В [1, 2] были получены верхние оценки сложности вычислений для машин классов $L_0 - L_3$. Для машин класса L_0 время вычисления не зависит от длины начальной записи и является константой. Для машин класса L_1 верхняя оценка времени вычисления является линейной, для машин классов L_2, L_3 – квадратичной.

В настоящей работе рассматривается построение машины класса L_5. Показывается, что время и емкость работы этой машины над начальной конфигурацией вполне определенного вида являются уже экспоненциальными.

Список цитированных источников

1. Будько, А.Е. О двух классах машин Тьюринга / А.Е. Будько// Доклады АН БССР. – 1985. – № 9. – С. 792 – 793.

2. Будько, А.Е. Верхние оценки сложности вычислений для некоторых классов машин Тьюринга / А.Е. Будько // Известия АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1987. – № 1. – С. 20.

УДК 517.983.54 + 519.6

СХОДИМОСТЬ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ НОРМЕ ГИЛЬБЕРТОВА ПРОСТРАНСТВА НЕЯВНОГО МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ I РОДА

Дерачиц Н.А.[1], Матысик О.В.[2]

[1]Брестский государственный технический университет, г. Брест
[2]Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест

В действительном гильбертовом пространстве H решается линейное операторное уравнение

$$Ax = y \tag{1}$$

с положительным ограниченным самосопряжённым оператором A, для которого нуль не является собственным значением. Однако предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора A, поэтому задача (1) неустойчива и, следовательно, некорректна.

Для решения уравнения (1) предлагается неявная итерационная процедура

$$(E + \alpha A^3)x_{n+1} = x_n + \alpha A^2 y, \qquad x_0 = 0. \tag{2}$$

Предполагая существование единственного точного решения x уравнения (1) при точной правой части y, ищем его приближение $x_{n,\delta}$ при приближённой правой части y_δ, $\|y - y_\delta\| \le \delta$. В этом случае метод (2) примет вид

$$(E + \alpha A^3)x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} + \alpha A^2 y_\delta, \; x_{0,\delta} = 0. \tag{3}$$

Ниже, под сходимостью метода (3) понимается утверждение о том, что приближения (3) сколь угодно близко подходят к точному решению *x* уравнения (1) при подходящем выборе *n* и достаточно малых δ, т.е. $\lim\limits_{\delta \to 0}\left(\inf\limits_n \|x - x_{n,\delta}\|\right) = 0$.

В случае, когда нет сведений об истокообразной представимости точного решения, затруднительно получить априорные оценки погрешности и априорный момент останова. И, тем не менее, метод (3) можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться энергетической нормой гильбертова пространства $\|x\|_A = \sqrt{(Ax, x)}$, где $x \in H$. Справедлива

Теорема 1. *При условии* $\alpha > 0$ *итерационный метод* (3) *сходится в энергетической норме гильбертова пространства, если число итераций n выбирать из условия* $n^{1/6}\delta \to 0$ *при* $n \to \infty, \delta \to 0$.

Запишем общую оценку погрешности для метода (3) в энергетической норме

$$\left\|x - x_{n,\delta}\right\|_A \le \left(12n\alpha\right)^{-1/6}\left\|x\right\| + 6^{1/2}\left(n\alpha\right)^{1/6}\delta,\ n \ge 1. \qquad (4)$$

Оптимизируем оценку (4) по *n*. Для этого при заданном δ найдём такое значение числа итераций *n,* при котором оценка погрешности становится минимальной. Приравняв нулю производную по *n* от правой части неравенства (4), получим

$$n_{\text{опт}} = 2^{-5/2}3^{-2}\alpha^{-1}\delta^{-3}\left\|x\right\|^3. \qquad (5)$$

Подставив $n_{\text{опт}}$ в оценку (4), найдём её оптимальное значение

$$\left\|x - x_{n,\delta}\right\|_A^{\text{опт}} \le 2\cdot 2^{1/12}3^{1/6}\delta^{1/2}\left\|x\right\|^{1/2}. \qquad (6)$$

Таким образом, справедлива

Теорема 2. *Оптимальная оценка погрешности для метода* (3) *при условии* $\alpha > 0$ *в энергетической норме имеет вид* (6) *и получается при* $n_{\text{опт}}$ *из* (5).

Замечание. *Из неравенства* (6) *вытекает, что оптимальная оценка погрешности не зависит от параметра* α. *Но* $n_{\text{опт}}$ *зависит от* α *и, поскольку на* α *нет ограничений сверху* $(\alpha > 0)$, *то за счёт выбора* α *можно получить* $n_{\text{опт}} = 1$, *т. е. оптимальная оценка погрешности будет достигаться уже на первом шаге итераций. Для этого достаточно взять*

$$\alpha_{onm} = 2^{-5/2}3^{-2}\delta^{-3}\left\|x\right\|^3.$$

Рассмотрим вопрос о том, когда из сходимости в энергетической норме следует сходимость в обычной норме гильбертова пространства *H*. Очевидно для этого достаточно, чтобы при некотором фиксированном ε $\left(0 < \varepsilon < \left\|A\right\|\right)$ было $P_\varepsilon x = 0,\ P_\varepsilon x_{n,\delta} = 0$, где $P_\varepsilon = \int_0^\varepsilon \lambda dE_\lambda$. Так как $x_{n,\delta} = A^{-1}\left[E - \left(E + \alpha A^3\right)^{-n}\right]y_\delta$, то для выполнения последнего из указанных условий должно выполняться условие $P_\varepsilon y_\delta = 0$. Таким образом, если решение *x* и приближенная правая часть y_δ такова, что $P_\varepsilon x = 0$ и $P_\varepsilon y_\delta = 0$, то из сходимости $x_{n,\delta}$ к *x* в энергетической норме вытекает сходимость в исходной норме гильбертова пространства *H* и, следовательно, для сходимости в исходной норме пространства *H* не требуется истокообразной представимости точного решения.

УДК 519.872

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ ВАЛОВОГО РЕГИОНАЛЬНОГО ПРОДУКТА С ПОМОЩЬЮ НМ-СЕТЕЙ

Дунец А.Ю.

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, г. Гродно

Научный руководитель: Косарева Е.В., к. ф.-м. н., доцент

Введение. Валовый региональный продукт (ВРП) определяется как сумма добавленных стоимостей (ВДС) видов экономической деятельности и чистых налогов на продукты. ВРП формируется в разрезе 15 видов экономической деятельности (далее – секция) [1]. Для расчета ВРП области за каждый отчетный период (месяц, квартал, год) в отрас-