Общая оценка погрешности неявного итерационного метода (2) с учетом неточности в правой части уравнения линейного операторного уравнения (1) и погрешности в операторе имеет вид

$$\|x-u_{n,\delta}\| \le \|x-x_n\| + \|x_n - x_{n,\delta}\| + \|x_{n,\delta} - u_{n,\delta}\| \le s^s (2n\alpha)^{-s}\|z\| + n\alpha\delta +$$

$$h^{-1}\left[\frac{1}{(1-\alpha h)^n} - n\alpha h - 1\right]\|y_\delta\|.$$

Список цитированных источников

1. Люстерник, Л.А. Элементы функционального анализа / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Наука, 1965. – 520 с.

УДК 519.6

СХОДИМОСТЬ МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ НЕЯВНОГО ТИПА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ С ПРИБЛИЖЁННО ЗАДАННЫМ ОПЕРАТОРОМ

Гиль Д.В.

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест

Научный руководитель: Савчук В.Ф., к. ф.-м. н., доцент

Пусть H и F – гильбертовы пространства и A – линейный непрерывный оператор, действующий из H в F. Предполагается, что нуль не является его собственным значением, однако принадлежит его спектру. Решается уравнение

$$A_\eta x = y_\delta,$$

где $\|A - A_\eta\| \le \eta$ и $\|y - y_\delta\| \le \delta$. Предположим, что точное решение уравнения существует и является единственным. Будем искать его с помощью неявного итерационного метода

$$(E + \alpha A_\eta^k)x_{n+1} = x_n + \alpha A_\eta^{k-1} y_\delta,\ x_0 = 0, k \in N. \tag{1}$$

Пусть $H = F$, $A = A^* \ge 0$, $A_\eta = A_\eta^* \ge 0$, $S_p(A_\eta) \le [0, M]$, $0 < \eta < \eta_0$. Тогда итерационный метод (1) запишется в виде

$$x_n = g_n(A_\eta) y_\delta,$$

где $g_n(\lambda) = \lambda^{-1}\left[1 - \frac{1}{(1+\alpha\lambda^k)^n}\right] \ge 0$. Причем $g_n(\lambda)$ удовлетворяет условиям

$$\sup_{0\le\lambda\le M} |g_n(\lambda)| \le \gamma n^{1/k},\ (n>0),\ \gamma = k\alpha^{1/k}, \tag{2}$$

$$\sup_{0\le\lambda\le M} \lambda^s |1 - \lambda g_n(\lambda)| \le \gamma_s n^{-s/k},\ (n>0),\ \gamma_s = \left(\frac{s}{2k\alpha}\right)^{s/k}, \tag{3}$$

(здесь s – степень истокопредставимости точного решения $x = A^s z$, $s > 0$, $\|z\| \le \rho$).

$$\sup_{0\le\lambda\le M} |1 - \lambda g_n(\lambda)| \le \gamma_0,\ \gamma_0 = 1,\ (n>0). \tag{4}$$

$$\sup_{0\le\lambda\le M} \lambda|1 - \lambda g_n(\lambda)| \to 0,\ n \to \infty. \tag{5}$$

Теорема. Пусть $A = A^* \geq 0$, $A_\eta = A_\eta{}^* \geq 0$, $\left\|A_\eta - A\right\| \leq \eta$, $S_p(A_\eta) \leq [0, M]$, $(0 < \eta < \eta_0)$, $\alpha > 0$, $y \in R(A)$, $\left\|y - y_\delta\right\| \leq \delta$ и выполнены условия (2), (4), (5). Выберем параметр $n = n(\delta, \eta)$ в приближении (1) так, чтобы $(\delta + \eta)^{1/k}(\delta, \eta) \to 0$ при $n(\delta, \eta) \to \infty$, $\delta \to 0$, $\eta \to 0$. Тогда $x_{n(\delta,\eta)} \to x^*$ при $\delta \to 0$, $\eta \to 0$.

Список цитированных источников

1. Савчук, В.Ф. Регуляризация операторных уравнений в гильбертовом пространстве / В.Ф. Савчук, О.В. Матысик. – Брест: Изд-во БрГУ им. А.С. Пушкина. – 2008. – 196 с.

УДК 517.925

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ КОНКУРИРУЮЩИХ ПОПУЛЯЦИЙ

Гловацкая А.А.

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест

Научный руководитель: Кожух И.Г., к.ф.-м.н., профессор

Основным объектом исследований в экологии является динамика или эволюция популяций. Рассмотрим несколько типичных примеров.

Пример 1. Эволюция популяции.

Составить дифференциальное уравнение, описывающее эволюцию популяции при следующих предположениях: A – число особей в популяции, рождающихся в единицу времени, а B – число особей, умирающих в единицу времени. Решить и проанализировать полученное решение.

Решение. Обозначим посредством $x(t)$ число особей в популяции в произвольный момент времени t. С достаточным основанием можно утверждать, что скорость изменения особей в популяции задается формулой:

$$\frac{dx}{dt} = A - B. \tag{1}$$

Случай 1. Линейная зависимость для скоростей рождения и умирания особей.

Простейшим случаем является ситуация, когда $A = ax$, $B = bx$. В этом случае уравнение (1) перепишется в виде дифференциального уравнения с разделяющимися переменными: $\frac{dx}{dt} = (a - b)x$. Разделяя переменные, находим $\frac{dx}{dt} = (a - b)dt$ и, интегрируя, получаем $\int \frac{dx}{dt} = (a - b)\int dt \to \ln|x| = (a - b)t + \ln|c| \to \ln\left|\frac{x}{c}\right| = (a - b)t \to x = ce^{(a-b)t}$.

Простейший анализ полученного выражения показывает, что если $a > b$, то при $t \to \infty$ число особей $x \to \infty$. При $a < b$, $x \to \infty$ при $t \to \infty$, и популяция становится вымирающей.

Случай 2. Нелинейная зависимость для скоростей изменения числа особей.

Более реальными случаями для описания эволюции популяций, по-видимому, будут являться модели, которые предполагают, что скорость изменения числа особей является нелинейной функцией. В таком случае скорость прибавления числа особей в популяции задается дифференциальным уравнением следующего вида

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \tag{2}$$

где $f(x)$ – некоторая нелинейная функция.