УДК 539.3

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЛОИСТЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ЗАДАННЫМИ ТЕПЛОПРОВОДНЫМИ СВОЙСТВАМИ.

Али М. Абед Аль-Зобайде
Белорусский национальный технический университет,
Минск, Республика Беларусь

Введение. Работоспособность приборов зачастую зависит от температурного режима, в котором они работают. В статье рассматривается расчет теплопроводности серверного ящика (рисунок 1), состоящего из трех слоев – двух несущих и теплоизоляционного. Данная задача сводится к прямой задаче теплообмена и, соответственно, к рассмотрению поля температур в области, состоящей из отдельных однородных слоев при различных граничных условиях.

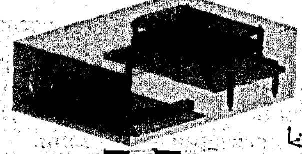

Рисунок 1 – Модель серверного ящика

Решение прямой задачи получается путем решения дифференциального уравнения теплопроводности при заданных коэффициентах температуропроводности α [1]

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right). \qquad (1)$$

Для получения аналитического решения уравнения (1) необходимо задание следующих краевых (граничных) условий: а) начальное распределение температуры в теле и б) температура на наружной поверхности.

В результате решения дифференциального уравнения (1) должна быть найдена такая функция, которая одновременно удовлетворяла бы этому уравнению и краевым условиям. Если решение уравнения (1) производится с помощью рядов Фурье, то его можно представить в виде:

$$T = bx + c + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\left(\cos m_n x + p_n \sin m_n x\right)e^{-a m_n^2 \tau}, \qquad (2)$$

где b и c определяются из условий стационарности режима (при τ=∞); p_n и m_n - из граничных и A_n — из начальных (при τ=0) условий.

Здесь предполагается, что задача одномерная.

Пусть толщина неограниченного плоского слоя составляет 2 δ (l= δ). Если за начало отсчета температуры окружающей среды принять T_f и избыточную температуру слоя обозначить буквой $\theta=T_f-T_w$, то дифференциальное уравнение (1) принимает вид: $\dfrac{\partial\theta}{\partial t}=a\dfrac{\partial^2\theta}{\partial x^2}$.

Граничные условия: при $x = \pm \delta$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \pm \frac{a\theta}{\lambda_{cm}}.$$

И начальное условие: при t = 0

$$\theta = \theta^{`}.$$

Для стационарной задачи уравнение (1) примет вид:

$$a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right) = 0. \qquad (3)$$

Рассмотрим случай стационарного распределения тепла в трехслойном однородном теле. Для этого выделим один слой.

Для каждого слоя задана толщина δ (рисунок 2). Коэффициент теплопроводности материала слоя постоянен и равен λ. Считается, что на наружных поверхностях температуры постоянны и равны T_1 и T_2. Температура изменяется только в направлении оси x, перпендикулярной плоскости стенки.

Согласно закону Фурье количество переданного тепла пропорционально падению температуры, времени и площади сечения. При отнесении количества переданного тепла к единице площади и единице времени закономерность имеет вид [1]:

$$q = -\lambda \, grad \, T. \qquad (4)$$

Для случая передачи тепла через однородную стенку закон Фурье (4) примет вид:

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx}. \qquad (5)$$

Интегрируя уравнение (5), получаем:

$$T = -\frac{q}{\lambda} x + C. \qquad (6)$$

Уравнение (6) можно получить, интегрируя уравнение (4). Постоянная интегрирования *C определяется из граничных условий: при $x=0$; $T=T_1$*. Подставляя эти значения в уравнение (3), получим, что $C=T_1$.

При $x = \delta$, $T = T_2$, следовательно

$$T_2 = -\frac{q}{\lambda}\delta + T_1. \qquad (7)$$

Из уравнения (7) можно определить величину теплового потока q:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda}{\delta}\Delta T. \qquad (8)$$

Подставляя значения из формул (7) и (8) в уравнение (6), получим уравнения температурной кривой:

$$T_x = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x. \qquad (9)$$

Из уравнения (6) видно, что при постоянном значении коэффициента теплопроводности закон изменения температуры описывается линейным законом. Графиком изменения температуры является прямая.

При решении температурной задачи для стенки, состоящей из нескольких однородных слоев с различными свойствами (коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость), необходимо учитывать условия на границах областей:

по закону сохранения энергии количество тепла, отводимое с единицы поверхности одной подобласти вследствие теплоотдачи, должно равняться теплу, подводимому к единице поверхности второй подобласти вследствие теплопроводности из внутренних объемов тела, т.е. тепловой поток должен быть постоянен и для всех слоев одинаков. Т.о. для каждого слоя имеет место

$$\frac{\lambda_i}{\delta_i}\frac{dT_i(x)}{dx}=\frac{\lambda_{i+1}}{\delta_{i+1}}\frac{dT_{i+1}(x)}{dx}, \tag{10}$$

где λ_i, λ_{i+1} – коэффициенты теплопроводности в i и $i+1$ области. δ_i, δ_{i+1} – толщина i и $i+1$ области. Предполагается, что границы областей плотно прилегают друг к другу так что соприкасающиеся поверхности имеют общую температуру: $T(x-0)=T(x+0)$ [2].

Рассмотрим трехслойную систему: два несущих силовых слоя, теплопроводность которых составляет 0,52 Вт/(м-°С). Теплопроводность промежуточного изоляционного стоя составляет 0,05 Вт/(м-°С). Толщина стенок составляет 0.5 мм. На поверхностях стены заданы следующие краевые условия: температура на одной из границ составляет 0 С° на другой - 18 С° (внутренняя температура).

Требуется определить зависимость изменения температуры от толщины стенки.

Для первого слоя коэффициент теплопроводности составляет λ_1=0,52 Вт/(m C), толщина δ_1=0,2 мм; для второго слоя λ_2=0,05 Вт/(m C), δ_2=0,1 мм; для третьего слоя λ_3=0,52 Вт/(m C), δ_3=0,2 мм.

Интегрирование уравнения (3) для каждого слоя дает следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
T_1(x)&=\frac{C_1}{\lambda_1}x+C_2 \quad 0\le x\le\delta_1,\\
T_2(x)&=\frac{C_3}{\lambda_2}x+C_4 \quad \delta_1<x\le\delta_2,\\
T_3(x)&=\frac{C_5}{\lambda_3}x+C_6 \quad \delta_2<x\le\delta_3,
\end{aligned} \tag{11}$$

где $C_1, \ldots, C_6$ – постоянные интегрирования.

На стенках между слоями должны выполниться условия равенстве теплового потока согласно уравнению (10):

$$\begin{aligned}
\frac{\lambda_1}{\delta_1}\frac{dT}{dx}&=\frac{\lambda_2}{\delta_2}\frac{dT}{dx},\\
\frac{\lambda_2}{\delta_2}\frac{dT}{dx}&=\frac{\lambda_3}{\delta_3}\frac{dT}{dx}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Решая систему алгебраических уравнений (11)-(12), с учетом граничных условий

$$x=0, \quad T=T_1$$
$$x=\delta_4, \quad T=T_4$$

найдем коэффициенты интегрирования C_i в законах распределение температур и построим график:

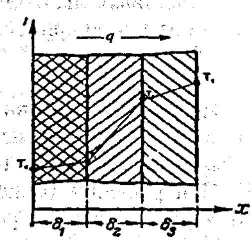

Рисунок 2 – График изменения температуры в стенке.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.
2. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе / Москва: Атомиздат, 1979. – 416 с.