Группа Ли $\boldsymbol{G}$ является полупрямым произведением группы Ли H стационарности точки пространства ${}^1R_4$ и абелевой группы T_4 параллельных переносов пространства:

$$^{1}R_4 : G = H \otimes T_4. \qquad (6)$$

Алгебра Ли $\overline{G}$ является полупрямой суммой алгебры Ли $\overline{H}$ группы Ли H и коммутативной алгебры Ли τ_4 группы Ли T_4:

$$\overline{G} = \overline{H} \oplus \tau_4 . \qquad (7)$$

Базис в алгебре Ли $\overline{G}$ группы Ли $\boldsymbol{G}$ движений пространства ${}^1R_4$ берется следующим образом:

$$i_1 = E_{21}, i_2 = E_{31}, i_3 = E_{41}, i_4 = E_{51}, i_2 = E_{23} + E_{32}, i_6 = E_{24} + E_{42}, i_7 = E_{25} + E_{52},$$
$$i_8 = E_{34} - E_{43}, i_9 = E_{35} - E_{53}, i_{10} = E_{45} - E_{54}, \qquad (8)$$

где $E_{\alpha\beta}$ – (5×5)-матрица, у которой в α-й строке, β-м столбце стоит единица, а остальные элементы – нули.

Причем векторы $i_5, i_6, \dots i_{10}$ образуют базис алгебры Ли $\overline{H}$ группы Ли H, векторы $i_1,\ i_2,\ i_3,\ i_4$ образуют базис алгебры τ_4, а операция коммутирования в алгебре Ли $\overline{G}$ задается в виде:

$$[A,B] = AB - BA \qquad A, B \in \overline{G}. \qquad (9)$$

Алгебры Ли $\overline{G}_1$, $\overline{G}_2$, $\overline{G}_3$, $\overline{G}_4$, $\overline{G}_5$, $\overline{G}_6$, $\overline{G}_7$, $\overline{G}_8$, $\overline{G}_9$, $\overline{G}_{10}$, $\overline{G}_{11}$, $\overline{G}_{12}$, $\overline{G}_{13}$, задаются соответственно базисами

$$\{i_9\}, \{i_6\}, \{i_5 - i_8\}, \{i_9 + \lambda i_6\}, \{i_6,\ i_9\}, \{i_5 - i_8,\ i_7 + + i_{10}\}, \{i_5 - i_8,\ i_6\}, \{i_5 - i_8, i_7 + i_{10},\ i_6\}, \{i_5 - i_8, i_7 + i_{10}, i_9\}, \{i_5 - i_8, i_7 + i_{10}, i_9 + \lambda i_6\}, \{i_8, i_9,\ i_{10}\}, \{i_5,\ i_6,\ i_8\}, \{i_5 - i_8, i_7 + i_{10}, i_9,\ i_6\}.$$

Тем самым классифицированы с точностью до изоморфизма все однородные пространства со структурной группой G.

Затем в работе классифицируются все канонические морфизмы однородных пространств, структурной группой которых является группа Ли вращений пространства Минковского.

Список цитированных источников

1. Юдов, А.А. О редуктивности однородных пространств с фундаментальной группой G – группой движений пространства ${}^1R_4$ / А.А. Юдов, О.В. Пинчук // Вестник БрГУ. – 2011. – № 1. – С. 123–128.
2. Юдов, А.А. Исследование однородных пространств с фундаментальной группой G – группой движений пространства ${}^2R_4$ / А.А. Юдов, Е.Е. Гурская // Вестник БрГУ. – 2008. – № 1(30). – С. 35–41.

УДК 519.872

РЕКУРРЕНТНЫЕ МЕТОДЫ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ ДОКУМЕНТООБОРОТА

Капура Д.П.
Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, г. Гродно
Научный руководитель: Матальыцкий М.А., д. ф.-м. н., профессор

Система документооборота организации включает процессы работы с документами, начиная от регистрации до списания документов в архив. Все процедуры передачи документов исполнителям, выполнение указанных в них поручений, контроль исполнительской дисциплины фиксируются.

Автоматизированные системы обработки документов обеспечивают действенный эффект в том случае, когда архитектура системы предусматривает адекватное отражение существующих в организации процессов информационного взаимодействия и оптимальное распределение потоков работ по автоматизированным рабочим местам сотрудников организации.

Разработка моделей функционирования является традиционным средством определения основных характеристик проектируемой системы, а также средством получения данных о видах и необходимом количестве рабочих мест, которые должны быть включены в архитектуру системы.

Наибольший интерес представляют документы в процессе обработки, направляемые в подведомственные организации. Именно в этом процессе занято большинство сотрудников организации, так как прохождение документов является одним из основных показателей деятельности иерархической управленческой организации [1].

Моделью системы документооборота любой организации может служить открытая сеть массового обслуживания с однотипными заявками. Системами в такой сети являются отделы организации, заявками – документы, а линиями обслуживания являются сотрудники организации.

Предполагается, что в открытую НМ-сеть массового обслуживания, состоящую из n систем обслуживания (СМО) $S_1, S_2, ..., S_n$, поступает произвольный поток заявок (документов), имеющий среднюю интенсивность λ. Дисциплины обслуживания в каждой из них – FIFO. Система обслуживания Si состоит из m_i идентичных линий обслуживания, время обслуживания заявок в которых распределено по произвольному закону с интенсивностью μ_i, $i = \overline{1, n}$, p_{ij} – вероятность того, что заявка после обслуживания в системе Si поступит на обслуживание в систему S_j, $j = \overline{1, n}$.

Для нахождения средних характеристик систем сети использовался рекуррентный по моментам времени метод анализа средних значений, итерационные соотношения при этом имеют вид [2]:

$$\rho_i(t) = \min\left(N_i(t), m_i\right),\ i = \overline{1, n},$$

$$\tau_i(t) = \frac{N_i(t)}{\mu_i \rho_i(t)},\ i = \overline{1, n},$$

$$N_i(t+1) = \lambda_i \tau_i(t),\ i = \overline{1, n},$$

где λ_i – интенсивность входящего потока заявок в *i*-ю СМО, $i = \overline{1, n}$, $\lambda_i = \lambda e_i, i = \overline{1, n}$, а величины e_j удовлетворяют системе линейных уравнений: $e_j = p_{0j} + \sum_{i=1}^{n} e_i p_{ij},\ j = \overline{1, n}$; $N_i(t)$ – среднее число заявок в i-й СМО на интервале времени $[0, t]$, $\rho_i(t)$ - среднее число занятых линий обслуживания в i-й СМО на интервале времени $[0, t]$, $\tau_i(t)$ – среднее время пребывания заявок (в очереди и на обслуживании) на интервале времени $[0, t]$. Начальные условия могут быть выбраны следующим образом: $N_i(0) \neq 0,\ i = \overline{1, n}$.

Среди различных систем документооборота встречаются такие, в которых обработка документов приносит организации определенный доход, например, это может быть в страховых компаниях. Страховая компания (СК) может иметь доходы:

1) от страховой деятельности;
2) от инвестиционной деятельности и размещения временно свободных средств;
3) от других операций.

Например, доходы от страховой деятельности включают: заработанные страховые платежи по договорам страхования и перестрахования; комиссионные вознаграждения за перестрахование; доли от страховых сумм и страховых возмещений, уплаченных перестраховщиками; возвращенные суммы из централизованных страховых резервов; возвращенные суммы технических резервов. Обработка таких документов приносит СК доход.

Расходы СК несет из-за: выплаты страховых сумм и страховых возмещений; отчисления в централизованные страховые резервные фонды; отчислений в технические резервы, отличные от резервов незаработанных премий, в случаях и на условиях, предусмотренных актами действующего законодательства. Следует заметить, что именно обработка соответствующих документов приносит СК расходы.

Для рассматриваемой модели сформулирована оптимизационная задача, связанная с максимизацией доходов сети в целом (по числу линий обслуживания):

$$\begin{cases} W(T, m_1, ..., m_n) = \dfrac{1}{T - t_0} \displaystyle\int_{t_0}^{T} \sum_{i=1}^{n} \left(v_i(t) - d_i N_i(t) - E_i m_i\right) dt \to \max_{m_1, m_2, ..., m_n}, \\ m_i \le a_i,\ i = \overline{1,n}, \end{cases}$$

где E_i – стоимость содержания одной линии обслуживания, занимающейся обработкой заявок в i-й СМО, а d_i – плата за пребывание (задержку) одной заявки в i-ой СМО (в очереди и на обслуживании), $v_i(t)$ – ожидаемые доходы i-й СМО, $i = \overline{1,n}$. Методика нахождения ожидаемых доходов $v_i(t)$, $i = \overline{1,n}$, описана в [2].

Получили задачу условной целочисленной оптимизации. Она решалась методом полного перебора. Решением задачи является число сотрудников организации, при котором целевая функция (в нашем случае доход организации) будет максимальным.

Список цитированных источников

1. Баканова, Н.Б. Моделирование процесса движения документов в корпоративных системах документооборота / Н.Б. Баканова, В.М. Вишневский // Автоматика и телемеханика – 2008. – №9. – С. 183 – 188.
2. Маталыцкий, М.А. Системы и сети массового обслуживания: анализ и применение: монография / М.А. Маталыцкий, О.М. Тихоненко, Е.В. Колузаева. – Гродно: ГрГУ, 2011. – 817 с.

УДК 656.2-50: 519.8

ВСТРЕЧНЫЙ ПОИСК КРАТЧАЙШИХ МАРШРУТОВ НА СЕТЯХ С ПРЕДОПРЕДЕЛЕННЫМИ РЕШЕНИЯМИ

Кароли М.К.
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск
Научный руководитель: Ревотюк М.П., к.т.н., доцент

Известно, что при поиске кратчайших путей на нагруженном ориентированном графе $G(N, A)$, где N – множество вершин, A – множество дуг, время построения дерева путей (поиска решения) растет квадратично или, по меньшей мере, при тщательно построенной вычислительной схеме по закону $x \cdot \log_2 x$ с увеличением расстояния x от корня дерева до целевой вершины [1]. Классический алгоритм Дийкстры с отображением очередей на Фибоначчиевы кучи характеризуется сложностью $O(m + n \cdot \log_2 n)$, где $m = |A|$, $n = |N|$.