac{1}{2}(a-4)(4-2a-c)y''y^3 - cy'^3 + (3-a)(4-2a-c)y'^2y^2$,
10. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + ay''y'y + \frac{1}{2}(2-5a-3c)(4-2a-c)y''y^3 + cy'^3 + (5a+3c-3)(4-2a-c)y'^2y^2$,
11. $(y'+y^2)y''' = y''^2 + ay''y'y + by''y^3 - 2(a-1)y'^3 - 2(b+1)y'^2y^2$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Bureau F.J. // Annali di matematica pura ed applicata.- Serie IV, 1964, 64, p. 229-364.