

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Учреждение образования  
«Брестский государственный технический университет»**

**Кафедра высшей математики**

**Теория вероятностей.  
Математическая статистика.**

Методические указания и варианты заданий для студентов  
технических специальностей.

Брест 2002

УДК 519.2.21  
ББК 22.17

Теория вероятностей. Математическая статистика. Методические указания и варианты заданий для студентов технических специальностей. – Брест: БГТУ, 2002. – 52с.

В соответствии с действующей программой для студентов второго курса технических специальностей подобраны индивидуальные задания к аттестационной работе по математической статистике, даны решения типового варианта, перечислены основные вопросы и задачи четвертого семестра.

**Составители:** Т.А. Тузик, доцент,  
И.И. Гладкий, старший преподаватель

**Рецензент:** заведующий кафедрой математического моделирования Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина, канд. техн. наук, доцент Е.Е. Пролиско.

© Учреждение образования «Брестский  
государственный технический университет» 2002

## Вопросы учебной программы.

### IV семестр.

1. Элементы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания)
2. Понятие о статистической устойчивости. Случайные события, действия над ними. Полная группа событий.
3. Различные определения вероятности случайного события (статистическое, классическое, геометрическое). Аксиомы теории вероятностей.
4. Теорема сложения вероятностей несовместных событий.
5. Теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых событий.
6. Вероятность появления хотя бы одного из  $n$  ( $n \geq 2$ ) совместных событий.
7. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
8. Повторение независимых испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступления события. Производящая функция.
9. Локальная формула Муавра-Лапласа.
10. Интегральная формула Лапласа.
11. Формула Пуассона.
12. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные СВ. Закон их распределения.
13. Интегральная функция распределения, её свойства.
14. Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности), её свойства.
15. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства, расчетные формулы.
16. Вероятность попадания СВ в заданный интервал.
17. Классические дискретные распределения (биномиальное, Пуассона), их числовые характеристики.
18. Равномерное, показательное распределения, их числовые характеристики.
19. Нормальное распределение. Вероятность попадания нормально распределенной СВ в заданный интервал. Правило «трех сигм».
20. Закон больших чисел. Первое и второе неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.
21. Теорема Бернулли. Свойство устойчивости относительных частот.
22. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова.
23. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

24. Функции от случайных величин.
25. Дискретные двумерные СВ  $(X; Y)$ . Закон их распределения.
26. Функции распределения и плотность распределения непрерывной системы СВ, их свойства.
27. Условные распределения. Зависимость и независимость составляющих случайных величин  $X$  и  $Y$ .
28. Ковариация и коэффициент корреляции, их свойства.
29. Варианта. Вариационный ряд. Статистическое распределение частот. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения.
30. Числовые характеристики выборки:  $\bar{x}_B, D_B, s^2, \sigma_B, s$ .
31. Точечные оценки числовых характеристик генеральной совокупности. Несмещенность, эффективность и состоятельность оценки.
32. Интервальные оценки. Доверительный интервал, надежность и точность оценки. Распределения Стьюдента и «хи-квадрат».
33. Доверительный интервал для математического ожидания при известном  $\sigma$  (неизвестном  $\sigma$ ) в случае нормального распределения.
34. Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения в случае нормального распределения.
35. Построение нормальной кривой по выборочным данным. Теоретические (выравнивающие) частоты.
36. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Выборочная статистика.
37. Проверка непараметрических гипотез. Критерий согласия «хи-квадрат» (Пирсона). Критерий Колмогорова.
38. Проверка параметрических гипотез. Гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Критерий Фишера.
39. Элементы теории корреляции. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость.
40. Линейная корреляционная зависимость и прямые регрессии по несгруппированным данным.
41. Корреляционная таблица. Уравнения линейных регрессий по сгруппированным данным.
42. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства. Теснота (сила) линейной корреляционной зависимости. Оценка значимости  $r_B$ .

## Перечень основных задач по темам четвертого семестра.

1. В шахматном турнире участвовало 14 шахматистов, каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего сыграно партий?
2. Из девяти значащих цифр составляются пятизначные числа. Сколько различных чисел может быть составлено?
3. В группе из 8 спортсменов шесть мастеров спорта. Найти вероятность того, что из двух случайным образом отобранных спортсменов хотя бы один – мастер спорта.
4. В запасе ремонтной мастерской 10 поршневых колец, три из них восстановленные. Определить вероятность того, что среди взятых наугад четырех колец два окажутся восстановленными?
5. В первом ящике 20 деталей, 15 из них – стандартные, во втором ящике 30 деталей, 25 из них – стандартные. Из каждого ящика наугад берут по одной детали. Какова вероятность того, что:  
а) только одна деталь стандартная; б) хотя бы одна деталь стандартная?
6. Самолет противника обнаруживается тремя радиолокаторами с вероятностями 0,8; 0,7 и 0,6. Какова вероятность обнаружения самолета: а) двумя радиолокаторами; б) не менее чем двумя радиолокаторами.
7. Вероятность безотказной работы за время  $T$  блока, входящего в прибор, равна 0,85. Для повышения надежности устанавливается такой же резервный блок. Определить вероятность безотказной работы прибора за время  $T$ .
8. Вероятность отказа узла 0,4. Для повышения надежности устройства узел дублируется, т.е. вместо одного берется  $n$  узлов. Каково должно быть  $n$ , чтобы вероятность безотказной работы устройства равнялась 0,99?
9. В группе из 20 стрелков пять отличных, девять хороших и шесть посредственных. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,9; хороший – с

вероятностью 0,8 и посредственный – с вероятностью 0,7. Наугад выбранный стрелок выстрелил дважды; отмечено одно попадание и один промах. Каким вероятнее всего, был этот стрелок: отличным, хорошим или посредственным?

10. Вероятность выигрыша по одной облигации трехпроцентного займа равна 0,25. Найти вероятность того, что из восьми купленных облигаций выигрышными окажутся: а) три; б) не более четырех.
11. Чему равна вероятность наступления события в каждом опыте, если наивероятнейшее число наступлений  $A$  в 160 опытах равно 40?
12. Всхожесть семян данного растения равна 0,9. Найти вероятность того, что из 900 посаженных семян число проросших будет между 790 и 830.
13. Промышленная телевизионная установка содержит 2000 транзисторов. Вероятность выхода из строя каждого транзистора равна 0,0005. Найти вероятность выхода из строя: а) хотя бы одного транзистора; б) равно четырех транзисторов.
14. Найти вероятность одновременного останова 30 машин из 100 работающих, если вероятность останова для каждой машины равна 0,2.
15. В партии из 15 телефонных аппаратов 5 неисправных. СВ  $X$  - число неисправных аппаратов среди трех случайно отобранных. Составить закон распределения СВ  $X$ . Найти функцию распределения,  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .
16. Охотник, имеющий пять патронов, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4. Найти математическое ожидание числа израсходованных патронов.
17. Найти закон распределения дискретной СВ  $X$ , которая принимает только два значения:  $x_1$  - с вероятностью 0,4 и  $x_2$  (причем  $x_1 < x_2$ ), если  $M(X) = 3,2$  и дисперсия  $D(X) = 0,96$ .

18. Плотность вероятности СВ  $X$  имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & \text{если } -1 < x < 2, \\ 0, & \text{если } x \notin (-1; 2). \end{cases}$$

Найти коэффициент  $a$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $P(|X - M(X)| < 0,25)$ .

19. Функция распределения СВ  $X$  имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ \frac{1}{14}(x^3 + 3x), & \text{если } 0 < x < 2, \\ 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Найти  $f(x)$  - плотность вероятности и  $P(0,5 < X < 1,5)$ .

20. СВ  $X$  имеет равномерное распределение с  $M(X) = 3$  и

$$D(X) = \frac{4}{3}. \text{ Найти функцию распределения СВ } X.$$

21. Время  $T$  обнаружения цели радиолокатором распределено по показательному закону. Найти вероятность того, что цель будет обнаружена за время от 5 сек. до 15 сек. после начала поиска, если среднее время обнаружения цели равно 10 сек.

22. Определить время работы радиолампы с надежностью 0,8 (вероятность безотказной работы радиолампы), если среднее время её работы равно 700 часов.

23. СВ  $X$  подчиняется нормальному закону распределения с  $m_x = -3$  и  $\sigma = 5$ . Записать плотность распределения, функцию распределения. Что вероятнее:  $X \in (-5; 1)$  или  $X \in (0; 8)$ ?

24. Система двух случайных величин  $(X; Y)$  равномерно распределена в треугольнике, ограниченном прямыми  $y = x$ ,  $y = 0$  и  $x = 2$ . Найти коэффициент корреляции случайных величин  $X$  и  $Y$ .

25. Плотность вероятности системы двух СВ  $(X; Y)$  задана выражением  $f(x, y) = a e^{-(x+1)^2 - |y|}$ , где  $a$  - некоторая постоянная. Требуется: а) найти  $a$ ; б) написать выражения для

плотности вероятности СВ  $X$  и СВ  $Y$ ; в) найти  $M(X)$ ,  $M(Y)$ ,  $\sigma(X)$ ,  $\sigma(Y)$ ; г) установить, зависимы или нет СВ  $X$  и  $Y$ .

26.  $X$  - дискретная случайная величина с законом распределения

$X$	-4	3	6	8	10
$P$	0,2	0,1	0,3	0,1	0,3

Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $\sigma(X)$ .

27. Дано распределение выборки объема  $n = 10$

$x_i$	186	192	194
$m_i$	2	5	3

Найти среднее выборочное значение, выборочную и исправленную дисперсии, выборочное и исправленное средние квадратические отклонения.

28. Даны результаты измерения роста (в см) случайно отобранных 100 студентов

Рост	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
$m_i$	10	14	26	28	12	8	2

Построить гистограмму частот и эмпирическую функцию распределения выборки.

29. Проверить гипотезу о нормальном распределении в задаче №28. Построить кривую нормального распределения.

30. Составить уравнения прямых регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$  по следующим эмпирическим данным

$X$	1	4	9	16	25
$Y$	0,1	3	8,1	14,9	23,9

Оценить тесноту корреляционной зависимости и значимость выборочного коэффициента корреляции  $r_B$ .



## Аттестационная работа по математической статистике.

**Задание 1.** В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда. Требуется:

1. записать значения выборки в виде вариационного ряда;
2. найти размах варьирования; по формуле Стерджеса найти оптимальное число интервалов, длину интервала и составить интервальное распределение частот выборки;
3. построить гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;
4. найти числовые характеристики выборки  $\bar{x}_B, D_B, \sigma_B, s^2, s$ .
5. приняв в качестве нулевой гипотезы  $H_0$ : генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее по критериям Пирсона и Колмогорова при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ;
6. записать аналитическое выражение для плотности полученного нормального распределения; построить ее график на гистограмме относительных частот;
7. найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при надежности  $\gamma = 0,95$ .

### ВАРИАНТ № 1

16.1	21.8	18.6	17.9	20.7	22.4	19.1	17.1	14.3	18.8
17.2	18.8	15.8	21.2	18.1	17.8	16.9	18.5	19.2	17.5
20.5	14.9	19.8	17.7	15.1	21.1	19.9	22.5	17.3	16.2
17.8	19.3	16.8	19.1	18.6	14.0	15.7	14.2	20.5	19.1
15.2	17.2	23.0	17.9	20.3	16.3	19.5	15.9	21.4	17.1
18.2	16.7	18.4	21.8	14.5	15.3	18.1	23.0	20.2	20.1
20.4	22.6	17.2	21.1	21.7	20.9	15.8	17.4	21.6	19.1
16.5	18.9	14.0	21.5	15.5	21.3	18.3	14.7	16.6	17.5
18.1	15.4	19.8	20.5	18.2	14.3	19.5	16.4	15.6	18.7
20.1	21.1	18.2	19.3	22.1	20.2	22.8	20.8	18.9	17.4

### ВАРИАНТ № 2

21.4	22.5	18.6	16.3	22.2	19.4	14.2	16.7	19.7	17.1
14.1	18.4	20.4	18.7	16.5	17.5	21.2	20.4	17.7	20.1
20.8	14.8	17.6	21.8	15.5	17.4	19.7	14.9	18.5	17.9
16.8	19.5	21.5	17.2	22.8	20.6	17.9	22.1	19.2	15.8
22.6	20.9	14.4	18.1	17.8	15.6	15.9	20.3	15.5	16.7
16.5	16.2	15.2	18.9	15.1	18.2	19.3	14.5	21.9	16.1
15.7	19.1	18.1	19.1	17.1	21.4	18.3	20.8	20.2	19.8
16.1	18.3	18.5	19.5	21.3	22.4	14.0	15.3	16.4	17.3
20.9	18.8	15.4	18.9	17.5	21.6	21.1	20.5	20.7	19.6
21.7	23.0	18.4	16.6	18.5	14.3	18.2	22.7	17.7	15.1

**ВАРИАНТ № 3**

234	215	196	220	203	236	225	221	193	215
204	184	217	193	216	205	197	203	229	204
225	216	233	223	208	204	207	182	216	191
210	190	207	205	232	222	198	217	211	201
185	217	225	201	208	211	189	205	207	199
189	207	213	208	186	210	198	219	231	227
202	211	220	237	337	220	210	183	213	190
197	227	187	226	213	191	209	196	202	235
211	214	220	195	182	228	202	207	192	226
193	203	232	202	215	195	220	233	214	185

**ВАРИАНТ № 4**

8.3	7.6	0.7	7.3	3.4	10.3	5.7	9.9	2.2	7.2
2.3	4.7	9.7	11.3	5.8	4.9	3.3	0.5	7.5	4.6
5.0	0.4	8.9	7.1	9.6	11.5	5.9	9.0	5.3	2.4
9.5	5.9	1.0	9.1	2.5	6.0	8.2	3.2	10.9	6.1
10.2	2.6	4.5	3.1	6.2	11.7	6.3	0.2	7.0	9.2
1.2	6.4	11.9	6.9	8.1	6.5	2.9	6.2	4.4	11.4
9.4	7.9	0.3	6.8	4.2	11.9	7.8	1.7	5.1	8.8
8.7	11.1	7.7	1.8	5.5	10.5	4.3	3.8	1.4	11.2
1.1	7.3	3.7	4.4	11.8	8.6	1.9	5.6	10.1	8.4
10.0	11.6	5.2	2.1	5.7	4.8	7.4	0.8	4.7	3.6

**ВАРИАНТ № 5**

7.0	8.1	5.8	0.3	9.2	1.6	4.4	4.0	2.8	8.0
7.6	3.4	5.0	5.9	2.2	2.9	5.3	6.9	10.1	2.0
2.3	7.2	11.1	3.5	10.8	6.6	4.2	8.9	4.5	0.6
4.8	3.6	8.4	6.2	5.7	1.9	10.2	5.7	3.1	9.0
7.4	5.8	5.9	3.7	2.6	6.8	3.2	10.3	6.0	7.8
10.7	2.1	6.4	4.5	3.3	10.9	6.4	5.2	1.2	3.0
9.3	4.6	3.8	8.2	7.1	1.7	7.7	5.4	4.1	8.8
0.8	8.3	6.5	9.4	4.7	5.5	0.5	1.8	5.6	6.5
6.1	9.5	2.4	7.3	0.9	7.9	2.5	6.7	4.3	7.6
8.5	1.1	4.9	9.6	6.1	4.4	9.1	7.9	6.9	3.4

**ВАРИАНТ № 6**

34	24	28	20	32	17	22	24	26	30
30	22	26	35	28	24	30	32	28	18
20	26	32	34	26	28	22	30	17	24
30	28	18	22	24	26	34	28	22	20
28	35	32	22	26	24	26	24	30	24
18	24	26	28	35	30	26	22	26	28
20	30	17	24	32	28	22	26	24	30
34	26	24	28	22	30	35	32	20	17
28	22	36	30	20	26	28	23	24	32
20	26	30	24	32	17	22	28	35	26

**ВАРИАНТ № 7**

50	42	47	49	55	34	58	39	30	49
38	59	33	25	47	50	54	53	41	57
41	27	34	43	46	30	45	49	37	50
26	43	39	51	29	43	35	42	53	31
37	45	33	51	60	42	46	39	55	31
29	55	35	60	37	41	38	24	37	35
49	26	50	47	33	41	51	34	43	49
41	39	46	58	54	30	46	27	59	43
51	45	42	25	53	57	31	38	42	29
31	41	33	54	34	37	47	35	45	38

**ВАРИАНТ № 8**

31	28	43	40	38	44	31	43	49	37
38	41	32	43	25	51	29	47	44	32
49	24	38	40	32	34	31	28	37	46
43	35	41	25	37	46	38	24	41	50
47	31	37	44	49	34	32	41	29	38
28	44	43	35	32	37	40	35	29	50
31	26	34	43	38	41	25	37	46	34
46	38	50	37	34	47	51	28	35	40
49	37	25	29	46	34	37	49	38	32
44	29	34	32	40	47	26	24	44	43

**ВАРИАНТ № 9**

70	95	75	85	60	77	55	63	80	67
90	78	57	76	84	82	75	68	73	62
62	81	77	72	97	68	85	56	92	71
73	78	98	63	83	85	70	90	66	91
86	68	55	93	71	96	77	81	86	72
82	62	70	78	67	87	91	99	78	87
91	58	81	97	75	83	71	66	61	76
73	85	65	90	86	61	54	75	78	93
87	58	72	92	66	98	65	81	76	63
95	83	65	57	80	87	61	92	56	71

**ВАРИАНТ № 10**

68.7	72.1	69.5	66.1	77.3	60.1	69.3	78.1	75.1	57.3
77.1	67.4	63.1	69.4	81.1	82.6	64.8	72.5	62.5	80.7
65.8	78.3	77.6	57.7	80.7	64.4	72.8	67.3	83.1	70.6
58.0	60.7	75.3	81.3	67.1	69.6	82.4	62.3	66.9	80.6
62.7	73.8	68.9	83.8	57.0	72.6	65.6	78.7	59.5	70.0
80.5	68.5	77.7	74.1	63.5	84.0	83.9	64.0	58.1	73.5
59.3	76.8	83.7	66.7	62.1	80.4	71.1	79.1	73.0	66.3
74.8	74.9	78.9	71.3	61.9	71.7	76.1	74.7	75.5	67.8
70.8	77.9	71.2	71.6	71.5	59.9	70.9	64.9	71.8	65.0
69.1	65.2	63.7	72.9	75.4	74.3	62.9	71.9	71.4	61.3

**ВАРИАНТ № 11**

141	136	41	69	153	117	124	103	162	181
24	172	62	197	121	59	110	154	67	101
58	81	142	179	85	87	39	159	199	135
107	163	133	178	98	150	200	192	125	171
56	116	169	148	138	104	73	119	90	114
190	113	20	127	94	157	111	31	53	77
132	75	91	66	115	72	44	26	128	97
105	166	137	46	64	186	82	96	176	149
33	188	58	156	139	86	112	174	106	76
130	43	108	152	129	37	119	71	96	109

**ВАРИАНТ № 12**

72	101	65	64	35	96	67	30	93	123
16	135	138	90	158	121	49	137	89	145
68	150	88	93	53	38	159	40	76	37
104	34	99	102	78	128	124	52	98	139
18	81	25	115	71	94	84	55	131	70
87	126	57	141	15	125	149	36	103	82
39	140	77	54	100	86	129	48	80	144
69	109	130	147	146	73	105	113	17	94
21	97	51	50	19	142	32	66	110	114
92	33	112	91	61	85	71	151	56	41

**ВАРИАНТ № 13**

0.053	0.026	0.037	0.056	0.041	0.035	0.031	0.046	0.021	0.049
0.035	0.039	0.043	0.031	0.038	0.045	0.023	0.026	0.037	0.037
0.030	0.041	0.021	0.047	0.026	0.046	0.053	0.025	0.038	0.030
0.049	0.054	0.039	0.034	0.051	0.033	0.029	0.039	0.033	0.050
0.026	0.039	0.033	0.020	0.042	0.038	0.046	0.033	0.051	0.027
0.029	0.038	0.027	0.043	0.035	0.023	0.038	0.042	0.054	0.042
0.022	0.045	0.034	0.055	0.037	0.050	0.025	0.020	0.035	0.043
0.041	0.051	0.027	0.046	0.029	0.037	0.041	0.039	0.029	0.034
0.025	0.047	0.030	0.050	0.023	0.030	0.055	0.035	0.045	0.031
0.034	0.022	0.042	0.031	0.049	0.049	0.039	0.056	0.047	0.025

**ВАРИАНТ № 14**

0.024	0.032	0.030	0.036	0.028	0.038	0.041	0.038	0.030	0.028
0.041	0.034	0.023	0.038	0.026	0.036	0.034	0.023	0.032	0.026
0.030	0.026	0.034	0.028	0.024	0.026	0.030	0.028	0.038	0.034
0.028	0.034	0.040	0.036	0.030	0.034	0.032	0.040	0.036	0.032
0.041	0.032	0.038	0.034	0.026	0.026	0.034	0.028	0.036	0.030
0.030	0.028	0.036	0.040	0.028	0.028	0.030	0.034	0.038	0.040
0.036	0.032	0.030	0.038	0.034	0.034	0.032	0.024	0.036	0.032
0.038	0.023	0.034	0.032	0.026	0.038	0.041	0.028	0.026	0.030
0.032	0.028	0.032	0.026	0.038	0.030	0.036	0.034	0.032	0.023
0.030	0.032	0.024	0.036	0.030	0.026	0.032	0.028	0.040	0.038

**ВАРИАНТ № 15**

0.98	1.34	0.81	0.88	1.10	0.70	1.15	1.23	1.24	1.43
0.80	1.16	1.24	0.75	0.99	1.41	0.88	0.79	1.34	1.09
0.89	1.26	1.42	1.35	0.80	1.17	0.90	1.00	1.36	1.25
1.18	0.82	1.01	0.90	1.36	1.25	0.67	0.91	1.11	0.69
0.86	1.04	1.45	1.31	1.22	1.09	0.73	1.11	0.95	0.84
0.96	0.78	1.23	1.13	1.04	1.44	1.32	1.29	0.68	0.86
1.33	1.08	0.87	0.67	1.28	0.97	1.14	0.83	1.33	1.40
1.38	1.46	1.37	1.02	0.92	1.27	1.19	0.93	1.27	0.83
0.93	1.26	1.04	1.11	1.47	1.07	0.72	0.77	1.20	1.28
1.11	1.10	0.77	1.10	0.95	1.05	1.08	1.48	1.07	0.92

**ВАРИАНТ № 16**

0.87	0.83	0.99	0.80	0.75	0.75	1.00	0.72	0.94	0.84
0.83	0.88	0.95	0.80	0.65	0.88	0.83	0.92	0.65	0.71
0.74	0.71	0.66	0.80	0.94	0.74	0.87	0.71	0.82	0.90
0.79	0.79	0.91	0.96	0.87	0.91	0.79	0.87	0.96	0.98
0.87	1.00	0.90	0.94	0.71	1.01	0.72	0.79	0.74	0.67
0.90	0.83	0.72	0.82	0.74	0.84	0.91	0.76	0.88	0.80
0.83	0.92	0.86	0.76	0.82	0.70	0.86	0.78	0.96	0.68
1.91	0.78	0.70	0.86	0.84	0.66	0.92	0.76	0.95	0.84
0.91	0.75	0.86	0.78	0.70	0.82	0.99	0.83	0.86	0.67
0.88	0.70	0.95	0.83	0.75	0.95	0.79	0.65	0.84	0.78

**ВАРИАНТ № 17**

0.86	1.74	2.08	1.08	1.42	1.44	1.77	2.45	1.18	2.11
1.53	1.84	1.37	2.12	0.80	1.46	1.16	1.81	1.64	1.87
0.83	1.68	1.66	2.21	1.21	2.19	2.25	1.67	1.17	2.29
2.10	1.13	2.27	0.81	2.39	1.75	1.14	1.94	2.09	1.54
1.38	1.91	1.15	2.17	1.45	1.24	1.73	1.07	1.79	2.60
2.37	1.35	2.39	1.63	1.86	1.59	2.30	2.48	1.27	0.84
1.31	1.96	1.19	0.85	1.10	2.16	0.99	1.72	1.83	1.47
2.28	1.29	1.93	1.78	2.14	1.76	1.51	1.48	2.18	2.59
1.90	1.71	2.55	1.88	2.38	1.65	2.51	1.28	2.34	1.69
1.56	2.15	2.31	1.39	1.85	1.82	0.91	2.51	2.13	1.49

**ВАРИАНТ № 18**

3.6	2.5	0.8	1.3	2.0	3.7	3.3	0.8	3.5	2.4
3.3	2.9	0.6	3.9	2.7	0.9	2.5	1.1	1.5	3.2
1.7	2.6	4.1	2.7	2.5	3.2	2.9	2.0	2.9	2.0
1.5	3.7	1.5	1.2	2.4	2.8	1.2	2.5	3.2	2.0
1.1	0.7	1.9	2.6	3.2	1.9	3.1	4.0	0.9	2.8
1.9	3.3	2.5	1.6	2.4	2.9	4.0	3.1	3.9	2.4
4.2	2.8	1.2	1.7	3.5	2.3	1.5	3.1	1.7	1.6
2.4	3.6	3.1	2.1	1.3	2.9	2.3	3.9	0.7	2.6
1.6	2.7	1.9	2.4	1.6	2.7	3.2	2.8	1.1	2.1
4.1	1.9	3.6	3.5	2.4	2.1	1.3	4.1	1.1	2.1

**ВАРИАНТ № 19**

22.7	64.8	40.6	14.5	62.8	34.5	53.4	26.1	69.3	52.5
36.2	58.7	25.3	43.1	27.4	80.1	68.4	63.3	13.4	55.4
51.9	31.3	19.3	44.5	49.9	26.9	80.8	56.4	66.1	27.5
66.3	44.7	42.7	17.5	51.7	49.3	66.5	37.3	23.4	67.6
66.9	18.9	25.5	27.2	80.4	50.4	10.8	47.7	58.4	29.2
42.9	50.7	38.4	19.7	63.8	40.4	20.1	65.3	45.5	76.3
50.2	51.1	28.6	47.9	78.4	57.4	34.9	43.5	32.5	48.4
18.6	26.2	47.1	71.4	27.1	35.4	75.7	41.7	49.5	27.3
72.7	70.2	14.9	52.4	62.3	25.4	43.2	80.3	39.5	33.1
79.1	24.6	11.1	64.3	46.7	77.2	67.8	35.1	53.1	65.8

**ВАРИАНТ № 20**

83.8	36.7	81.2	65.3	42.0	50.1	92.4	85.6	83.5	72.1
76.3	69.4	56.5	47.3	23.1	65.1	56.4	25.1	83.4	59.5
41.6	24.4	11.8	70.1	57.1	87.4	69.1	30.1	65.4	49.9
55.9	74.2	32.3	92.1	20.7	35.3	60.2	32.1	74.5	31.4
38.6	92.5	45.8	58.4	53.4	35.9	48.3	60.1	46.2	37.4
50.9	39.9	45.3	74.4	21.2	29.7	45.8	41.4	56.9	65.8
54.7	70.9	15.1	47.7	12.7	80.9	74.9	65.7	47.5	39.1
48.6	87.1	36.1	47.2	26.1	27.3	47.4	28.1	83.9	76.2
66.3	51.4	11.6	30.9	25.7	76.7	22.6	19.3	64.1	54.2
56.7	20.3	92.6	29.5	52.0	29.9	75.1	20.5	76.5	18.4

**ВАРИАНТ № 21**

22.7	18.8	16.8	29.1	29.7	21.1	20.4	24.5	26.0	28.7
20.6	32.1	25.1	27.5	16.0	28.8	26.8	17.4	31.5	21.4
15.0	22.3	25.5	27.7	20.9	31.9	24.9	26.3	21.2	28.0
24.0	22.4	24.8	17.2	30.8	23.7	15.2	23.1	27.1	18.6
26.4	23.2	20.0	33.0	27.9	24.5	26.9	19.7	21.5	19.8
16.8	21.7	23.4	18.1	16.9	24.2	25.3	25.8	16.6	23.6
22.9	26.6	22.0	17.8	28.0	25.7	24.7	29.8	18.2	29.6
32.5	19.1	25.4	26.2	20.7	28.1	24.4	18.4	22.1	30.1
24.1	32.2	30.0	22.6	29.2	32.7	30.7	22.5	30.0	27.3
30.9	22.5	19.3	28.9	26.7	15.8	20.3	30.4	24.3	31.6

**ВАРИАНТ № 22**

15.0	25.2	25.8	29.3	24.9	30.0	22.9	20.1	30.4	24.5
22.4	29.6	19.3	25.1	25.3	17.5	19.8	28.3	22.7	26.4
29.8	17.2	25.1	21.4	27.3	20.5	22.0	16.4	30.8	28.7
23.5	19.6	27.5	23.7	33.1	27.9	23.0	31.7	18.9	28.4
20.7	15.2	27.3	27.1	19.9	30.4	33.3	31.2	27.7	33.9
18.5	24.1	28.1	15.6	22.4	18.3	15.8	30.2	19.4	30.8
30.9	31.9	26.9	19.6	26.7	32.5	21.8	17.3	33.5	24.5
16.2	22.5	18.1	17.9	30.6	23.1	21.2	26.1	32.1	25.6
24.3	26.5	15.4	26.3	16.0	25.4	21.1	28.5	20.5	23.3
23.2	17.7	28.9	24.7	21.7	29.1	23.9	21.9	19.1	33.7

**ВАРИАНТ № 23**

137	100	209	185	67	110	208	183	59	170
54	195	30	162	226	247	48	228	255	134
127	156	81	106	135	170	133	68	174	143
87	146	78	176	31	204	145	85	229	47
231	131	110	207	241	168	206	60	181	178
220	142	203	153	172	93	154	103	108	234
129	101	144	235	114	77	89	182	112	58
83	153	104	202	39	164	95	154	121	193
66	241	123	91	164	57	250	225	76	125
190	158	201	160	239	211	33	221	151	56

**ВАРИАНТ № 24**

195	47	160	250	223	182	96	44	229	145
184	177	102	128	217	27	221	131	51	203
140	201	245	130	163	29	132	185	179	174
31	99	78	127	69	210	133	226	42	114
140	73	161	240	149	53	205	155	191	93
181	117	84	176	194	78	154	76	28	120
146	224	239	103	207	126	124	152	66	241
56	25	82	116	151	91	60	204	77	159
169	178	79	129	107	171	71	209	135	74
250	134	123	147	180	173	247	165	88	199

**ВАРИАНТ № 25**

157.2	137.1	136.0	131.1	142.1	152.0	150.2	125.7	146.6	141.6
138.5	143.4	147.3	144.2	158.3	146.0	140.8	135.8	150.9	156.4
145.1	122.4	139.1	155.5	150.2	146.2	159.6	146.2	164.1	140.5
156.4	141.6	134.4	149.2	145.3	128.4	150.6	1337	142.1	136.9
127.2	138.2	160.8	155.2	121.8	150.5	144.5	150.5	141.4	128.0
136.2	145.9	162.5	136.9	142.9	146.4	153.2	161.4	150.8	141.6
149.8	154.1	148.4	144.8	150.8	129.3	145.3	141.2	146.4	135.5
134.8	147.1	137.5	159.7	142.7	145.7	150.3	123.5	139.6	153.6
138.4	166.8	148.8	152.5	151.6	133.4	145.5	144.5	144.4	140.8
152.1	137.4	132.1	149.7	166.2	151.1	145.1	139.5	130.1	145.6

**ВАРИАНТ № 26**

2.85	3.91	2.34	4.19	4.23	2.16	5.96	4.05	6.38	3.01
6.60	5.92	3.11	5.72	4.14	4.01	6.47	3.99	3.88	1.51
3.18	4.69	3.06	1.46	3.03	4.08	3.08	5.81	3.23	6.75
5.64	4.56	2.93	2.47	4.67	3.95	2.19	1.98	6.21	4.73
3.36	2.64	7.68	2.65	6.28	3.86	3.61	4.45	4.78	5.47
4.61	3.58	6.68	3.14	6.55	5.76	4.63	4.57	2.59	3.39
1.29	5.69	4.26	5.61	3.29	7.08	2.91	4.59	2.28	4.62
2.71	4.31	2.26	4.64	3.45	5.56	4.07	2.24	4.31	3.81
1.48	5.52	4.26	4.17	7.49	5.01	7.85	5.49	2.01	4.89
4.45	4.98	5.42	4.60	5.10	4.96	4.63	5.05	4.84	1.98

**ВАРИАНТ № 27**

76.23	45.29	92.41	35.48	56.81	45.67	54.01	45.88	25.56	65.91
48.11	6.32	26.31	74.27	27.82	88.04	36.12	56.97	4.97	46.31
55.78	46.85	57.31	37.28	66.41	28.53	72.48	29.34	38.34	62.35
46.82	39.47	81.04	54.06	48.64	61.22	40.56	30.11	78.45	48.53
86.24	47.51	66.92	42.74	4.83	47.83	64.02	57.84	41.63	53.75
65.21	43.82	58.31	33.71	44.95	68.91	32.84	45.21	84.47	31.27
49.29	83.09	55.11	94.75	49.85	58.86	55.30	69.44	50.41	35.07
67.27	41.75	50.56	34.05	37.91	71.25	17.84	14.51	18.23	51.93
50.89	9.41	16.31	51.33	70.58	15.91	51.84	59.31	25.01	60.31
85.52	59.71	75.26	52.22	95.73	19.04	60.85	22.91	53.84	15.02

**ВАРИАНТ № 28**

1.58	1.95	0.89	1.76	1.54	2.28	1.13	2.59	1.91	1.60
1.19	1.70	2.58	1.31	2.54	1.80	2.20	1.49	2.69	1.51
1.77	1.93	1.48	2.21	1.64	2.92	1.25	1.97	0.90	1.78
1.12	2.48	1.38	1.79	1.75	0.67	2.22	1.62	1.82	1.09
1.61	1.71	0.95	2.23	1.46	1.99	2.24	1.72	2.03	1.25
1.28	2.04	1.83	1.69	1.81	1.22	2.05	1.07	1.74	1.88
1.80	0.69	2.07	1.29	2.27	2.75	1.41	2.08	2.30	2.15
1.34	1.84	1.73	2.31	1.86	1.40	2.46	0.73	2.33	1.85
1.02	2.13	1.66	2.84	1.16	2.34	1.44	2.89	2.09	2.90
1.87	1.43	2.11	0.84	1.91	2.44	2.10	1.75	2.60	1.68

**ВАРИАНТ № 29**

30.2	51.9	43.1	58.9	34.1	55.2	47.9	43.7	53.2	34.9
47.8	65.7	37.8	68.6	48.4	67.5	27.3	66.1	52.0	55.6
54.1	26.9	53.6	42.5	59.3	44.8	52.8	42.3	55.9	48.1
44.5	69.8	47.3	35.6	70.1	39.5	70.3	33.7	51.8	56.1
28.4	48.7	41.9	58.1	20.4	56.3	46.5	41.8	59.5	38.1
41.4	70.4	31.4	52.5	45.2	52.3	40.2	60.4	27.6	57.4
29.3	53.8	46.3	40.1	50.3	48.9	35.8	61.7	49.2	45.8
45.3	71.5	35.1	57.8	28.1	57.6	49.6	45.5	36.2	63.2
69.1	25.1	65.1	49.7	62.1	46.1	39.9	62.4	50.1	33.1
33.3	49.8	39.8	45.9	37.3	78.0	64.9	28.8	62.5	58.7

**ВАРИАНТ № 30**

88	72	100	60	116	74	36	143	114	70
56	76	30	76	89	53	117	90	135	103
35	128	70	86	43	76	61	113	34	83
62	84	50	69	120	91	102	47	119	99
33	76	91	37	85	17	85	63	121	74
46	85	63	104	77	92	54	78	42	105
85	79	49	80	93	32	106	81	64	79
73	19	80	65	107	123	51	94	80	108
52	83	124	81	96	82	109	20	95	68
66	41	82	98	111	67	125	97	112	58



**Задание 2.** По данному интервальному распределению частот выборки требуется:

1. построить полигон и гистограмму частот;
2. найти эмпирическую функцию  $F^*(x)$  и построить ее график;
3. найти числовые характеристики  $\bar{x}_B, D_B, \sigma_B$ ;
4. выдвинуть гипотезу о виде распределения случайной величины  $X$  в генеральной совокупности;
5. записать аналитическое выражение для плотности распределения и теоретической функции распределения;
6. при  $\alpha = 0,05$  по критериям Пирсона и Колмогорова подтвердить или отвергнуть выдвинутую гипотезу о виде распределения.

### ВАРИАНТ № 1

<b>Интервалы</b>	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
<b><math>m_i</math></b>	45	23	17	8	4	3	2

### ВАРИАНТ № 2

<b>Интервалы</b>	0-60	60-120	120-180	180-240	240-300	300-360	360-420
<b><math>m_i</math></b>	35	23	17	7	12	1	2

### ВАРИАНТ № 3

<b>Интервалы</b>	0-70	70-140	140-210	210-280	280-350	350-420	420-490
<b><math>m_i</math></b>	33	27	13	7	5	3	1

### ВАРИАНТ № 4

<b>Интервалы</b>	0-40	40-80	80-120	120-160	160-200	200-240	240-280
<b><math>m_i</math></b>	41	30	20	10	4	3	2

### ВАРИАНТ № 5

<b>Интервалы</b>	0-56	56-112	112-168	168-224	224-280	280-336	336-448
<b><math>m_i</math></b>	35	24	17	7	4	2	1

### ВАРИАНТ № 6

<b>Интервалы</b>	0-66	66-132	132-198	198-264	264-330	330-396	396-462
<b><math>m_i</math></b>	39	27	16	8	5	3	2

**ВАРИАНТ № 7**

<b>Интервалы</b>	0-76	76-152	152-228	228-304	304-380	380-456	456-532
<b><math>m_i</math></b>	45	32	20	10	6	4	3

**ВАРИАНТ № 8**

<b>Интервалы</b>	0-80	80-160	160-240	240-320	320-400	400-480	480-560
<b><math>m_i</math></b>	48	30	21	9	7	3	2

**ВАРИАНТ № 9**

<b>Интервалы</b>	0-90	90-180	180-270	270-360	360-450	450-540	540-630
<b><math>m_i</math></b>	50	33	21	8	4	2	2

**ВАРИАНТ № 10**

<b>Интервалы</b>	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
<b><math>m_i</math></b>	44	29	19	7	3	1	2

**ВАРИАНТ № 11**

<b>Интервалы</b>	0-44	44-88	88-132	132-176	176-220	220-264	264-308
<b><math>m_i</math></b>	46	24	18	10	5	7	4

**ВАРИАНТ № 12**

<b>Интервалы</b>	0-54	54-108	108-162	162-216	216-270	270-324	324-378
<b><math>m_i</math></b>	51	26	21	8	6	5	3

**ВАРИАНТ № 13**

<b>Интервалы</b>	0-64	64-128	128-192	192-256	256-320	320-384	384-448
<b><math>m_i</math></b>	52	27	20	9	5	4	3

**ВАРИАНТ № 14**

<b>Интервалы</b>	0-74	74-148	148-222	222-296	296-370	370-444	444-518
<b><math>m_i</math></b>	51	26	17	6	4	5	4

**ВАРИАНТ № 15**

<b>Интервалы</b>	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
<b><math>m_i</math></b>	45	23	17	8	4	3	2

**ВАРИАНТ № 16**

<b>Интервалы</b>	0-60	60-120	120-180	180-240	240-300	300-360	360-420
<b><math>m_i</math></b>	35	23	17	7	12	1	2

**ВАРИАНТ № 17**

<b>Интервалы</b>	0-70	70-140	140-210	210-280	280-350	350-420	420-490
<b><math>m_i</math></b>	33	27	13	7	5	3	1

**ВАРИАНТ № 18**

<b>Интервалы</b>	0-40	40-80	80-120	120-160	160-200	200-240	240-280
<b><math>m_i</math></b>	41	30	20	10	4	3	2

**ВАРИАНТ № 19**

<b>Интервалы</b>	0-56	56-112	112-168	168-224	224-280	280-336	336-448
<b><math>m_i</math></b>	35	24	17	7	4	2	1

**ВАРИАНТ № 20**

<b>Интервалы</b>	0-30	30-60	60-90	90-120	120-150	150-180	180-210
<b><math>m_i</math></b>	54	28	15	9	6	7	3

**ВАРИАНТ № 21**

<b>Интервалы</b>	0-66	66-132	132-198	198-264	264-330	330-396	396-462
<b><math>m_i</math></b>	39	27	16	8	5	3	2

**ВАРИАНТ № 22**

<b>Интервалы</b>	0-76	76-152	152-228	228-304	304-380	380-456	456-532
<b><math>m_i</math></b>	45	32	20	10	6	4	3

**ВАРИАНТ № 23**

<b>Интервалы</b>	0-80	80-160	160-240	240-320	320-400	400-480	480-560
<b><math>m_i</math></b>	48	30	21	9	7	3	2

**ВАРИАНТ № 24**

<b>Интервалы</b>	0-90	90-180	180-270	270-360	360-450	450-540	540-630
<b><math>m_i</math></b>	50	33	21	8	4	2	2

**ВАРИАНТ № 25**

<b>Интервалы</b>	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
<b><math>m_i</math></b>	44	29	19	7	3	1	2

**ВАРИАНТ № 26**

<b>Интервалы</b>	0-44	44-88	88-132	132-176	176-220	220-264	264-308
<b><math>m_i</math></b>	46	24	18	10	5	7	4

**ВАРИАНТ № 27**

<b>Интервалы</b>	0-54	54-108	108-162	162-216	216-270	270-324	324-378
<b><math>m_i</math></b>	51	26	21	8	6	5	3

**ВАРИАНТ № 28**

<b>Интервалы</b>	0-64	64-128	128-192	192-256	256-320	320-384	384-448
<b><math>m_i</math></b>	52	27	20	9	5	4	3

**ВАРИАНТ № 29**

<b>Интервалы</b>	0-74	74-148	148-222	222-296	296-370	370-444	444-518
<b><math>m_i</math></b>	51	26	17	6	4	5	4

**ВАРИАНТ № 30**

<b>Интервалы</b>	0-30	30-60	60-90	90-120	120-150	150-180	180-210
<b><math>m_i</math></b>	54	28	15	9	6	7	3

- Задание 3.** Дана таблица распределения объема  $n = 100$  двух случайных величин  $X$  и  $Y$ . Известно, что между  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость. Требуется:
1. составить уравнения прямых регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ ;
  2. построить на графике прямые регрессии и корреляционное поле;
  3. оценить тесноту корреляционной зависимости и значимость выборочного коэффициента корреляции  $r_B$ .

### ВАРИАНТ № 1

$X \backslash Y$	2.2	3.6	5.0	6.4	7.8	9.2	10.6	12	$m_x$
200	5	3	4						12
360		7	8						15
520			9	10	14				23
680				8	7	6			21
840					2	3	2		7
1000							6	6	12
$m_y$	5	10	21	18	23	9	8	6	100

### ВАРИАНТ № 2

$X \backslash Y$	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	$m_x$
180-210					5	3	2	2	12
210-240					8	7	6		21
240-270				11	12	10			33
270-300		3	4	5					12
300-330		8	6						14
330-360	5	3							8
$m_y$	5	14	10	16	25	17	8	2	100

### ВАРИАНТ № 3

$X \backslash Y$	21.8-22.2	22.2-22.6	22.6-23.0	23.0-23.4	23.4-23.8	23.8-24.2	24.2-24.6	24.6-25.0	$m_x$
0.9-1.1	3	2	1						6
1.1-1.3			4	5					9
1.3-1.5			10	7	6				23
1.5-1.7				12	9	5			26
1.7-1.9					7	4	3		14
1.9-2.1						5	9	8	22
$m_y$	3	2	15	24	22	14	12	8	100

### ВАРИАНТ № 4

$X \backslash Y$	21.0	21.3	21.6	21.9	22.2	22.5	22.8	23.1	$m_x$
0.90	1	3	2						6
1.05		4	2	3					9
1.20			5	7	6				18
1.35				6	14	9			29
1.50					7	6	7		20
1.65						6	7	5	18
$m_y$	1	7	9	16	27	21	14	5	100

### ВАРИАНТ № 5

$X \backslash Y$	60-68	68-76	76-84	84-92	92-100	100-108	108-116	116-124	$m_x$
1.0	6	2	4						12
1.3		3	8	6					17
1.6				8	14	5			27
1.9					8	9			24
2.2					4	5	6		15
2.5						1	1	3	5
$m_y$	6	5	12	21	26	20	7	3	100

### ВАРИАНТ № 6

$X \backslash Y$	50-62	62-74	74-86	86-98	98-110	110-122	122-134	134-146	$m_x$
0.7-1.1	2	3	5						10
1.1-1.5		6	3	5					14
1.5-1.9			5	8	15				28
1.9-2.3				6	9	10			25
2.3-2.7					1	6	8		15
2.7-3.1						3	4	1	8
$m_y$	2	9	13	19	25	19	12	1	100

### ВАРИАНТ № 7

$X \backslash Y$	10-30	30-50	50-70	70-90	90-110	110-130	130-150	150-170	$m_x$
50-150						3	7	2	12
150-200					5	4	6		15
200-250				7	9	8			24
250-300			5	14	7				26
300-350		4	7	5					16
350-400	3	4							7
$m_y$	3	8	12	26	21	15	13	2	100

### ВАРИАНТ № 8

$X \backslash Y$	15	30	45	60	75	90	105	120	$m_x$
750	2	4	2						8
1250			6	7	3				16
1750				6	13	9			28
2250				6	8	9			23
2750					7	8	1		16
3250						1	5	3	9
$m_y$	2	4	8	19	31	27	6	3	100

### ВАРИАНТ № 9

$X \backslash Y$	0.1-0.3	0.3-0.5	0.5-0.7	0.7-0.9	0.9-1.1	1.1-1.3	1.3-1.5	1.5-1.7	$m_x$
150-350	3	4	5						12
350-550		6	2	8					16
550-750				5	14	9			28
750-950				6	8	6			20
950-1150					5	7	4		16
1150-1350							5	3	8
$m_y$	3	10	7	19	27	22	9	3	100

### ВАРИАНТ № 10

$X \backslash Y$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	$m_x$
250-350	2	3	6						11
350-450			3	6	5				14
450-550				4	15	8			27
550-650				8	5	10			23
650-750					7	6	3		16
750-850							6	3	9
$m_y$	2	3	9	18	32	24	9	3	100

### ВАРИАНТ № 11

$X \backslash Y$	140-180	180-220	220-260	260-300	300-340	340-380	380-420	420-460	$m_x$
9.1-14.1	1	4	5						10
14.1-19.1		6	7	2					15
19.1-24.1			5	8	6				19
24.1-29.1				9	13	6			28
29.1-34.1					7	8	4		19
34.1-39.1							6	3	9
$m_y$	1	10	17	19	26	14	10	3	100

### ВАРИАНТ № 12

$X \backslash Y$	110	130	150	170	190	210	230	250	$m_x$
10	1	3	4						8
13		5	6	5					16
16			4	8	6				18
19			6	15	9				30
22					5	6	7		18
25						1	7	2	10
$m_y$	1	8	20	28	20	7	14	2	100

### ВАРИАНТ № 13

$X \backslash Y$	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25	25-27	27-29	29-31	$m_x$
2.1-2.5	3	2	4						9
2.5-2.9		5	6	1					12
2.9-3.3			6	9	4				19
3.3-3.7				8	16	7			31
3.7-4.1					8	6	5		19
4.1-4.5						4	5	1	10
$m_y$	3	7	16	18	28	17	10	1	100

### ВАРИАНТ № 14

$X \backslash Y$	12.5-15.5	15.5-18.5	18.5-21.5	21.5-24.5	24.5-27.5	27.5-30.5	30.5-33.5	33.5-36.5	$m_x$
1.5-2.1	2	4	6						12
2.1-2.7		2	7	6					15
2.7-3.3			6	8	5				19
3.3-3.9				8	14	4			26
3.9-4.5					3	6	8		17
4.5-5.1							5	6	11
$m_y$	2	6	19	22	22	10	13	6	100

### ВАРИАНТ № 15

$X \backslash Y$	1200	2700	4200	6700	8200	9700	11200	12700	$m_x$
20	4	2	5						11
520			7	5	2				14
1020				9	14	6			29
1520				7	8	6			21
2020					4	5	7		16
2520						3	2	4	9
$m_y$	4	2	12	21	28	20	9	4	100



### ВАРИАНТ № 16

$X \backslash Y$	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000	1000-1100	1100-1200	$m_x$
40-180						2	5	3	10
180-220					5	4	5		14
220-260				15	5	7			27
260-300			4	9	8				21
300-340		4	5	7					16
340-380	3	4	5						12
$m_y$	3	8	14	31	18	13	10	3	100

### ВАРИАНТ № 17

$X \backslash Y$	12000	12570	13140	13710	14280	14850	15420	15990	$m_x$
1500	1	6	4						11
1600			4	7	5				16
1700				6	15	6			27
1800				8	8	4			20
1900					5	5	6		16
2000						5	2	3	10
$m_y$	1	6	8	21	33	20	8	3	100

### ВАРИАНТ № 18

$X \backslash Y$	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240	240-260	260-280	$m_x$
80-90	3	4	2						9
90-100		5	7	5					17
100-110				8	14	6			28
110-120					8	9			23
120-130						5	6	3	14
130-140							5	4	9
$m_y$	3	9	9	13	22	20	11	7	100

### ВАРИАНТ № 19

$X \backslash Y$	7.6-8.4	8.4-9.2	9.2-10.0	10.0-10.8	10.8-11.6	11.6-12.4	12.4-13.2	13.2-14.0	$m_x$
115-125	5	6							11
125-135		3	4	6					13
135-145			4	5	6				15
145-155				6	13	7			26
155-165						6	9	5	20
165-175							7	8	15
$m_y$	5	9	8	17	19	13	16	13	100

### ВАРИАНТ № 20

$X \backslash Y$	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	$m_x$
115						4	3	2	9
120					8	7			15
125				8	7	4			19
130			7	15	3				25
135		2	9	8					19
140	1	4	8						13
$m_y$	1	6	24	31	18	15	3	2	100

### ВАРИАНТ № 21

$X \backslash Y$	200-400	400-600	600-800	800-1000	1000-1200	1200-1400	1400-1600	1600-1800	$m_x$
2.5-7.5	1	2	5						8
7.5-12.5		2	7	4					13
12.5-17.5			9	6	4				19
17.5-22.5				14	6	7			27
22.5-27.5					1	8	9		18
27.5-32.5						4	5	6	15
$m_y$	1	4	21	24	11	19	14	6	100

### ВАРИАНТ № 22

$X \backslash Y$	210-310	310-410	410-510	510-610	610-710	710-810	810-910	910-1010	$m_x$
1-5							7	2	9
5-9						7	8		15
9-13				15	5	9			29
13-17			6	6	7				19
17-21		5	9	2					16
21-25	2	4	6						12
$m_y$	2	9	21	23	12	16	15	2	100

### ВАРИАНТ № 23

$X \backslash Y$	1435-1505	1505-1575	1575-1645	1645-1715	1715-1785	1785-1855	1855-1925	1925-1995	$m_x$
205-215	3	2	3						8
215-225		1	4	5					10
225-235			7	13	8				28
235-245					9	6	6		21
245-255						7	8	3	18
255-265						4	6	5	15
$m_y$	3	3	14	18	17	17	20	8	100

### ВАРИАНТ № 24

$X \backslash Y$	2400	2440	2480	2520	2560	2600	2640	2680	$m_x$
300	5	4	2						11
305		1	3	3					7
310			7	10	14				31
315				9	6	4			19
320						8	5	7	20
325							6	6	12
$m_y$	5	5	12	22	20	12	11	13	100

### ВАРИАНТ № 25

$X \backslash Y$	80-160	160-240	240-320	320-400	400-480	480-560	560-640	640-720	$m_x$
8.5-12.5	4	5	2						11
12.5-16.5		6	7	5					18
16.5-20.5			6	8	14				28
20.5-24.5					12	9	2		23
24.5-28.5					6	4			10
28.5-32.5						5	3	2	10
$m_y$	4	11	15	13	32	18	5	2	100

### ВАРИАНТ № 26

$X \backslash Y$	235-375	375-425	425-475	475-525	525-575	575-625	625-675	675-725	$m_x$
22-34	6	6	4	3					19
34-46			6	9	5				20
46-58					12	8	6		26
58-70						7	5	3	15
70-82							4	9	13
82-96								7	7
$m_y$	6	6	10	12	17	15	15	19	100

### ВАРИАНТ № 27

$X \backslash Y$	26-46	46-66	66-86	86-106	106-126	126-146	146-166	166-186	$m_x$
4.6-6.2	6	4	4						14
6.2-7.8		8	7	2					17
7.8-9.4			3	8	9				20
9.4-11.0				16	5	8			29
11.0-12.6						6	5		11
12.6-14.2						4	3	2	9
$m_y$	6	12	14	26	14	18	8	2	100

### ВАРИАНТ № 28

$X \backslash Y$	18.5	19.7	20.9	22.1	23.3	24.5	25.7	26.9	$m_x$
125	4	3	6						13
200		7	4	7					18
275				15	9	7			31
350					8	5	6		19
425						4	3	1	8
500							6	5	11
$m_y$	4	10	10	22	17	16	15	6	100

### ВАРИАНТ № 29

$X \backslash Y$	1.5-8.5	8.5-15.5	15.5-22.5	22.5-29.5	29.5-36.5	36.5-43.5	43.5-50.5	50.5-57.5	$m_x$
0.47-0.61	5	3	2	2					12
0.61-0.75		4	8	9	4				25
0.75-0.89					17	9	6		32
0.89-1.03					1	6	5		12
1.03-1.17						6	3	2	11
1.17-1.31							4	4	8
$m_y$	5	7	10	11	22	21	18	6	100

### ВАРИАНТ № 30

$X \backslash Y$	0.33-0.83	0.83-1.33	1.33-1.83	1.83-2.33	2.33-2.83	2.83-3.33	3.33-3.88	3.88-4.33	$m_x$
38-62	3	3	4	6					16
62-86		5	8	9					22
86-110				13	8	9			30
110-134					9	2	4		15
134-158						1	3	5	9
158-182							5	3	8
$m_y$	3	8	12	28	17	12	12	8	100

## Решение типового варианта

**ЗАДАНИЕ 1.** В результате эксперимента получена выборка из 100 чисел

24.8	26.2	25.6	24.0	26.4	25.2	26.7	25.4	25.3	26.1
24.3	25.3	25.6	26.7	24.5	26.0	25.7	25.0	26.4	25.9
24.4	25.4	26.1	23.4	26.5	25.9	23.9	25.7	27.1	24.9
23.8	25.6	25.2	26.4	24.2	26.5	25.7	24.7	26.0	25.8
24.3	25.5	26.7	24.9	26.2	26.7	24.6	26.0	25.4	25.0
25.4	25.3	24.1	26.6	24.8	25.6	23.7	26.8	25.2	26.1
24.5	25.4	25.1	26.2	24.2	26.4	25.7	23.9	27.2	25.0
23.9	25.6	24.9	24.5	26.2	26.7	24.3	26.1	27.7	25.8
25.6	25.2	24.2	26.0	24.7	26.5	23.5	25.4	27.1	24.0
26.2	24.2	25.5	26.0	25.7	26.4	24.6	27.0	25.2	26.9

1. Записываем числовые значения (варианты) в порядке возрастания, получим вариационный ряд

23.4	23.5	23.7	23.8	23.9	23.9	23.9	24.0	24.0	24.1
24.2	24.2	24.2	24.3	24.3	24.3	24.4	24.5	24.5	24.5
24.6	24.6	24.7	24.7	24.8	24.8	24.8	24.9	24.9	24.9
25.0	25.0	25.1	25.2	25.2	25.2	25.2	25.2	25.3	25.3
25.3	25.4	25.4	25.4	25.4	25.4	25.4	25.5	25.5	25.6
25.6	25.6	25.6	25.6	25.7	25.7	25.7	25.7	25.7	25.7
25.8	25.8	25.9	25.9	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0
26.1	26.1	26.1	26.1	26.2	26.2	26.2	26.2	26.2	26.4
26.4	26.4	26.4	26.4	26.5	26.5	26.5	26.6	26.7	26.7
26.7	26.7	26.7	26.8	26.9	27.0	27.1	27.1	27.2	27.7

2. Находим размах вариации

$$x_{\max} - x_{\min} = 27.7 - 23.4 = 4.3;$$

оптимальное число интервалов

$$k = 1 + 3.322 \lg n = 1 + 3.322 \lg 100 = 7.644 \approx 8$$

и длину частичного интервала

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{4.3}{8} = 0.54.$$

Выпишем границы интервалов: \*)

$$a_1 = 23.4; \quad a_2 = 23.94; \quad a_3 = 24.48; \quad a_4 = 25.02; \quad a_5 = 25.56;$$

$$a_6 = 26.10; \quad a_7 = 26.64; \quad a_8 = 27.18; \quad a_9 = 27.72.$$

\*) Отметим другой способ построения интервалов:  $a_1 = x_{\min} - \frac{h}{2}$ ,  
 $a_2 = a_1 + h$ ,  $a_3 = a_2 + h$ , и т.д.. При этом последний интервал  
 “накрывает”  $x_{\max}$ .

Подсчитаем число вариантов, попавших в каждый интервал, т.е. находим частоты  $m_i$ , запишем интервальное распределение частот выборки:

Интервалы	23.40- 23.94	23.94- 24.48	24.48- 25.02	25.02- 25.56	25.56- 26.10	26.10- 26.64	26.64- 27.18	27.18- 27.72
$m_i$	7	10	15	17	25	14	10	2

### 3. Находим относительные частоты

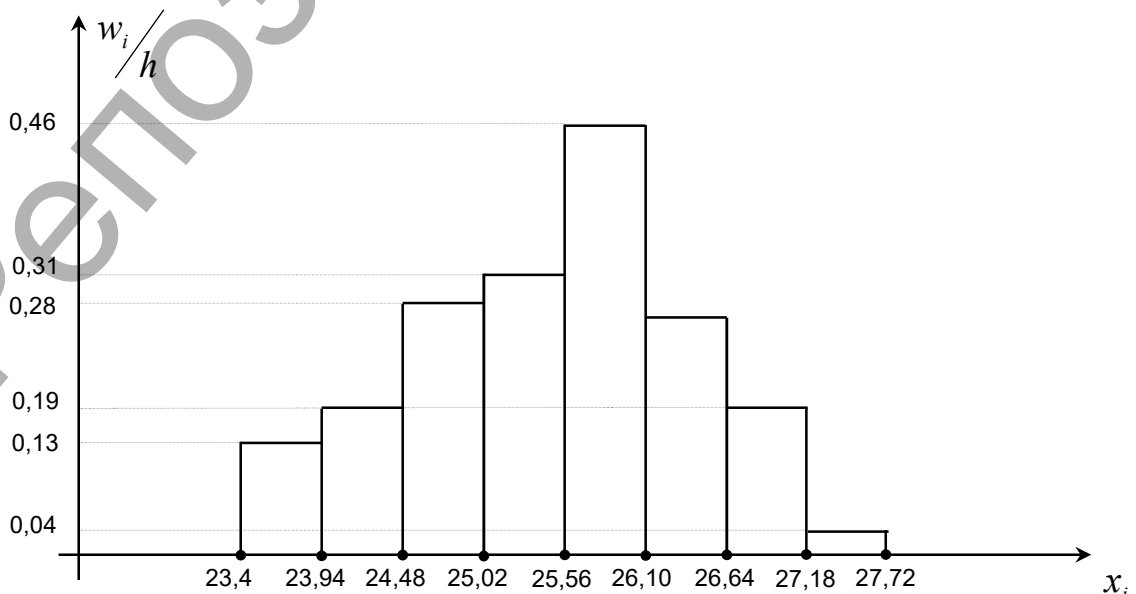
$$w_i = \frac{m_i}{n}, \quad n = 100$$

и их плотности

$$\frac{w_i}{h}, \quad h = 0.54.$$

Интервалы	$m_i$	$w_i$	$\frac{w_i}{h}$
23.40-23.94	7	0.07	0.130
23.94-24.48	10	0.10	0.19
24.48-25.02	15	0.15	0.28
25.02-25.56	17	0.17	0.31
25.56-26.10	25	0.25	0.46
26.10-26.64	14	0.14	0.26
26.64-27.18	10	0.10	0.19
27.18-27.72	2	0.02	0.04
$\Sigma$	100	1	

Строим гистограмму относительных частот (масштаб на осях разный).



Находим значения эмпирической функции

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n},$$

где  $n_x$  - накопленная частота.

В качестве аргумента функции рассматриваем концы интервалов:

$$F^*(23.4) = \frac{0}{100} = 0;$$

$$F^*(23.94) = \frac{7}{100} = 0.07;$$

$$F^*(24.48) = \frac{7+10}{100} = 0.17;$$

$$F^*(25.02) = \frac{17+15}{100} = 0.32;$$

$$F^*(25.56) = \frac{32+17}{100} = 0.49;$$

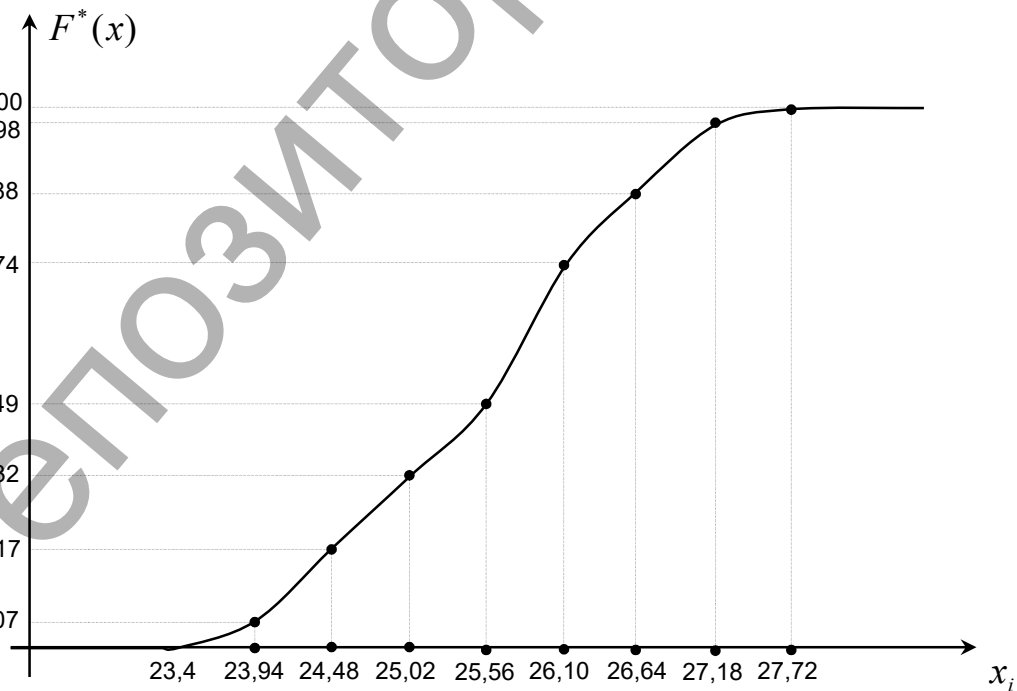
$$F^*(26.10) = \frac{49+25}{100} = 0.74;$$

$$F^*(26.64) = \frac{74+14}{100} = 0.88;$$

$$F^*(27.18) = 0.98;$$

$$F^*(27.72) = 1.00$$

Строим график эмпирической функции или кумулятивной кривой выборки:



4. Находим выборочное среднее

$$\bar{x}_B = \frac{\sum x_i m_i}{n},$$

среднее по квадратам

$$\overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2 m_i}{n},$$

выборочную дисперсию

$$D_B = \overline{x^2} - \bar{x}_B^2,$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_B = \sqrt{D_B},$$

исправленную выборочную дисперсию

$$s^2 = \frac{100}{99} \cdot D_B,$$

исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$ .

$x_i$  - середина интервала  $a_i - a_{i+1}$ ,

$$x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$$

Составляем расчетную таблицу.

$a_i - a_{i+1}$	$x_i$	$m_i$	$x_i m_i$	$x_i^2 m_i$
23.40-23.94	23.67	7	165.69	3921.8823
23.94-24.48	24.21	10	242.10	5861.2410
24.48-25.02	24.75	15	371.25	9188.4375
25.02-25.56	25.29	17	429.93	10872.9297
25.56-26.10	25.83	25	645.75	16679.7225
26.10-26.64	26.37	14	369.18	9735.2766
26.64-27.18	26.91	10	269.10	7241.481
27.18-27.72	27.45	2	54.90	1507.005
$\Sigma$		100	2547.9	65007.9756

$$\bar{x}_B = \frac{2547.9}{100} = 25.479 = 25.48;$$

$$\overline{x^2} = 650.079756 = 650.0798;$$

$$D_B = 650.0798 - 25.48^2 = 650.0798 - 649.2304 = 0.8494;$$

$$\sigma_B = \sqrt{0.8494} = 0.9216 = 0.92;$$

$$s^2 = \frac{100}{99} \cdot 0.8494 = 0.858 = 0.86$$

$$s = 0.93.$$



5. По виду гистограммы выдвигаем гипотезу о нормальном распределении в генеральной совокупности признака X, причем

$$M(X) = a = \bar{x}_B = 25.48; \quad s = \sigma(X) = 0.93.$$

Находим

$$\bar{x}_B - 3 \cdot s = 25.48 - 2.79 = 22.69;$$

$$\bar{x}_B + 3 \cdot s = 25.48 + 2.79 = 28.27$$

Выборка от  $x_{\min} = 23.4$  до  $x_{\max} = 27.72$  входит в интервал

$$(\bar{x}_B - 3 \cdot s; \bar{x}_B + 3 \cdot s),$$

т.е. имеет место «правило трех сигм» для этого распределения.

По критерию Пирсона надо сравнивать эмпирические и теоретические частоты вариант. Эмпирические частоты  $m_i$  даны.

Теоретические частоты  $m_i'$  найдем по формуле

$$m_i' = n \cdot P_i = 100 \cdot P(a_i < X < a_{i+1}) = 100 \left( \Phi\left(\frac{a_{i+1} - \bar{x}}{s}\right) - \Phi\left(\frac{a_i - \bar{x}}{s}\right) \right).$$

Составим вспомогательную таблицу:

$a_i$	$\frac{a_i - \bar{x}}{s}$	$\Phi(u_i)$	$\Phi(u_{i+1}) - \Phi(u_i) = P_i$
23.40	-2.24	-0.4875	$P_1=0.0360$
23.94	-1.66	-0.4515	$P_2=0.0917$
24.48	-1.08	-0.3598	$P_3=0.1719$
25.02	-0.49	-0.1879	$P_4=0.2238$
25.56	0.09	0.0359	$P_5=0.2129$
26.10	0.67	0.2488	$P_6=0.1456$
26.64	1.25	0.3944	$P_7=0.072$
27.18	1.83	0.4664	$P_8=0.0256$
27.72	2.41	0.4920	$\sum = 0.9795$

Дальнейшие расчеты проведем в таблице. Значения функции Лапласа  $\Phi(x)$  возьмем из таблицы на стр. 46.

Статистика  $\chi^2 = \sum_i \frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'}$  имеет распределение «хи-квадрат» лишь при  $n \rightarrow \infty$ , поэтому необходимо, чтобы в каждом

интервале было не менее 5 значений. Если  $m_i < 5$ , имеет смысл объединить соседние интервалы.

В данном случае объединим седьмой и восьмой интервалы, тогда число интервалов  $l = 7$ .

№№	$m_i$	$100P_i = m_i'$	$m_i - m_i'$	$(m_i - m_i')^2$	$\frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'}$
1	7	3.60	3.40	11.56	3.211
2	10	9.17	0.83	0.6889	0.075
3	15	17.19	-2.19	4.7961	0.279
4	17	22.38	-5.38	28.9444	1.293
5	25	21.29	3.71	13.7641	0.647
6	14	14.56	-0.56	0.3136	0.022
7	$\left. \begin{matrix} 10 \\ 2 \end{matrix} \right\} 12$	$\left. \begin{matrix} 7.20 \\ 2.56 \end{matrix} \right\} 9.76$	$\left. \begin{matrix} 2.80 \\ -0.56 \end{matrix} \right\} 2.24$	5.0176	0.514
$\Sigma$	100	97.95			$\chi^2_{набл} = 6.041$

По таблице критических точек распределения  $\chi^2$  (см. стр. 48) находим

$$\chi^2_{крит}(\alpha, k = l - 3) = \chi^2_{крит}(0.05; 7 - 3) = \chi^2_{крит}(0.05; 4) = 9.488.$$

Так как  $\chi^2_{набл} = 6.041 < \chi^2_{крит}$ , то гипотеза  $H_0$  о нормальном распределении принимается.

По критерию Колмогорова надо сравнить

$$\lambda_{опыт} = \sqrt{n} \cdot \max_i |F^*(x_i) - F(x_i)| \quad \text{и} \quad \lambda_{крит}(0.05) = 1.358.$$

$F(x)$  - теоретическая функция распределения.

Для нормального распределения

$$F(x_i) = 0.5 + \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right).$$

В качестве  $x_i$  возьмем  $a_i$  ( $i = \overline{1,9}$ ).

Составим таблицу:

$a_i$	$F^*(a_i)$	$0.5 + \Phi(u_i)$	$F(a_i)$	$ F^*(a_i) - F(a_i) $
23.40	0	0.5-0.4875	0.0125	0.0125
23.94	0.07	0.5-0.4515	0.0485	0.0215
24.48	0.17	0.5-0.3598	0.1402	0.0298
25.02	0.32	0.5-0.1879	0.3121	0.0079
25.56	0.49	0.5+0.0359	0.5359	0.0459*
26.10	0.74	0.5+0.2488	0.7488	0.0088
26.64	0.88	0.5+0.3944	0.8944	0.0144
27.18	0.98	0.5+0.4664	0.9664	0.0136
27.72	1.00	0.5+0.4920	0.9920	0.0080

$$\max |F^*(a_i) - F(a_i)| = 0.0459.$$

$$\lambda_{\text{опыт}} = \sqrt{100} \cdot 0.0459 = 0.459 < \lambda_{\text{крит}} = 1.358.$$

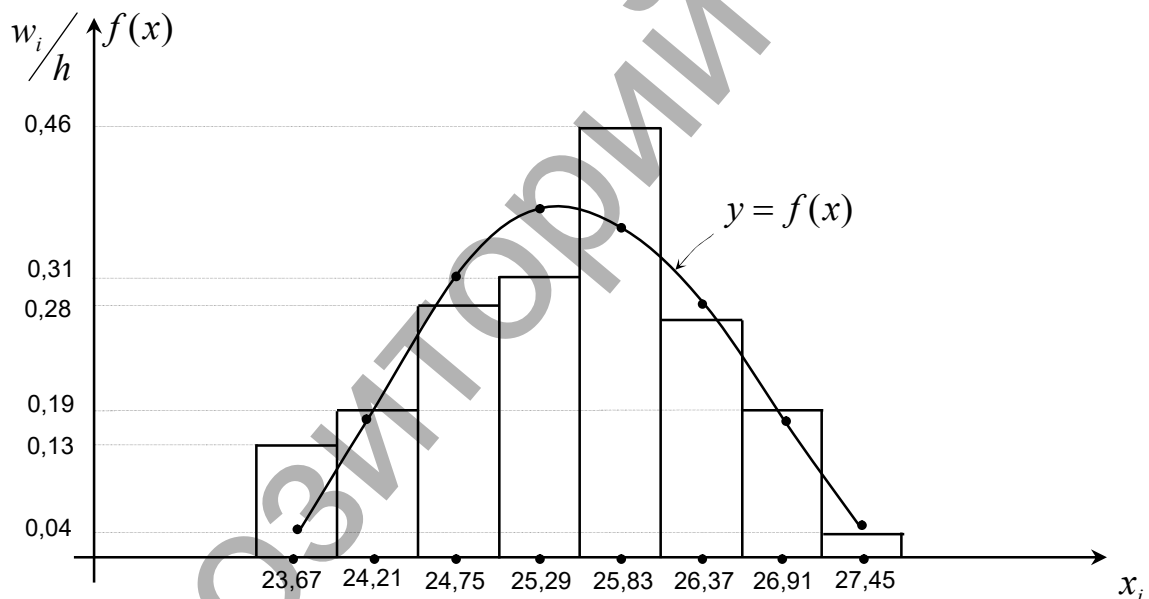
Гипотеза  $H_0$  о нормальном распределении не отвергается.

## 6. Плотность нормального распределения

$$f(x) = \frac{1}{0.93 \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-25.48)^2}{2 \cdot 0.93^2}} = 0.43 \exp(-0.58 \cdot (x-25.48)^2)$$

$x_i$	23.67	24.21	24.75	25.29	25.83	26.37	26.91	27.45
$f(x_i)$	0.064	0.169	0.324	0.421	0.401	0.272	0.131	0.045

Откладываем эти пары значений на гистограмме относительных частот, соединяем плавной линией.



7. Если СВ  $X$  генеральной совокупности распределена нормально, то с надежностью  $\gamma = 0.95$  можно утверждать, что математическое ожидание  $a$  СВ  $X$  покрывается доверительным интервалом

$$(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta),$$

где

$$\delta = \frac{s}{\sqrt{n}} t_\gamma - \text{точность оценки.}$$

В нашей задаче  $n = 100$ ,  $s = 0.93$ ,  $t_\gamma = t(\gamma, n) = t(0.95; 100) = 1.984$ .  
(см. стр. 47)

Тогда

$$\delta = \frac{0.93}{10} \cdot 1.984 = 0.1845 = 0.18;$$

Следовательно

$$\bar{x} - \delta = 25.48 - 0.18 = 25.30;$$

$$\bar{x} + \delta = 25.48 + 0.18 = 25.66.$$

Таким образом, доверительный интервал для математического ожидания

$$a \in (25.30; 25.66).$$

Причем

$$P(25.30 < a < 25.66) = 0.95.$$

Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  с надежностью  $\gamma = 0.95$

$$s(1 - q) < \sigma < s(1 + q),$$

где  $q = q(\gamma, n) = q(0.95; 100) = 0.143$  (см. стр. 50).

Точность оценки

$$\delta = s \cdot q = 0.93 \cdot 0.143 = 0.13;$$

Следовательно

$$s - \delta = 0.93 - 0.13 = 0.80;$$

$$s + \delta = 0.93 + 0.13 = 1.06,$$

Таким образом, доверительный интервал для среднего квадратического отклонения

$$\sigma \in (0.80; 1.06)$$

Причем

$$P(0.80 < \sigma < 1.06) = 0.95.$$

**ЗАДАНИЕ 2.** Дано интервальное распределение частот некоторой совокупности относительно признака  $X$  :

Интервалы	0-36	36-72	72-108	108-144	144-180	180-216	216-252
$m_i$	44	24	16	9	2	5	4

Составим таблицу, в которой найдем плотность частоты  $\frac{m_i}{h}$ ,

середины интервалов  $x_i$ , произведения  $x_i m_i$ ,  $x_i^2 m_i$  для построения полигона и гистограммы частот и нахождения числовых характеристик выборки. Длина интервалов  $h = 36$ .

$a_i - a_{i+1}$	$x_i$	$m_i$	$\frac{m_i}{h}$	$x_i m_i$	$x_i^2 m_i$
0-36	18	44	1.22	792	14256
36-72	54	24	0.67	1296	69984
72-108	90	16	0.44	1440	129600
108-144	126	9	0.25	1134	142884
144-180	162	2	0.06	324	52488
180-216	198	5	0.14	990	196020
216-252	234	4	0.11	936	219024
$\Sigma$		n=104		6912	824256

$$\bar{x}_B = \frac{6912}{104} = 66.46;$$

$$\bar{x}^2 = \frac{824256}{104} = 7925.54;$$

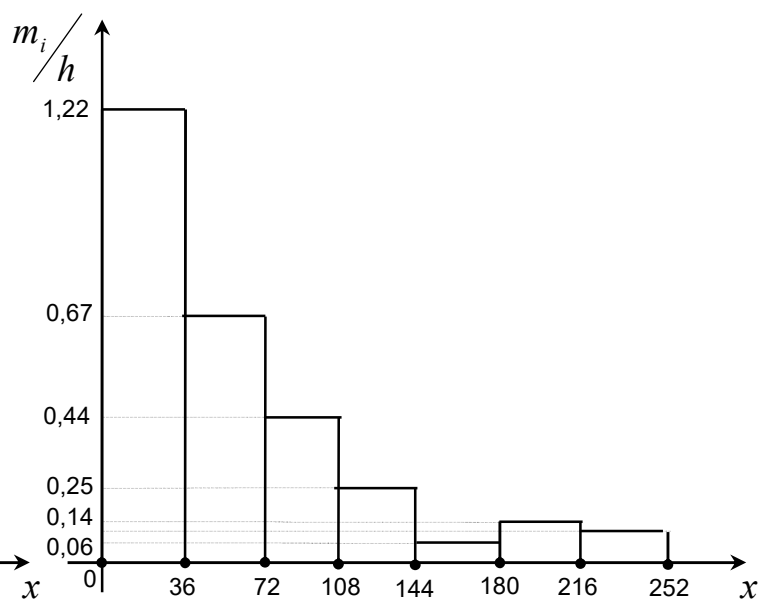
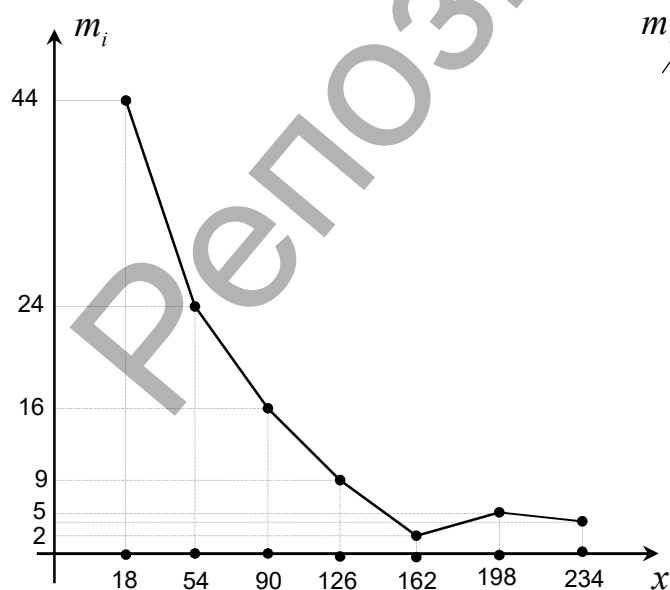
$$D_B = 7925.54 - 66.46^2 = 7925.54 - 4417.14 = 3508.40;$$

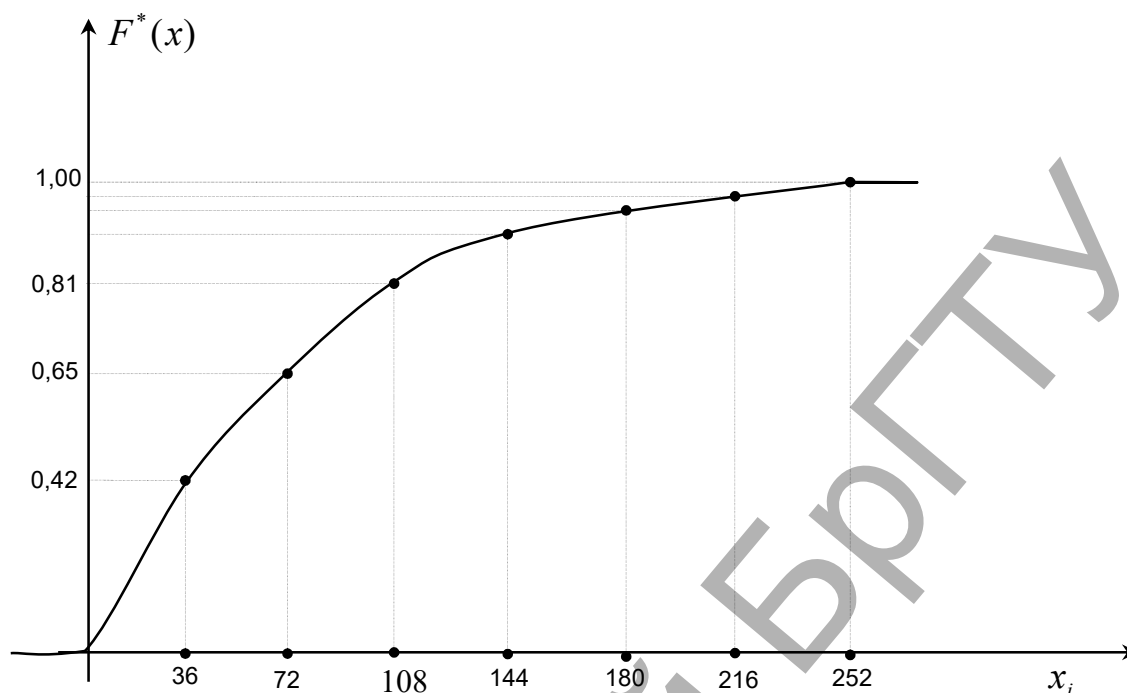
$$\sigma_B = 59.23.$$

Строим эмпирическую функцию распределения  $F^*(a_i) = \frac{n_{a_i}}{n}$ ,

$a_i$  – концы интервалов  $i = \bar{0.8}$ ,  $n = 104$ .

$a_i$	0	36	72	108	144	180	216	252
$F^*(a_i)$	0	$\frac{44}{104} = 0.42$	$\frac{68}{104} = 0.65$	$\frac{84}{104} = 0.81$	$\frac{93}{104} = 0.89$	$\frac{95}{104} = 0.91$	$\frac{100}{104} = 0.96$	$\frac{104}{104} = 1$





По виду полигона частот, гистограммы,  $F^*(x)$  выдвигаем гипотезу о показательном распределении признака  $X$  в генеральной совокупности. Признаком этого распределения является совпадение:

$$M(X) = \sigma(X) = \frac{1}{\lambda}.$$

В данном случае,  $\bar{x}_B$  и  $\sigma_B$  достаточно близки:  $\lambda = \frac{1}{\bar{x}_B} = 0.015$ .

Плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 0.015e^{-0.015x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Теоретическая функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 1 - e^{-0.015x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Подтвердим или опровергнем гипотезу  $H_0$ : генеральная совокупность признака  $X$  подчиняется показательному закону распределения.

а) Критерий Пирсона. Находим теоретические (выравнивающие) частоты

$$m_i' = nP_i = n \cdot P(a_i < X < a_{i+1}) = n \cdot (e^{-\lambda a_i} - e^{-\lambda a_{i+1}}).$$

Сравниваем

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum \frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'} \text{ и}$$

$$\chi^2_{\text{крит}}(\alpha, k = l - 2) = \chi^2_{\text{крит}}(0.05; 5 - 2) = \chi^2_{\text{крит}}(0.05; 3) = 7.815.$$

Интервалы	$P_i = e^{-0.015a_i} - e^{-0.015a_{i+1}}$	$m_i' = 104P_i$	$m_i$	$ m_i - m_i' $	$\frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'}$
0-36	$1 - 0.5827 = 0.4173$	43.40	44	0.60	0.008
36-72	$0.5827 - 0.3396 = 0.2431$	25.28	24	1.28	0.065
72-108	$0.3396 - 0.1979 = 0.1417$	14.74	16	1.26	0.108
108-144	$0.1979 - 0.1153 = 0.0826$	8.59	9 } 11	2.59	0.494
144-180	$0.1153 - 0.0672 = 0.0481$	5.00			
180-216	$0.0672 - 0.0392 = 0.028$	2.91	5 } 9	4.38	4.152
216-252	$0.0392 - 0.0228 = 0.0164$	1.71			
$\Sigma$	0.9772		104		$\chi^2_{\text{набл}} = 4.827$

$\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{крит}} \Rightarrow$  гипотеза  $H_0$  не отвергается.

б) Критерий Колмогорова.

Сравниваем

$$\lambda_{\text{опыт}} = \sqrt{n} \cdot \max |F^*(a_i) - F(a_i)| \quad \text{с} \quad \lambda_{\text{крит}}(\alpha) = \lambda_{\text{крит}}(0.05) = 1.358,$$

$$n = 104. \quad F(a_i) = 1 - e^{-0.015a_i}, \quad i = \overline{0, 8}.$$

$a_i$	$F^*(a_i)$	$F(a_i)$	$ F^*(a_i) - F(a_i) $
0	0.000	0.000	0.000
36	0.423	0.417	0.006
72	0.654	0.660	0.006
108	0.808	0.802	0.006
144	0.894	0.885	0.009
180	0.913	0.933	0.020
216	0.962	0.961	0.001
252	1.000	0.977	0.023

$$\max_i |F^*(a_i) - F(a_i)| = 0.023, \quad \lambda_{\text{опыт}} = \sqrt{104} \cdot 0.023 = 0.235, \quad \lambda_{\text{опыт}} < \lambda_{\text{крит}} \Rightarrow$$

гипотеза  $H_0$  не отвергается.

**ЗАДАНИЕ 3.** Значения признаков X и Y заданы корреляционной таблицей объема  $n = 65$ .

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	$m_x$
120-140					3	4	7
140-160				2	5	2	9
160-180			3	6	3		12
180-200		5	9	8			22
200-220	1	4	2				7
220-240	3	2					5
240-260	3						3
$m_y$	7	11	14	16	11	6	65

Уравнение прямой регрессии Y на X имеет вид:

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_B \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}) \quad (1)$$

Уравнение прямой регрессии X на Y имеет вид:

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_B \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}) \quad (2)$$

Находим  $\bar{x}$ ,  $\sigma_x$ ,  $\bar{y}$ ,  $\sigma_y$ . Так как СВ X и Y имеют интервальные распределения, то находим середины соответствующих интервалов  $x_i$  и  $y_j$ . Для облегчения расчетов введем так называемые условные варианты  $u_i$  и  $v_j$ ,  $i = \overline{1,7}$ ,  $j = \overline{1,6}$ .

$$u_i = \frac{x_i - C_1}{h_1} = \frac{x_i - 190}{20} \quad i = \overline{1,7};$$

$$v_j = \frac{y_j - C_2}{h_2} = \frac{y_j - 35}{10} \quad j = \overline{1,6}.$$

Интервалы X	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - 190}{20}$	$m_x$	$u_i m_x$	$u_i^2 m_x$
120-140	130	-3	7	-21	63
140-160	150	-2	9	-18	36
160-180	170	-1	12	-12	12
180-200	190	0	22	0	0
200-220	210	1	7	7	7
220-240	230	2	5	10	20
240-260	250	3	3	9	27
$\Sigma$			65	-25	165



$$\bar{u}_B = -\frac{25}{65} = -0.38;$$

$$\bar{u}^2 = \frac{165}{65} = 2.54;$$

$$D_u = 2.54 - 0.15 = 2.39;$$

$$\bar{x}_B = C_1 + h_1 \cdot \bar{u}_B = 190 - 20 \cdot 0.38 = 182.4;$$

$$D_x = h_1^2 \cdot D_u = 400 \cdot 2.39 = 956;$$

$$\sigma_x = \sqrt{956} = 30.92.$$

Интервалы Y	$y_j$	$v_j = \frac{y_j - 35}{10}$	$m_y$	$v_j m_y$	$v_j^2 m_y$
10-20	15	-2	7	-14	28
20-30	25	-1	11	-11	11
30-40	35	0	14	0	0
40-50	45	1	16	16	16
50-60	55	2	11	22	44
60-70	65	3	6	18	54
$\Sigma$			65	31	153

$$\bar{v}_B = \frac{31}{65} = 0.48;$$

$$\bar{v}^2 = \frac{153}{65} = 2.35;$$

$$D_v = 2.35 - 0.23 = 2.12;$$

$$\bar{y}_B = C_2 + h_2 \bar{v}_B = 35 + 10 \cdot 0.48 = 39.8;$$

$$D_y = 100 \cdot 2.12 = 212;$$

$$\sigma_y = \sqrt{D_y} = 14.56.$$

Находим выборочный коэффициент корреляции

$$\bar{uv} = \frac{\sum \sum u_i v_j m_{xy}}{n}$$

$$r_B = r_{xy} = \frac{\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = r_{uv} = \frac{\bar{uv} - \bar{u} \cdot \bar{v}}{\sigma_u \cdot \sigma_v}$$

$u_i \backslash v_j$	-2	-1	0	1	2	3	$m_x$	$u_i \sum v_j m_{xy}$
-3					3	4	7	$-3(6+12)=-54$
-2				2	5	2	9	$-2(2+10+6)=-36$
-1			3	6	3		12	$-1(0+6+6)=-12$
0		5	9	8			22	0
1	1	4	2				7	$1(-2-4+0)=-6$
2	3	2					5	$2(-6-2)=-16$
3	3						3	$3(-6)=-18$
$m_y$	7	11	14	16	11	6	65	$\sum_1 = -142$
$v_j \sum u_i \cdot m_{xy}$	$-2(1+6+9)=-32$	$-1(0+4+4)=-8$	0	$1(-4-6-0)=-10$	$2(-9-10-3)=-44$	$3(-12-4)=-48$		$\sum_2 = -142$

$$\bar{uv} = \frac{-142}{65} = -2.18;$$

$$\bar{uv} - \bar{u} \cdot \bar{v} = -2.18 - (-0.38) \cdot 0.48 = -2.18 + 0.18 = -2;$$

$$\sigma_u = \sqrt{2.39} = 1.55;$$

$$\sigma_v = \sqrt{2.12} = 1.46;$$

$$r_B = \frac{-2}{1.55 \cdot 1.46} = -0.88.$$

Близость  $|r_B| = 0.88$  к 1 говорит о достаточно тесной линейной зависимости между СВ X и Y; т.к. с возрастанием значений одной случайной величины значения другой СВ убывают, то  $r_B < 0$ .

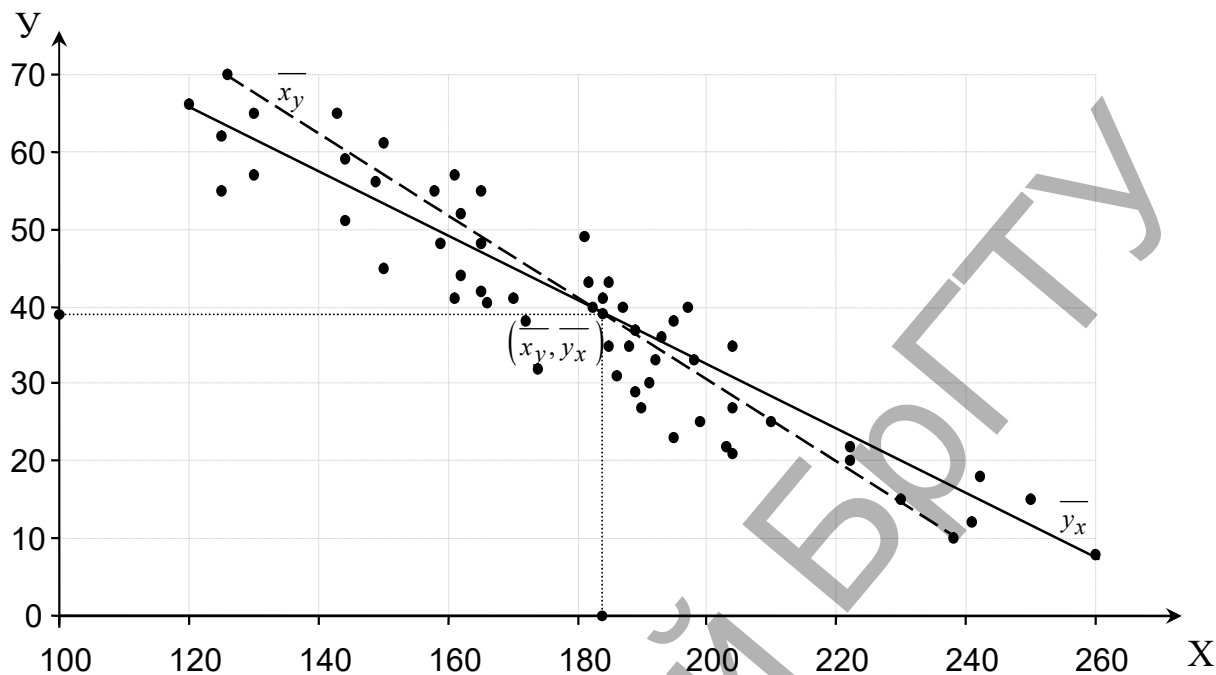
Отметим, что вычисления, записанные в трех таблицах, можно свести в одну таблицу.

Выпишем уравнения прямых регрессии (1) и (2):

$$\begin{aligned} \text{Y на X:} \quad \bar{y}_x - 39.8 &= -0.88 \cdot \frac{14.56}{30.92} (x - 182.4) \\ \bar{y}_x &= -0.41x + 115,38 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{X на Y:} \quad \bar{x}_y - 182.4 &= -0.88 \cdot \frac{30.92}{14.56} (y - 39.8) \\ \bar{x}_y &= -1.87y + 256,78 \end{aligned} \quad (4)$$

На плоскости  $xOy$  строим графики прямых (3) и (4) и значения  $(X, Y)$  из корреляционной таблицы.



$x$	120	260
$\overline{y_x}$	66.18	8.78

$y$	10	70
$\overline{x_y}$	238.08	125.88

Оценим значимость выборочного коэффициента корреляции  $r_B = -0.88$  для генеральной совокупности  $(X, Y)$  при заданном уровне значимости  $\alpha = 0.05$ .

Выдвигаем нулевую и альтернативную гипотезы:

$H_0: r_r = 0$  (в генеральной совокупности нет линейной зависимости).

$H_1: r_r \neq 0$  (в генеральной совокупности есть линейная зависимость между СВ  $X$  и  $Y$ ).

Находим значение выборочной статистики

$$|t_{набл}| = \frac{|r_B| \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}} = \frac{0.88 \cdot \sqrt{63}}{\sqrt{1-0.88^2}} = 14.71$$

По таблице «Критические точки распределения Стьюдента» (см. стр. 47) находим

$$t_{крит}(\alpha; n-2) = t_{крит}(0.05; 63) = 2.$$

$|t_{набл}| > 2 \Rightarrow H_0$  отвергаем и принимаем гипотезу  $H_1$ .

Следовательно,  $r_B = -0.88$  - значимый коэффициент.

## Рекомендуемая литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. –М.: Высш. шк., 1998. – 479 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. –М.: Высш. шк., 1998. – 400 с.
3. Гурский Е.И. Теория вероятностей с элементами математической статистики. –М.: Высш. шк., 1971. – 328 с.
4. Гурский Е.И. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистики. –Мн.: Выш. шк., 1984. – 223 с.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1988.– 448с.
6. Герасимович А.И., Матвеева Я.И. Математическая статистика. – Мн.: Выш. шк., 1978. – 200 с.
7. Теория вероятностей / Под ред. Зарубина В.С., Крищенко А.П. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 456 с
8. Жевняк Р.М., Карпук А.А. Высшая математика. Часть V. –Мн.: Выш. шк., 1988. – 253 с
9. Мацкевич И.П., Свирид Г.П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика. . –Мн.: Выш. шк., 1993. – 269с.
10. Сборник индивидуальных заданий по теории вероятностей и математической статистике / Под ред. Рябушко А.П. –Мн.: Выш. шк., 1992. – 191с.
11. Кремер Н.М. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник для вузов (экон. спец.). –М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 543с.
12. Микулич Н.А., Рейзина Г.Н. Решение технических задач по теории вероятностей и математической статистике. . –Мн.: Выш.шк., 1991. – 164 с.
13. Годунов Б.А., Рубанов В.С., Тузик Т.А. Математическая статистика. Задания, методические указания, статистические таблицы. – Брест: БГТУ, 2002.

### Статистические таблицы.

1. Таблица значений функции  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ .

Сотые доли

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2331	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001	0001

При  $x > 4$  принимают  $\varphi(x) = 0$ .

2. Таблица значений функции  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ .

x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0.00	0.0000	0.45	0.1736	0.90	0.3159	1.35	0.4115	1.80	0.4641	2.50	0.4938
0.01	0.0040	0.46	0.1772	0.91	0.3186	1.36	0.4131	1.81	0.4649	2.52	0.4941
0.02	0.0080	0.47	0.1808	0.92	0.3212	1.37	0.4147	1.82	0.4656	2.54	0.4945
0.03	0.0120	0.48	0.1844	0.93	0.3238	1.38	0.4162	1.83	0.4664	2.56	0.4948
0.04	0.0160	0.49	0.1879	0.94	0.3264	1.39	0.4177	1.84	0.4671	2.58	0.4951
0.05	0.0199	0.50	0.1915	0.95	0.3289	1.40	0.4192	1.85	0.4678	2.60	0.4953
0.06	0.0239	0.51	0.1950	0.96	0.3315	1.41	0.4207	1.86	0.4686	2.62	0.4956
0.07	0.0279	0.52	0.1985	0.97	0.3340	1.42	0.4222	1.87	0.4693	2.64	0.4959
0.08	0.0319	0.53	0.2019	0.98	0.3365	1.43	0.4236	1.88	0.4699	2.66	0.4961
0.09	0.0359	0.54	0.2054	0.99	0.3389	1.44	0.4251	1.89	0.4706	2.68	0.4963
0.10	0.0398	0.55	0.2088	1.00	0.3413	1.45	0.4265	1.90	0.4713	2.70	0.4965
0.11	0.0438	0.56	0.2123	1.01	0.3438	1.46	0.4279	1.91	0.4719	2.72	0.4967
0.12	0.0478	0.57	0.2157	1.02	0.3461	1.47	0.4292	1.92	0.4726	2.74	0.4969
0.13	0.0517	0.58	0.2190	1.03	0.3485	1.48	0.4306	1.93	0.4732	2.76	0.4971
0.14	0.0557	0.59	0.2224	1.04	0.3508	1.49	0.4319	1.94	0.4738	2.78	0.4973
0.15	0.0596	0.60	0.2257	1.05	0.3531	1.50	0.4332	1.95	0.4744	2.80	0.4974
0.16	0.0636	0.61	0.2291	1.06	0.3554	1.51	0.4345	1.96	0.4750	2.82	0.4976
0.17	0.0675	0.62	0.2324	1.07	0.3577	1.52	0.4357	1.97	0.4756	2.84	0.4977
0.18	0.0714	0.63	0.2357	1.08	0.3599	1.53	0.4370	1.98	0.4761	2.86	0.4979
0.19	0.0753	0.64	0.2389	1.09	0.3621	1.54	0.4382	1.99	0.4767	2.88	0.4980
0.20	0.0793	0.65	0.2422	1.10	0.3643	1.55	0.4394	2.00	0.4772	2.90	0.4981
0.21	0.0832	0.66	0.2454	1.11	0.3665	1.56	0.4406	2.02	0.4783	2.92	0.4982
0.22	0.0871	0.67	0.2486	1.12	0.3686	1.57	0.4418	2.04	0.4793	2.94	0.4984
0.23	0.0910	0.68	0.2517	1.13	0.3708	1.58	0.4429	2.06	0.4803	2.96	0.4985
0.24	0.0948	0.69	0.2549	1.14	0.3729	1.59	0.4441	2.08	0.4812	2.98	0.4986
0.25	0.0987	0.70	0.2580	1.15	0.3749	1.60	0.4452	2.10	0.4821	3.00	0.4987
0.26	0.1026	0.71	0.2611	1.16	0.3770	1.61	0.4463	2.12	0.4830	3.20	0.4993
0.27	0.1064	0.72	0.2642	1.17	0.3790	1.62	0.4474	2.14	0.4838	3.40	0.4997
0.28	0.1103	0.73	0.2673	1.18	0.3810	1.63	0.4484	2.16	0.4846	3.60	0.4998
0.29	0.1141	0.74	0.2703	1.19	0.3830	1.64	0.4495	2.18	0.4854	3.80	0.4999
0.30	0.1179	0.75	0.2734	1.20	0.3849	1.65	0.4515	2.20	0.4861	4.00	0.4999
0.31	0.1217	0.76	0.2764	1.21	0.3869	1.66	0.4505	2.22	0.4868	4.50	0.5000
0.32	0.1255	0.77	0.2794	1.22	0.3883	1.67	0.4525	2.24	0.4875	5.00	0.5000
0.33	0.1293	0.78	0.2823	1.23	0.3907	1.68	0.4535	2.26	0.4881		
0.34	0.1331	0.79	0.2852	1.24	0.3925	1.69	0.4545	2.28	0.4887	↓	↓
0.35	0.1368	0.80	0.2881	1.25	0.3944	1.70	0.4554	2.30	0.4893	+∞	0.5
0.36	0.1406	0.81	0.2910	1.26	0.3962	1.71	0.4564	2.32	0.4898		
0.37	0.1443	0.82	0.2939	1.27	0.3980	1.72	0.4573	2.34	0.4904		
0.38	0.1480	0.83	0.2967	1.28	0.3997	1.73	0.4582	2.36	0.4909		
0.39	0.1517	0.84	0.2995	1.29	0.4015	1.74	0.4591	2.38	0.4913		
0.40	0.1554	0.85	0.3023	1.30	0.4032	1.75	0.4599	2.40	0.4918		
0.41	0.1591	0.86	0.3051	1.31	0.4049	1.76	0.4608	2.42	0.4922		
0.42	0.1628	0.87	0.3078	1.32	0.4066	1.77	0.4616	2.44	0.4927		
0.43	0.1654	0.88	0.3106	1.33	0.4082	1.78	0.4625	2.46	0.4931		
0.44	0.1700	0.89	0.3133	1.34	0.4099	1.79	0.4633	2.48	0.4934		

### 3. Распределение Стьюдента (двусторонняя критическая область) .

$\alpha$  - уровень значимости,  $\gamma = 1 - \alpha$  - доверительная вероятность,

$\nu$  - число степеней свободы,  $n = \nu + 1$  –объем выборки.

$\alpha$	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
$\gamma$	0,90	0,95	0,98	0,99	0,998	0,999
$\nu \downarrow$						
1	6,314	12,71	31,82	63,66	318,3	636,6
2	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33	31,60
3	2,353	3,182	4,541	5,841	10,22	12,94
4	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	2,015	2,571	3,365	5,032	5,893	6,859
6	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,405
8	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611	3,922
19	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,562	3,850
21	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
50	1,676	2,009	2,403	2,678	3,262	3,495
60	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
80	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,415
100	1,660	1,984	2,365	2,626	3,174	3,389
200	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,339
300	1,648	1,965	2,334	2,586	3,106	3,310
$\infty$	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

4.  $\chi^2$  – распределение.

$\nu$  - число степеней свободы,  $\alpha$  - уровень значимости.

$\alpha \backslash \nu$	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635	10,827
2	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210	13,815
3	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345	16,266
4	5,989	7,779	9,488	11,668	13,237	18,467
5	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086	20,515
6	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812	22,457
7	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475	24,322
8	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090	26,125
9	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666	27,877
10	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209	29,588
11	14,631	17,275	19,675	22,618	24,795	31,264
12	15,812	18,549	21,026	24,054	24,217	32,909
13	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688	34,528
14	18,151	21,064	23,685	26,783	29,141	36,123
15	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578	37,697
16	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000	39,252
17	21,615	24,769	27,587	30,995	32,409	40,790
18	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805	42,312
19	23,900	27,204	30,144	33,678	36,191	43,820
20	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566	45,315
21	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932	46,797
22	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289	48,268
23	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638	49,728
24	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980	51,179
25	30,675	34,382	37,652	41,566	42,314	52,620
26	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642	54,052
27	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963	55,476
28	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278	56,893
29	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588	58,302
30	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892	59,703



5. Критические значения коэффициентов корреляции для уровней значимости 0,05 и 0,01.

d. f.	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
1	0,996717	0,9998766
2	0,995000	0,990000
3	0,8783	0,95873
4	0,8114	0,91720
5	0,7545	0,8745
6	0,7067	0,8343
7	0,6664	0,7977
8	0,6319	0,7646
9	0,6021	0,7348
10	0,5760	0,7079
11	0,5529	0,6835
12	0,5324	0,6614
13	0,5139	0,6411
14	0,4973	0,6226
15	0,4821	0,6055
16	0,4683	0,5897

d. f.	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
17	0,4555	0,5751
18	0,4438	0,5614
19	0,4329	0,5487
20	0,4227	0,5368
25	0,3809	0,4869
30	0,3494	0,4487
35	0,3246	0,4182
40	0,3044	0,3932
45	0,2875	0,3721
50	0,2732	0,3541
60	0,2500	0,3248
70	0,2919	0,3017
80	0,2172	0,2830
90	0,2050	0,2673
100	0,1946	0,2540

Число степеней свободы  $d.f. = n - 2$  для парной корреляции, и  $d.f. = n - 2 - k$  для множественной.  $n$  – объем выборки совокупности,  $k$  – число исключаемых переменных.

6. Таблица значений  $q = q(\gamma, n)$ .

$(1 - q) s < \sigma < (1 + q) s$ , если  $q < 1$ ,

$0 < \sigma < (1 + q) s$ , если  $q > 1$ .

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

$n \backslash \gamma$	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64
6	1,09	2,01	3,88
7	0,92	1,62	2,98
8	0,80	1,38	2,42
9	0,71	1,20	2,06
10	0,65	1,08	1,80
11	0,59	0,98	1,60
12	0,55	0,90	1,45
13	0,52	0,83	1,33
14	0,48	0,78	1,23
15	0,46	0,73	1,15
16	0,44	0,70	1,07
17	0,42	0,66	1,01
18	0,40	0,63	0,96
19	0,39	0,60	0,92

$n \backslash \gamma$	0,95	0,99	0,999
20	0,37	0,58	0,88
25	0,32	0,49	0,73
30	0,28	0,43	0,63
35	0,26	0,38	0,56
40	0,24	0,35	0,50
45	0,22	0,32	0,46
50	0,21	0,30	0,43
60	0,188	0,269	0,38
70	0,174	0,245	0,34
80	0,161	0,226	0,31
90	0,151	0,211	0,29
100	0,143	0,198	0,27
150	0,115	0,160	0,211
200	0,099	0,136	0,185
250	0,089	0,120	0,162

## Содержание

1.	Вопросы учебной программы.....	3
2.	Перечень основных задач по темам четвертого семестра.....	5
3.	Аттестационная работа по математической статистике.....	9
3.1.	Задание №1.....	9
3.2.	Задание №2.....	17
3.3.	Задание №3.....	21
4.	Решения типового варианта аттестационной работы.....	29
4.1.	Задание №1.....	29
4.2.	Задание №2.....	36
4.3.	Задание №3.....	40
5.	Рекомендуемая литература.....	44
6.	Таблицы значений основных функций в теории вероятностей и математической статистике.....	45

**Учебное издание**

**Составители:** Тузик Татьяна Александровна  
Гладкий Иван Иванович

**Теория вероятностей.  
Математическая статистика.**

Редактор: Строкач Т.В.  
Ответственный за выпуск: Тузик Т.А.  
Компьютерный набор: Мищирук Д.Н.  
Компьютерная графика: Гладкий И.И.  
Технический редактор: Никитчик А.Д.  
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 31.08.2002. Формат 60x84/16. Бумага «Чайка».  
Усл. п. л. 3,0. Уч. изд. л. 3,25. Тираж 150 экз. Заказ № 895.

Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский  
государственный технический университет». 224017, г. Брест,  
ул. Московская, 267.