ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ ДРЕВЕСИНЫ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Н.П. Юркевич, Г.К. Савчук

Белорусский национальный технический университет, кафедра физики, г. Минск

Разработано методическое и лабораторное обеспечение для изучения упругих свойств древесины в курсе общей физики. Представлена методика определения модуля Юнга по стреле прогиба однородной балки.

Целью данной работы является разработка методического и лабораторного обеспечения для изучения упругих свойств различных пород древесины и определения модуля Юнга для балок из дуба и ольхи.

Определим для случая малых деформаций величину стрелы прогиба балки, лежащей на двух опорах, если к ней в точке подвеса О приложена внешняя сила $\vec{F}$, направленная вниз (рис. 1,а). Балка, испытывающая изгиб, деформируется таким образом, что первоначально прямая ось балки NN' становится криволинейной.

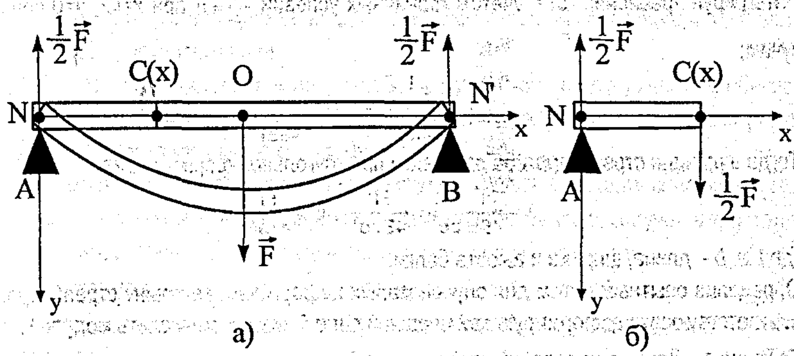

Рис.1. К определению величины стрелы прогиба балки

Пусть точка О совпадает с центром тяжести балки. Тогда вследствие симметрии сила $\vec{F}$ разделится между опорами А и В поровну: со стороны каждой опоры к балке будет приложена сила $\frac{\vec{F}}{2}$. Поместим начало координат в точку N нейтральной линии, расположенную над левой опорой А. Мысленно отсечем слева часть балки, проведя нормальное сечение через произвольную точку C с координатой x, расположенную левее центра О (рис.1,б). Величина $x<l/2$, где l – длина балки.

Момент внешних сил, действующих на отсеченную часть, равен:

$$M = -\frac{F}{2}x. \qquad (1)$$

С другой стороны, момент внешних сил M определяется через радиус кривизны нейтральной линии R и модуль Юнга E:

$$M=\frac{E}{R}I, \qquad (2)$$

где $I=\int\limits_S x^2 dS=\frac{ab^3}{12}$ – момент инерции сечения балки прямоугольной формы шириной a и высотой b.

Для малых изгибов величина изгиба нейтральной линии $y=y(x)$ связана с радиусом ее кривизны R соотношением:

$$\frac{1}{R}=\frac{d^2y}{dx^2}. \qquad (3)$$

Тогда уравнение (2) для определения момента внешних сил M будет записано в виде:

$$M=EI\frac{d^2y}{dx^2}. \qquad (4)$$

Приравнивая правые части в (1) и (4), получим:

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{F}{2}x, \quad x\le l/2. \qquad (5)$$

Интегрируя уравнение (5) с учетом граничных условий $\frac{dy}{dx}=0$ при $x=l/2$, $y=0$ при $x=0$, получим:

$$y=\lambda=\frac{F\frac{l}{2}}{48EI}\left(3l^2-l^2\right)=\frac{Fl^3}{48EI}. \qquad (6)$$

Тогда величина стрелы прогиба для балки прямоугольной формы равна:

$$\lambda=\frac{Fl^3}{48E}\frac{12}{ab^3}=\frac{Fl^3}{4Eab^3}, \quad E=\frac{Fl^3}{4\lambda ab^3}, \qquad (7)$$

где l, a, b - длина, ширина и высота балки.

Определив опытным путем для случая малых деформаций величину стрелы прогиба λ, соответствующую деформирующей внешней силе F, можно вычислить модуль Юнга.

Таблица 1 - Данные измерений стрелы прогиба при нагрузке и разгрузке деревянного бруска из дуба (длина бруска l=0,605 м; ширина a=0,02 м; толщина b= 0,008 м)

Внешняя сила F, Н	Величина стрелы прогиба λ,м			E, 10^{10}, Па	$E_{ср}\pm\Delta E$, 10^{10}Па
	При нагрузке λ_1^i, 10^{-5} м	При разгрузке λ_2^i, 10^{-5} м	$\lambda_i^{ср}=\frac{(\lambda_1^i+\lambda_2^i)}{2}$, 10^{-5} м		
0,98	35	38	36,5	1,4516	1,262±0,010
1,96	71	95	83,0	1,2767	
2,94	121	156	138,5	1,1476	
3,92	181	181	181,0	1,1709	

В таблице представлены данные экспериментальных измерений величин стрелы прогиба для брусков из дуба. Измерения модуля Юнга показали хорошее согласование со справочными данными.