Пяройдзем да развязання раўнання (1) у алгебры люстэркавых паслядоўнасцей $K_{-0}^{m\times m}$. Фармальны развязак эквівалентнага (1) раўнання (2) можна атрымаць па формуле

$$X_{(\infty j)} = s^{A_j}\sum_{n=0}^{\infty}\left(E + A_j - A_1\right)_n^{-1}\cdots\left(E + A_j - A_p\right)_n^{-1}\left(E + A_j - C_1\right)_n\cdots\left(E + A_j - C_p\right)_n s^n \quad (4)$$

Няхай выконваюцца ўмовы:

1. $\forall k=\overline{1,q}\ \ A_k = diag\{\mu_{1k},\ldots,\mu_{mk}\}$,
2. $\forall i=\overline{1,m}\ \ \mu_{ij}\geq 0$ – цэлыя,
3. $1+\mu_{ij}-\mu_{ik}$ не з'яўляюцца цэлымі недадатнымі.

Тады $\forall k=\overline{1,q}$, $n\in \mathrm{N}_0$ матрыцы $\left(nE + A_j - A_k\right)$ абарачальныя, $s^{A_j}\in K_{-0}^{m\times m}$, а значыць, і развязак (4) належыць алгебры $K_{-0}^{m\times m}$. Прычым ён будзе адзіным у тым жа сэнсе, які меўся на ўвазе для алгебры $K_0^{m\times m}$.

Спісак выкарыстаных крыніц

1. *Бейтмен, Г.* Высшие трансцендентные функции / Г. Бейтмен, *А. Эрдейи:* в 3 т.– М.: Наука, 1973. – Т 1: Гипергеометрическая функция. Функция Лежандра. – 297 с.
2. Smith, F.C. Relations among the fundamental solutions of the generalized hypergeometric equation when $p=q+1$ / F.C. Smith // Bull. of the Amer. Math. Soc. – 1938. – Vol. 44. – P. 429–433.
3. Васільеў, І.Л. Рашэнне дыскрэтнага раўнання Лапласа ў кольцы паслядоўнасцей / І. Л. Васільеў, Д. А. Навічкова // Вестн. БГУ. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. – 2010. – № 3. – С. 114–119.

УДК 519.6 + 517.983.54

СХОДИМОСТЬ ЯВНОГО ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ПРИ ПРИБЛИЖЁННОЙ ПРАВОЙ ЧАСТИ

Наумовец С.Н.[1], Матысик О.В.[2]

[1]Брестский государственный технический университет, г. Брест
[2]Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест

Пусть в гильбертовом пространстве *H* требуется решить уравнение

$$Ax = y, \quad (1)$$

где $A-$ограниченный, самосопряженный, положительный оператор $A: H\to H$, для которого нуль не является собственным значением. Причем $0\in Sp\,A$, т.е. задача некорректна. Предполагается существование единственного решения *x* при точной правой части *y*. Для его отыскания предлагается итерационный метод

$$x_{n+1} = (E-\alpha A)^2 x_n + 2\alpha y - \alpha^2 Ay, \quad x_0 = 0. \quad (2)$$

Правую часть уравнения (1), как это обычно бывает на практике, считаем известной приближённо, т.е. вместо *y* известно δ – приближение y_δ, $\|y-y_\delta\|\leq\delta$. Тогда итерационный процесс (2) запишется в виде

$$x_{n+1,\delta} = (E-\alpha A)^2 x_{n,\delta} + 2\alpha y_\delta - \alpha^2 Ay_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (3)$$

Ниже, под сходимостью метода (3) понимается утверждение о том, что приближения (3) сколь угодно близко подходят к точному решению *x* уравнения (1) при подходящем выборе *n* и достаточно малых δ. Иными словами, метод итераций (3) является сходящимся, если

$$\lim_{\delta\to 0}\left(\inf_n \|x - x_{n,\delta}\|\right) = 0. \quad (4)$$

Покажем, что при условии (4) процесс (3) можно сделать сходящимся, если нужным образом выбрать число итераций *n* в зависимости от уровня погрешности δ. Имеет место

Теорема. *При условии* (4) *итерационный процесс* (3) *сходится, если выбирать число итераций* n *в зависимости от* δ *так, чтобы* $n\delta \to 0,\ n\to\infty,\ \delta\to 0$.

Доказательство

Будем считать, $x_{0,\delta} = 0$, и рассмотрим разность

$$x - x_{n,\delta} = (x - x_n) + (x_n - x_{n,\delta}).$$

$$x - x_n \to 0,\ n\to\infty$$

Воспользовавшись интегральным представлением самосопряженного оператора A, получим

$$x_n - x_{n,\delta} = A^{-1}\left[E - (E - \alpha A)^{2n}\right](y - y_\delta) = \int_0^M \lambda^{-1}\left[1 - (1 - \alpha\lambda)^{2n}\right] dE_\lambda (y - y_\delta).$$

По индукции нетрудно показать, что

$$g_n(\lambda) = \lambda^{-1}\left[1 - (1 - \alpha\lambda)^{2n}\right] \le 2n\alpha.$$

Тогда $\|x_n - x_{n,\delta}\| \le 2n\alpha\delta$. Поскольку

$$\|x - x_{n,\delta}\| \le \|x - x_n\| + \|x_n - x_{n,\delta}\| \le \|x - x_n\| + 2n\alpha\delta,$$

и $\|x - x_n\| \to 0,\ n\to\infty$, то для сходимости итерационного метода (3) достаточно, чтобы $n\delta\to 0,\ n\to\infty,\ \delta\to 0$. Теорема доказана.

Общая оценка погрешности метода (3) при приближённой правой части $y_\delta : \|y - y_\delta\| \le \delta$, запишется в виде

$$\|x - x_{n,\delta}\| \le \|x - x_n\| + \|x_n - x_{n,\delta}\| \le s^s (2n\alpha e)^{-s}\|z\| + 2n\alpha\delta.$$

Итак, доказана

Теорема. *Если точное решение* x *уравнения* (1) *истокообразно представимо, то при условии* $0 < \alpha \le \frac{5}{4M}$ *для метода* (3) *справедлива оценка погрешности* $\|x - x_{n,\delta}\| \le s^s (2n\alpha e)^{-s}\|z\| + 2n\alpha\delta$.

УДК 621.311.153

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ С УЧЕТОМ ТРАНСФОРМАЦИЙ И НЕОДНОРОДНОСТИ СЕТИ

Радоман Н.В

Белорусский государственный технологический университет, г. Минск

Научный руководитель: Александров О.И., к.т.н., доцент

При расчете параметров установившихся режимов в электрических сетях большой энергетической системы наибольшие трудности вызывают сети с высокой степенью неоднородности. Особенно это проявляется в высоковольтных питающих, системообразующих и межсистемных линиях электропередачи [1-3].