

где знак дроби и знак перед радикалом могут быть выбраны независимо друг от друга:

$$\begin{aligned}
 X^2 &= \frac{1}{a_{11} + a_{22} \pm 2\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}} \begin{bmatrix} a_{11} \pm \sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \pm \sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{bmatrix} \times \\
 &\times \begin{bmatrix} a_{11} \pm \sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \pm \sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{bmatrix} = \frac{1}{a_{11} + a_{22} \pm 2\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}} \times \\
 &\times \begin{bmatrix} a_{11}^2 \pm 2a_{11}\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + a_{11}a_{22} & a_{11}a_{12} \pm 2a_{12}\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + a_{12}a_{22} \\ a_{21}a_{11} \pm 2a_{21}\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + a_{21}a_{22} & a_{22}^2 \pm 2a_{22}\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + a_{11}a_{22} \end{bmatrix} = \\
 &= \frac{1}{a_{11} + a_{22} \pm 2\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}} \times \\
 &\times \begin{bmatrix} a_{11} (a_{11} \pm 2\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + a_{22}) & a_{12} (a_{11} \pm 2\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + a_{22}) \\ a_{21} (a_{11} \pm 2\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + a_{22}) & a_{22} (a_{11} \pm 2\sqrt{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + a_{22}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Очевидно, данные формулы неприменимы в случае  $\begin{cases} a_{11} + a_{22} = 0; \\ a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0. \end{cases}$

Пусть  $\begin{cases} a_{22} = -a_{11} \neq 0; \\ a_{11}^2 + a_{12}a_{21} = 0. \end{cases}$  Тогда система для определения элементов матрицы  $X$  запи-

шется в виде:  $\begin{cases} x_{11}^2 + x_{11}x_{22} = a_{11}; \\ x_{12}(x_{11} + x_{22}) = a_{12}; \\ x_{21}(x_{11} + x_{22}) = a_{21}; \\ x_{11}x_{22} + x_{22}^2 = -a_{11}, \end{cases}$  откуда  $(x_{11} + x_{22})^2 = 0$ , что противоречит 2-му и

3-му уравнениям системы. Значит, в этом случае уравнение  $X^2 = A$  не имеет решений.

#### Список цитированных источников

1. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1973. – 576 с.
2. Беллман, Р. Введение в теорию матриц / Р. Беллман. – М.: Наука, 1969. – 376 с.

УДК 621.923

## РАСЧЕТ ЭКВИДИСТАНТНОГО ПРОФИЛЯ ПОЛЮСНЫХ НАКОНЕЧНИКОВ ДЛЯ МАГНИТНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКИ ЛОПАТОК ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

**Кравченко С.И.**

*Белорусский государственный аграрный технический университет, г. Минск  
Научные руководители: Сергеев Л.Е., к.т.н., доцент; Сенчуров Е.В.*

Многие задачи теории формообразования сложнопрофильных поверхностей при их финишной обработке могут быть получены с помощью уравнений дифференциальной геометрии. Одним из финишных методов, где необходимо решать подобные задачи, является магнитно-абразивная обработка (МАО), при которой поверхность инструмента материализуется использованием электромагнитного поля (ЭМП), однако ее рассмотре-

ние следует осуществлять как изначально заданное, исходя из условия достижения заданного качества и эффективного процесса. Проблема распределения магнитного поля (МП) в той или иной области рабочей зоны часто решается путем построений методом сеток и интеграторов или на основе интуиции. На сегодняшний день исключение столь нестрогих решений приобретает особую важность, поскольку рост мощности технологического оборудования при использовании энергии МП производится масштабно и быстро.

В работе [1] обработка лопаток газотурбинного двигателя (ГТД) методом МАО проводилась в больших кольцевых зазорах и при наличии прямолинейной формы полюсных наконечников, выполняющих функцию поверхности инструмента. Это привело к падению величины магнитной индукции в данных зазорах и к отсутствию требуемого уровня съема материала. Так, кривизна соответствующих участков образующей поверхности детали не соответствовала кривизне режущего контура полюсных наконечников. Таким образом, для повышения производительности и качества обработки этих сложнопрофильных деталей необходимым условием служит полнота прилегания поверхности инструмента к поверхности детали в области их контакта, и получение количественной оценки этой полноты обеспечивает переход от интуитивного понятия к объемному и однозначному восприятию, выражаемому численными значениями. В качестве расчета профиля полюсных наконечников лопаток ГТД предлагается схема, представленная на рис. 1.

Исходя из вышеизложенного, предлагается расчет профиля полюсных наконечников и образование эквидистантного в их радиальном сечении [2], что обеспечивает реализацию создания меньших по величине рабочих зазоров и рост интенсивности обработки деталей.

Эквидистантный профиль полюсных наконечников определяется как огибающая окружности радиуса  $R_s = R_u - R_p$ , центр которой  $(x_d, y_d)$  движется по профилю изготавливаемой детали.

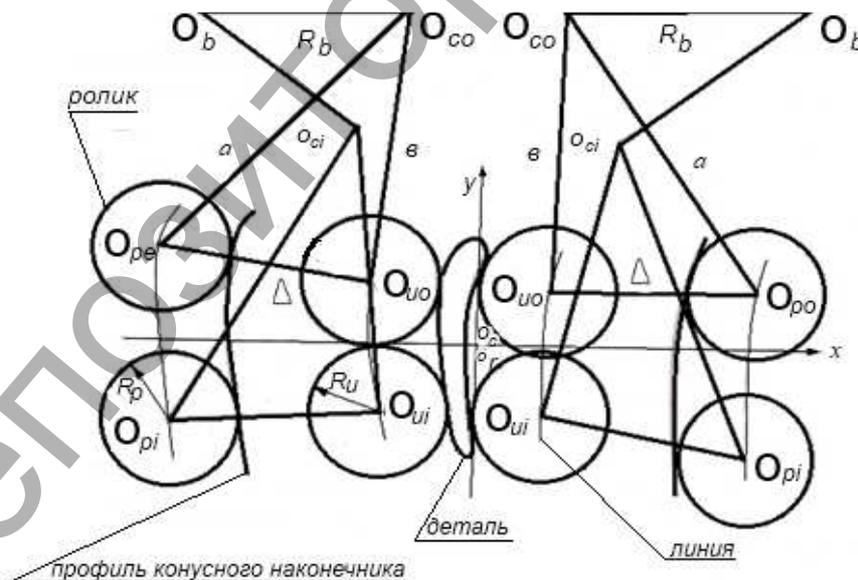


Рисунок 1 – Схема для расчета профиля полюсных наконечников МАО лопаток ГТД

При задании обрабатываемого профиля в виде функции  $(F(x, y) = 0)$  огибающая окружностей, образующая профиль копира, находится из решения

$$\left. \begin{aligned} F(x, y, c) &= 0, \\ F'_c(x, y, c) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где каждое значение  $c$  выделяет определенную окружность из их семейства.

Общее решение системы дают расчетные зависимости для определения координат  $(X_3; Y_3)$  эквивалентного профиля, отстоящего от заданного  $(X_\delta; Y_\delta)$  на расстоянии  $R_3$ .

$$\begin{aligned} x_3 &= x_\delta \pm \frac{K_3 \cdot Y_\delta}{\sqrt{1 + (Y'_\delta)^2}}; \\ y_3 &= y_\delta \pm \frac{R_3}{\sqrt{1 + (Y'_\delta)^2}}; \\ y'_\delta &= -\frac{\partial F}{\partial x}. \end{aligned} \quad (2)$$

При задании обрабатываемой поверхности в виде функции  $y = F(x)$  используются те же зависимости, что и в случае, где  $Y'_\delta = F'(X_\delta)$ , в случае задания обрабатываемого профиля в виде  $x = x(t), y = y(t)$ , огибающая находится из решения системы уравнений

$$x = x(t, c); y = y(t, c) \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial c} & \frac{\partial y}{\partial c} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

где, как и в предыдущих случаях, каждое значение  $c$  выделяет определенную окружность из свойства окружностей, а  $t$  выделяет на окружности определенную точку.

Решение системы дает расчетные зависимости

$$x_3 = x_\delta \mp \frac{R_3 \cdot y_{\partial c}}{\sqrt{(x'_{\partial c})^2 + (y'_{\partial c})^2}}; \quad (4)$$

$$y_3 = y_\delta \mp \frac{R_3 \cdot x_{\partial c}}{\sqrt{(x'_{\partial c})^2 + (y'_{\partial c})^2}}. \quad (5)$$

При задании обрабатываемой поверхности в полярных координатах

$$\rho = \rho(\varphi); \quad (6)$$

$$y_3 = \frac{\arccos x_3}{P_3} = \frac{\arccos 1}{P_3} \left[ p_\delta \cos \phi + \frac{R_3(p'_\delta \sin \phi + p_\delta \cos \phi)}{\sqrt{p_\delta^2 + (p'_\delta)^2}} \right], \quad (7)$$

где  $\rho_\delta$  – радиус-вектор профиля обрабатываемой детали;  $\varphi$  – соответствующий  $\rho_\delta$  полярный угол;  $\rho_3$  – радиус-вектор эквидистантного профиля;  $\gamma_3$  – соответствующий  $\rho_3$  полярный угол.

Если обрабатываемый профиль задается таблицами значений

$x$	...	$x_{i-1}$	$x_i$	$x_{i+1}$	...
$y$	...	$y_{i-1}$	$y_i$	$y_{i+1}$	...

или

$T$	...	$t_{i-1}$	$t_i$	$t_{i+1}$	...
$x$	...	$x_{i-1}$	$x_i$	$x_{i+1}$	...
$y$	...	$y_{i-1}$	$y_i$	$y_{i+1}$	...

то координаты эквидистанты определяются с использованием зависимостей для вышеуказанных случаев или входящие в эти зависимости производные могут быть найдены известными методами дифференцирования табличных функций или дифференцированием интерполяционных кривых. При графическом задании профиль обрабатываемой детали, как правило, описывается дугами окружностей. Порядок графического построения эквидистанты к графически заданному профилю общеизвестен и состоит в увеличении или уменьшении на требующуюся величину радиуса кривизны детали.

#### **Список цитированных источников**

1. Майборода, В.С. Основи створення і використання порошкового магнітно-абразивного інструменту для фінішної обробки фасонних поверхонь: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.03.01 / В.С. Майборода.; Киев. политех. ин-т. – Киев, 2001. – 36 с.
2. Мышкис, А.Д. Лекции по высшей математике / А.Д. Мышкис. – М.: Наука, 1969. – 640 с.

УДК 330.4

## **ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ МЕТОДАМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

**Мацулевич Е.И.**

*Брестский государственный университет им. А.С.Пушкина, г. Брест  
Научный руководитель: Климашевская И.Н., к. ф.-м. н., доцент*

Все в окружающем нас мире находится в непрестанном движении: меняется с течением времени взаимное расположение планет нашей солнечной системы, температура и давление воздуха, силы, действующие в машине, токи, протекающие в электрической цепи, состояние живой клетки. Таким образом, при изучении тех или иных процессов и явлений часто возникает задача определения скорости этих процессов. Её решение приводит к понятию производной, являющемуся основным понятием дифференциального исчисления. Дифференциальное исчисление создано в XVII и XVIII вв. в трудах И. Ньютона и Г.В. Лейбница.

В природе и физике часто встречаются ситуации, когда ничего не известно о функции, зато известна ее производная, которая часто имеет самостоятельный физический смысл. Например, мгновенная скорость – первая производная координаты по времени, мгновенное значение силы тока – первая производная заряда по времени.

В физике производная находит широкое применение, в том числе и для вычисления наибольших или наименьших значений каких-либо величин. В качестве такого примера рассмотрим задачу о равновесии системы электрических зарядов.

Пусть имеется система зарядов  $e_k$  и заряд  $e$ , находящийся в точке с координатами  $(x, y, z)$  в положении равновесия. Возникает вопрос: будет ли такое равновесие устойчивым, т.е. вернется ли заряд в исходное положение, если его из него вывести.

Рассмотрим систему, состоящую из заряда  $e$  и заряда  $e_1$ , находящегося в точке с координатами  $(x_1, y_1, z_1)$ . Потенциальная энергия заряда  $e$ , находящегося в поле заряда  $e_1$ , определяется выражением

$$u_1 = \frac{e_1 e}{r} = \frac{e_1 e}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}}. \quad (1)$$