Список цитированных источников

1. Ракецкий, В.М. К минимизации выпуклых функций с простыми ограничениями // Вестник БрГТУ. – 2011. – № 5(71): Физика, математика, информатика. – С. 108–110

УДК 519.24

ПРИМЕНЕНИЕ СОСТОЯТЕЛЬНЫХ ОЦЕНОК СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ЭРГОДИЧЕСКИХ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Бусько Н.В.

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, г. Гродно

Научный руководитель: Семенчук Н.В., к. ф.-м. н., доцент

Эргодическим стационарным случайным процессом называется такой процесс, любая вероятностная характеристика которого, полученная на ансамбле реализаций в какой-либо момент времени *t*, равна, с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, аналогичной характеристике, полученной на одной единственной реализации процесса путем усреднения по времени за достаточно большой промежуток времени *T* [1].

Использование эргодического стационарного случайного процесса позволяет строить оценки спектральной плотности по одной его реализации, при этом зачастую избавляя исследователей от проведения многочисленных экспериментов, связанных с затратами материальных и временных ресурсов.

Расширенной периодограммой называется периодограмма вида [2]

$$I_T^{(h)}(\lambda) = \frac{1}{2\pi H_2^{(T)}(0)} d_T(\lambda) d_T(-\lambda), \qquad (1)$$

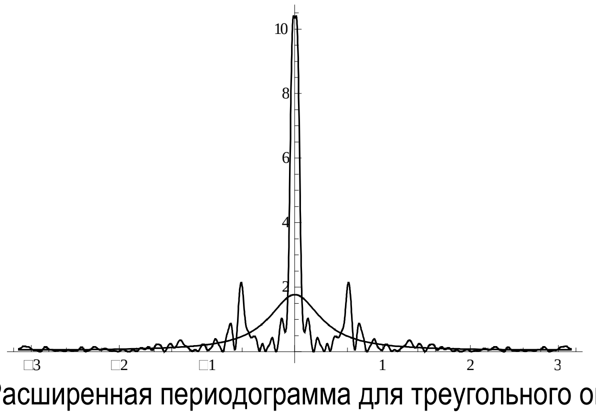
где $d_T(\lambda) = \sum_{t=0}^{T-1} h_T(t) X(t) e^{-i\lambda t}$,

$H_k^{(T)}(\lambda) = \sum_{t=0}^{T-1} (h_T(t))^k e^{-i\lambda t}$,

функция $h_T(t) = h\left(\frac{t}{T}\right), h:[0,l] \to \mathbf{R}$ – функция окна просмотра данных, $k \in \mathbf{N}, T \in \mathbf{N}$.

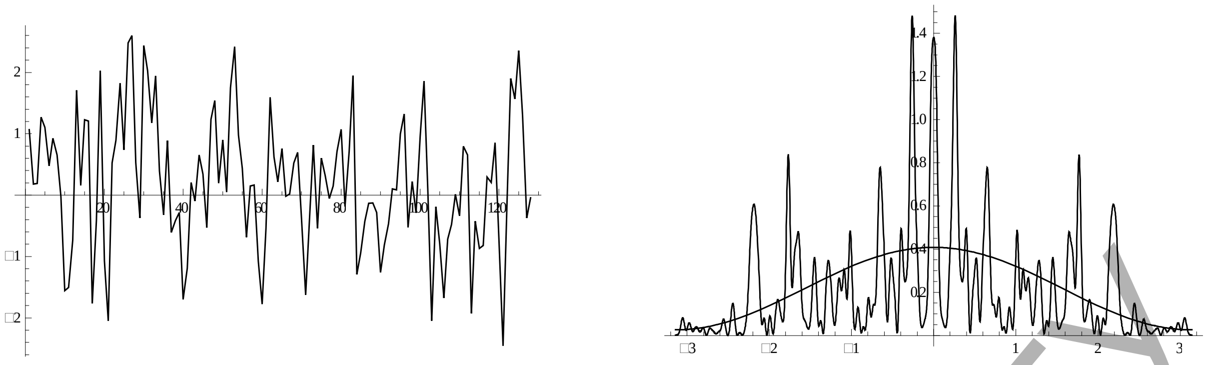
Разработан алгоритм построения расширенной периодограммы в СКА «Mathematica 8.0» с использованием 10 окон просмотра данных. Алгоритм позволяет строить расширенные периодограммы за приемлемое время для рядов длиной до 10000 наблюдений (см. рис. 1).

Реализация процесса



Расширенная периодограмма для треугольного окна множества H1 и теоретическая спектральная плотность

Рисунок 1а – Результаты для процесса авторегрессии первого порядка AR(1) T=128, с параметром $\beta_1 = 0.7,\ \varepsilon_t \sim N(0,1). (M = 3)$



Реализация процесса

Расширенная периодограмма для треугольного окна множества H1 и теоретическая спектральная плотность

Рисунок 1б – Результаты для процесса скользящего среднего первого порядка MA (1) T=128, с параметром $\alpha_1 = 0.6,\ \varepsilon_t \sim N(0,1).\ (M = 3)$

В качестве состоятельной оценки спектральной плотности можно рассмотреть оценки, построенные по непересекающимся интервалам наблюдений [3]

Пусть число наблюдений T за эргодическим стационарным случайным процессом $X(t), t \in \mathbb{Z}$ представимо в виде:

$$T = LN,$$

где L – число интервалов, содержащих по N наблюдений (L не зависит от T).

На l-м интервале, состоящем из наблюдений

$$X(lN), X(lN+1), \dots, X\big((l+1)N-1\big), l = \overline{0, L-1, \lambda \in \Pi},$$

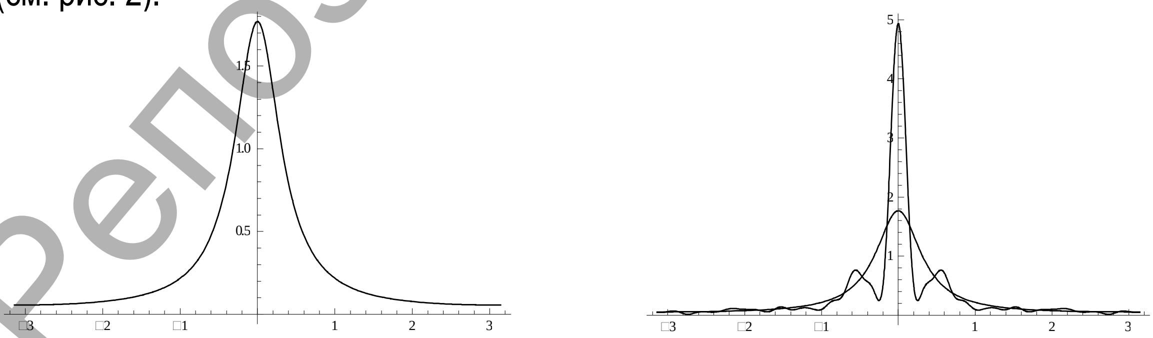
построим расширенную периодограмму (1).

В качестве оценки спектральной плотности $f(\lambda), \lambda \in \Pi$ рассмотрим статистику вида:

$$\tilde{f}_N(\lambda) = \frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1} I_N(\lambda, l), \tag{2}$$

$\lambda \in \Pi$, построенную путем осреднения расширенных периодограмм по L непересекающимся интервалам наблюдений.

Разработан алгоритм построения расширенной периодограммы по непересекающимся интервалам наблюдений в СКА «Mathematica 8.0». Алгоритм позволяет строить расширенные периодограммы за приемлемое время для рядов длиной до 10000 наблюдений (см. рис. 2).

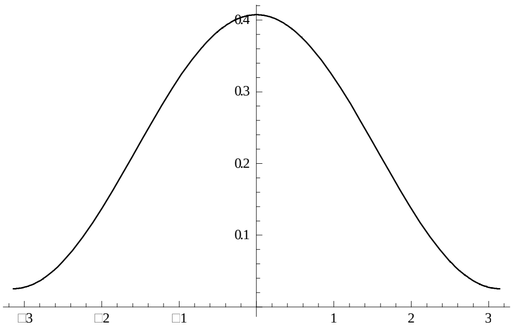


Теоретическая плотность

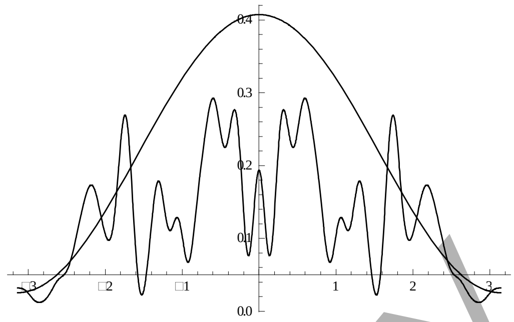
Расширенная периодограмма, построенная по непересекающимся интервалам наблюдений и теоретическая спектральная плотность

Рисунок 2а – Результаты для процесса, реализованного на рисунке 1а

Оценки, построенные с помощью осреднения расширенной периодограммы спектральных окон, являются лучшими по качеству на основе визуального анализа по сравнению с оценками в виде расширенной периодограммы.



Теоретическая плотность



Расширенная периодограмма, построенная по непересекающимся интервалам наблюдений и теоретическая спектральная плотность

Рисунок 2б – Результаты для процесса, реализованного на рисунке 1б

Требуются дополнительные исследования по выбору ширины спектрального окна и количеству интервалов осреднения в зависимости от длины реализации случайного процесса, так как очевидно, данные параметры существенно влияют на качество оценки.

С помощью разработанных алгоритмов можно легко анализировать различные данные в виде эргодических стационарных случайных процессов, что является актуальным для решения задачи анализа данных в автоматизированном режиме для производственных предприятий.

Список цитированных источников

1. Волков, И.К. Случайные процессы: учеб. для вузов / И.К. Волков, С.М. Зуев, Г.М. Цветкова; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 448 с.
2. Труш, Н.Н. Случайные процессы. Преобразование Фурье наблюдений: учеб. пособие / Н.Н. Труш, Е. И. Мирская. – Минск: БГУ, 2000. – 60 с.
3. Труш, Н.Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н.Н. Труш. – Мн.: БГУ, 1999. – 218 с.

УДК 519.6+517.983

СЛУЧАЙ ПРИБЛИЖЕННО ЗАДАННОГО ОПЕРАТОРА В НЕЯВНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Викторович Л.В.
Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест
Научный руководитель: Матысик О.В., к. ф.-м. н., доцент

В действительном гильбертовом пространстве H решается операторное уравнение первого рода

$$Ax = y, \tag{1}$$

где A – ограниченный положительный самосопряженный оператор. Предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора A, но не является его собственным значением, т.е. рассматриваемая задача неустойчива и, значит, некорректна. Будем искать решение уравнения (1), используя неявную схему метода итераций, которая при приближенной правой части уравнения (1) y_δ, $\|y - y_\delta\| \le \delta$ имеет вид

$$x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} - \alpha\left(Ax_{n+1,\delta} - y_\delta\right), \quad x_{0,\delta} = 0. \tag{2}$$

Рассмотрим случай, когда счёт ведется по методу (2) не с оператором A, а с оператором A_h, $\|A - A_h\| \le h$. Введем погрешность $\eta_n = u_n - x_{n,\delta}$, где