за исключением $3^2 - 2^3$. Это утверждение было доказано в 2002 г. румынским математиком Преда Михайлеску. Доказательство использует методы из теории круговых полей.

Для решения уравнения $x^a - y^b = 1$, где x, y, a, b >1, можно рассмотреть случаи: 1) x – чётное число, y – нечётное число; 2) x – нечётное число, y — чётное число. Каждый из вариантов распадается еще на два случая: 1) x > y, a < b;2) x < y, a> b. Кроме этого, требуется перебрать комбинации a, b – чётные (нечётные) числа. Всего 16 вариантов перебора.

Уравнение $x^n+y^n=z^n$ не может быть решено в целых ненулевых числах относительно *x*, *y* и *z* при натуральных значениях показателя *n*, больших 2; (Великая теорема Ферма). При *n* = 2 данное уравнение имеет решение, к примеру, 3, 4, 5. Эйлер доказал неразрешимость указанного уравнения при *n* = 4 (1738 г.) и при *n* = 3 (1770 г.), Г. Ламе – при *n* = 7 (1839 г.). В 1995 году Эндрю Уайлс, используя достижения современных ученых, сумел завершить доказательство великой теоремы Ферма.

С решением диофантовых уравнений связана одна из знаменитых проблем Давида Гильберта, сформулированных на II Международном конгрессе математиков в Париже в 1990 году: пусть дано произвольное диофантово уравнение; требуется указать общий метод, следуя которому, можно было бы за конечное число шагов узнать, имеет ли оно решение в целых числах. В 1970 году ленинградский математик Ю. В. Матиясевич доказал, что такого общего метода не существует.

УДК 519.1

## О СЛОЖНОСТИ ТЬЮРИНГОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ОДНОМ КЛАССЕ

***Даудов Д.Д.***
*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*
*Научный руководитель: Будько А.Е., к. ф.-м. н., доцент*

В [1] была рассмотрена классификация машин Тьюринга по степени сложности их программ, заданных ориентированными графами. Там же было начато исследование сложности вычислений на машинах Тьюринга в зависимости от сложности их программ. В [2] это исследование было продолжено. В данных работах рассматриваются машины Тьюринга с внешним алфавитом $\{0,1\}$ и программы машин задаются ориентированными графами, вершины которых соответствуют внутренним состояниям, а дуги определяют команды. Будем считать, что в каждый момент времени лента имеет конечную длину, и к ней могут пристраиваться пустые ячейки. Длину ленты, имеющуюся в начальный момент, обозначим через n. Вершины соответствующие, начальным и конечным состояниям, называются соответственно начальной и конечной.

Поскольку программа задается графом, то сложность программы будет определяться сложностью соответствующего графа. Путь, начало и конец которого совпадают, называется циклом. Цикл называется элементарным, если все его вершины, за исключением начальной и конечной, различны. Кустом называется неконечная вершина вместе с выходящими из нее двумя дугами. Цикл называется *m*-циклом, если в нем можно выделить ровно *m* различных элементарных циклов. Машина называется *m*-цикловой, если в ее графе имеются *m*-циклы, возможно *c*-циклы и нет *d*-циклов, где $c < m$, $d > m$. Граф может содержать кусты, дуги которых не входят ни в какой цикл. Класс *m*-цикловых машин обозначается через $L_m$. Таким образом, сложность структуры программы характеризует *m*-цикловость: чем больше *m*, тем сложнее структура программы.

В [1, 2] были получены верхние оценки сложности вычислений для машин классов $L_0 - L_3$. Для машин класса $L_0$ время вычисления не зависит от длины начальной записи и является константой. Для машин класса $L_1$ верхняя оценка времени вычисления является линейной, для машин классов $L_2$, $L_3$ – квадратичной.

В настоящей работе рассматривается построение машины класса $L_5$. Показывается, что время и емкость работы этой машины над начальной конфигурацией вполне определенного вида являются уже экспоненциальными.

**Список цитированных источников**

1. Будько, А.Е. О двух классах машин Тьюринга / А.Е. Будько// Доклады АН БССР. – 1985. – № 9. – С. 792 – 793.
2. Будько, А.Е. Верхние оценки сложности вычислений для некоторых классов машин Тьюринга / А.Е. Будько // Известия АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1987. – № 1. – С. 20.

УДК 517.983.54 + 519.6

# СХОДИМОСТЬ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ НОРМЕ ГИЛЬБЕРТОВА ПРОСТРАНСТВА НЕЯВНОГО МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ I РОДА

***Дерачиц Н.А.[1], Матысик О.В.[2]***

*[1]Брестский государственный технический университет, г. Брест*

*[2]Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*

В действительном гильбертовом пространстве $H$ решается линейное операторное уравнение

$$Ax = y \tag{1}$$

с положительным ограниченным самосопряжённым оператором $A$, для которого нуль не является собственным значением. Однако предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора $A$, поэтому задача (1) неустойчива и, следовательно, некорректна.

Для решения уравнения (1) предлагается неявная итерационная процедура

$$(E+\alpha A^3)x_{n+1} = x_n + \alpha A^2 y, \quad x_0 = 0. \tag{2}$$

Предполагая существование единственного точного решения x уравнения (1) при точной правой части y, ищем его приближение $x_{n,\delta}$ при приближённой правой части $y_\delta$, $\|y - y_\delta\| \le \delta$. В этом случае метод (2) примет вид

$$(E+\alpha A^3)x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} + \alpha A^2 y_\delta, \ \ x_{0,\delta} = 0. \tag{3}$$

Ниже, под сходимостью метода (3) понимается утверждение о том, что приближения (3) сколь угодно близко подходят к точному решению *x* уравнения (1) при подходящем выборе *n* и достаточно малых $\delta$, т.е. $\lim\limits_{\delta\to 0}\left(\inf\limits_n \|x - x_{n,\delta}\|\right) = 0$.

В случае, когда нет сведений об истокообразной представимости точного решения, затруднительно получить априорные оценки погрешности и априорный момент останова. И, тем не менее, метод (3) можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться энергетической нормой гильбертова пространства $\|x\|_A = \sqrt{(Ax, x)}$, где $x \in H$. Справедлива

**Теорема 1.** *При условии* $\alpha > 0$ *итерационный метод* (3) *сходится в энергетической норме гильбертова пространства, если число итераций n выбирать из условия* $n^{1/6}\delta \to 0$ *при* $n \to \infty, \delta \to 0$.