М.П.Сидоревич, канд.физ.-мат.наук (БрПИ)

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ИНВАРИАНТА ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение

$$W'' + p(z)W' + q(z)W = 0 \tag{1}$$

с мероморфными в некоторой области коэффициентами $p(z)$ и $q(z)$. Найдем условие, при котором уравнение (I) имеет решение вида

$$W(z) = \sum_{k=1}^{N} a_k \omega^k, \quad a_k - \text{const}, \tag{2}$$

$$\omega(z) = q(z) - \frac{1}{2} p'(z) - \frac{1}{4} p^2(z). \tag{3}$$

Чтобы $\omega(z)$, а значит и $W(z)$, были мероморфными, необходимо [I] $N = 1$.

Будем говорить, что уравнение (I) принадлежит к классу уравнений Δ, если оно имеет своим решением инвариант (2).

В [2] найдены условия, при которых (I)$\in \Delta$, и выделены некоторые линейные уравнения второго порядка со свойством Δ.

Пусть в (I) $p(z) \equiv 0$, тогда имеет место

Теорема. Уравнение (I) принадлежит Δ тогда и только тогда, когда оно есть уравнение Ламе

$$W'' - 6\wp(z)W = 0, \tag{4}$$

где, $\wp(z) = \wp(z + C_2; 0; C_1)$ - эллиптическая функция Вейерштрасса с инвариантами $g_2 = 0$, $g_3 = C_1$, а C_1 и C_2 - произвольные постоянные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айнс Э. Обыкновенные дифференцированные уравнения. - Харьков: ГНТИУ, 1939. - 717 с.
2. Сидоревич М.П. Дифференциальные уравнения третьего порядка, разрешимые в классических трансцендентных функциях. Дисс. канд.физ.-мат.наук. - Минск, 1983. - 118 с.