Список цитированных источников
1. Холмский, В.Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей / В.Г. Холмский. – М.: Высшая школа, 1975.– 280 с.
2. Гурский, С.К. Алгоритмизация задач управления режимами сложных систем в электроэнергетике / С.К. Гурский. – Мн.: Наука и техника, 1977. – 368 с.
3. Pelissier, Rene. Les veseaux d"energie electrique. Dunod. Paris, – 1975. – 568 c.

УДК 532.546:536.421

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТЕФАНА С ДВУМЯ ПОДВИЖНЫМИ ГРАНИЦАМИ МЕТОДОМ ЛОВЛИ ФРОНТА В УЗЕЛ СЕТКИ

Рахматуллина Л.Р.
Башкирский государственный университет, г. Стерлитамак (Россия)
Научный руководитель: Хасанов М.К., к.ф.-м.н, доцент

Рассмотрим одномерную задачу об образовании газогидрата в полубесконечном пористом пласте. Пусть пористый пласт (занимающий полупространство $x>0$) в начальный момент времени насыщен газом и водой, давление и температура которых в исходном состоянии соответствуют термодинамическим условиям существования их в свободном состоянии. Положим, что через границу пласта ($x=0$) закачивается газ, причем его давление и температура соответствуют условиям образования газогидрата и поддерживаются на этой границе постоянными. При постановке данной задачи будем полагать, что в результате закачки газа образуется три характерные области: ближняя, где поры заполнены газом и гидратом, промежуточная, в которой газ, вода и гидрат находятся в равновесии, и дальняя, которая заполнена газом и водой. В промежуточной зоне происходит образование гидрата. Соответственно возникают две подвижные поверхности: между дальней и промежуточной областями, где начинается переход воды в гидрат, и между ближней и промежуточной областями, на которой заканчивается процесс гидратообразования.

Система основных уравнений, представляющая собой законы сохранения масс, энергии, закон Дарси и уравнение состояния газа, при допущениях о несжимаемости и неподвижности скелета пористой среды, гидрата и воды, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_g m S_g + \rho_h m S_h G\right) + \operatorname{div}\left(\rho_g m S_g \vec{\upsilon}_g\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(m\rho_l S_l + m(1-G)\rho_h S_h\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho c T\right) + \rho_g c_g m S_g \vec{\upsilon}_g \operatorname{grad} T = \operatorname{div}\left(\lambda \operatorname{grad} T\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(m\rho_h S_h L_h\right),$$

$$m S_g \vec{\upsilon}_g = -\frac{k_g}{\mu_g}\operatorname{grad} p, \qquad p = \rho_g R_g T,$$

где m – пористость; G – массовая концентрация газа в гидрате; ρ_j и S_j ($j = sk, h, l, g$) – истинные плотности и насыщенности пор j – й фазы; $\vec{\upsilon}_g$, k_g, c_g и μ_g – соответственно скорость, проницаемость, удельная теплоемкость и динамическая вязкость газовой фазы; p – давление; T – температура; L_h – удельная теплота гидратообразования; ρc и λ – удельная объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности системы; индексы sk, h, l и g относятся к параметрам скелета, гидрата, воды и газа соответственно.

При образовании газогидрата в пористом пласте возникают зоны, в которых газ, вода и гидрат могут находиться в различных состояниях. На поверхностях разрыва между этими зонами, где терпят скачки насыщенности фаз, а также потоки массы и тепла, выполняются соотношения, следующие из условий баланса массы и тепла:

$$\left[m\left(S_h\rho_h(1-G)+S_l\rho_l\right)\vec{D}_{(s)} \right]=0\,, \qquad \left[m\left(\rho_g S_g(\vec{\upsilon}_g-\vec{D}_{(s)})-\rho_h S_h G\vec{D}_{(s)}\right)\right]=0\,,$$

$$[\lambda \operatorname{grad} T]=\left[m\rho_h L_h S_h\vec{D}_{(s)}\right].$$

Здесь $[\psi]$ – скачок параметра ψ на границе между зонами; $\vec{D}_{(s)}$ – скорость движения этой границы. Температура и давление на этих границах полагаются непрерывными.

В трехфазной области, где одновременно присутствуют газ, вода и гидрат, и происходит процесс образования газогидрата, принимается условие равновесия фаз:

$$T=T_0+T_*\ \ln\left(\frac{p}{p_{s0}}\right),$$

где T_0 – исходная температура системы, p_{s0} – равновесное давление, соответствующее исходной температуре, T_* – эмпирический параметр, зависящий от вида газогидрата.

Рассмотренная постановка задачи относится к классу нелинейных задач математической физики. Поскольку данные задачи определены в областях с неизвестными подвижными границами фазовых переходов, то для их решения используется метод ловли фронтов в узлы пространственной сетки. Введем равномерную пространственную сетку с шагом h. Алгоритм решения заключается в том, что неизвестный временной шаг выбирается таким образом, чтобы ближний фронт фазового перехода $x = x_{(n)}$ перемещался по координате x ровно на один шаг. При этом положение дальней подвижной поверхности $x = x_{(d)}$ также будем относить к некоторому узлу пространственной сетки, которое будет определяться уже в ходе решения задачи. Построенную систему нелинейных алгебраических уравнений целесообразно на каждом временном слое решать методом простых итераций.

В результате анализа решений установлено, что процесс перехода воды в состав гидрата происходит в три этапа. На первом этапе, когда влияние правой границы несущественно, в общем случае образуется три области, а именно: ближняя, где в порах присутствуют газ и гидрат, промежуточная, насыщенная газом, гидратом и водой, а также дальняя область, содержащая газ и воду. На втором этапе промежуточная область вырождается во фронтальную поверхность. Третий, самый протяженный по времени этап характеризуется образованием гидрата только лишь на фронтальной поверхности. При этом в зависимости от значения давления на границе пористой среды и температуры нагнетаемого газа могут реализовываться решения с «висячим» на некотором сечении или выносящимся за пределы пористой среды скачками гидратонасыщенности.

УДК 519.24

ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ВЗАИМНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МНОГОМЕРНОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА

Савчук О.В.

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест

Научный руководитель: Мирская Е.И., к.ф.-м.н., доцент

Исследование статистических оценок спектральных плотностей является одной из классических задач анализа временных рядов. Это связано с широким применением анализа временных рядов к анализу данных, которые возникают в физике, технике, тео-